1. Может ли проекция куба быть семиугольником? Ответ обосновать.

2. Постройте сечение тетраэдра *АВСD* плоскостью, параллельной ребру *АС* и проходящей через точки *Р* и *Q* на рёбрах *АВ* и *CD* такие, что *BP:PA = CQ:QD =* 1:2.

3. Дан куб ABCDA1B1C1D1 с ребром *а.* На рёбрах *А1D1* и *ВС* взяты точки *К* и *М* так, что A1K = *a*, *CM =* *a* . Найдите периметр сече­ния куба плоскостью, проходящей через точки *К* и *М* параллельно пря­мой *С1D*.

4. Основанием пирамиды *SABCD* является ромб с диагоналями *АС* = *а, BD = b.* Боковое ребро *SA* перпендикулярно плоскости основа­ния и равно *с.* Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку *А* и середину *К* ребра *SC* параллельно прямой *BD*, и найди­те площадь этого сечения.

5. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF* с верши­ной *S* на отрезке *AD* взяты три точки, делящие его на четыре равные части. Через эти точки проведены сечения, параллельные плоскости *SAB*. Найдите отношения площадей указанных сечений.

6. Точки К и *L* - середины рёбер АА1 и В1С1 параллелепипеда ABCDA1B1C1D1, а точка *М* делит ребро *CD* в отношении 2 : 1, считая от вершины *С*. Построить сечение параллелепипеда плоскостью *KLM*, и найти в каком отношении оно делит рёбра параллелепипеда.

7. Три диагонали параллелепипеда попарно перпендикулярны, а их длины равны *а,b* и c. Найдите длину четвёртой диагонали.

8. Проекцией куба является правильный шестиугольник со сторо­ной *а*. Найдите длину ребра куба.

9. Приведите пример тетраэдра, у которого высоты (высотой тетраэдра называется прямая, проходящая через его вершину перпен­дикулярно противоположной грани) не пересекаются в одной точке. Докажите, что высоты тетраэдра пересекаются в одной точке тогда и только тогда, когда две пары его противоположных рёбер перпендику­лярны.

10. В тетраэдре *ABCD* плоские углы *ADB, BDC, CDA* прямые. До­кажите, что ортогональной проекцией вершины *D* на плоскость *АВС* является точка пересечения высот треугольника АВС.

11. На ребре *DB* тетраэдра *ABCD* выбрали точки *Е* и *F* так, что *DE* : *EF* : *FB =* 1 : 1 : 2. Сечения тетраэдра двумя параллельными плос­костями, проходящими через точки *Е* и *F*, имеют площади 5 и 16 соот­ветственно, причём первое из этих сечений - треугольник, одна из вершин которого делит ребро *DA* в отношении 2 : 1, считая от вершины *D*. Найти:

а) в каком отношении ребро *АВ* делится второй плоскостью,

б) сечение тетраэдра этими плоскостями.

12.

а) Доказать, что сечение куба плоскостью, проходящей через его центр, является либо параллелограммом, либо шестиугольником с попарно параллельными и равными сторонами;

б) Может ли отношение длин главных диагоналей этого шести­угольника быть равным 1,3?

13. Из любой ли точки пространства можно провести прямую, пересекающую обе данные скрещивающиеся прямые?