

1. Найдите $\mathbb{E}(W_6^2 | W_4 = 5)$, $\mathbb{P}(W_6 > 6 | W_4 = 5)$

2. Пусть W_t — стандартное броуновское движение. Мы ждем до тех пор, пока оно не достигнет отметке 4 или отметки -3 , т.е. до момента $\tau = \min\{t | W_t = 4 \cup W_t = -3\}$.

Найдите $\mathbb{P}(W_\tau = 4)$, $\mathbb{E}(\tau)$, $\mathbb{E}(\tau W_\tau)$

Подсказка: Рассмотрите мартингалы W_t , $W_t^2 - t$, $W_t^3 - 3tW_t$...

3. Пусть $X_t = \begin{cases} 1, & t \in [0; 1) \\ -2, & t \in [1; 2) \\ W_{1.5}, & t \in [2; \infty) \end{cases}$

Найдите $\int_0^t X_u dW_u$

4. Для следующих случайных процессов найдите dZ_t и выпишите соответствующую формулу в полной записи (с интегралами вместо d): $Z_t = \cos(t^2 \cdot W_t^3)$, $Z_t = t^3 W_t^3$.

5. В рамках модели Блэка-Шоулса определите сколько стоит в момент времени $t = 0$ актив, выплачивающий в момент времени T величину $\frac{1}{S(T)}$. Ответ должен зависеть только от текущей цены акции, безрисковой процентной ставки и параметров модели Блэка-Шоулса.