

1. Пусть $X_t = \int_0^t \exp(as) dW_s$. Найдите $\mathbb{E}(X_t)$, $\mathbb{E}(W_t \cdot X_t)$, $\mathbb{E}(X_t \cdot X_s)$

2. Вася прыгает на один метр вперед с вероятностью p и на два метра вперед с вероятностью $1 - p$. Как только он пересечет дистанцию в 100 метров он останавливается. Получается, что он может остановиться либо на отметке в 100 метров, либо на отметке в 101 метр. Какова вероятность того, что он остановится ровно на отметке в 100 метров?

Подсказка: Если X_t — Васина координата, то можно выбрать a так, что $Y_t = a^{X_t}$ будет мартингалом...

3. Используя лемму Ито и свойства стохастического интеграла найдите

(a) dW_t^4 и $\mathbb{E}(W_t^4)$

(b) dW_t^6 и $\mathbb{E}(W_t^6)$

(c) dW_t^8 и $\mathbb{E}(W_t^8)$