

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Теоретические основы электротехники
Несинусоидальные и переходные процессы
в линейных цепях. Нелинейные цепи

Учебно - методический комплекс

Санкт-Петербург
Издательство СЗТУ
2008

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра электротехники и электромеханики

Теоретические основы электротехники

Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи

Учебно - методический комплекс

Институты: энергетический, радиоэлектроники

Специальности: 140211.65 – электроснабжение;

140601.65 – электромеханика;

140602.65 – электрические и электронные аппараты.

210106.65 – промышленная электроника

Направления подготовки бакалавра:

140200.62 – электроэнергетика;

140600.62 – электротехника, электромеханика
и электротехнологии;

210100.62 – электроника и микроэлектроника

Санкт-Петербург
Издательство СЗТУ
2008

Утверждено редакционно-издательским советом университета
УДК 621.3(07)

Теоретические основы электротехники. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи: учебно-методический комплекс / сост.: А.Л. Виноградов, В.Н. Прокофьев. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. – 196 с.

Учебно-методический комплекс (УМК) разработан в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования.

В дисциплине рассмотрены основы анализа и расчета несинусоидальных периодических и переходных процессов в линейных цепях и нелинейные цепи.

Рассмотрено на заседании кафедры электротехники и электромеханики 21 апреля 2008 г., одобрено методической комиссией энергетического института 25 апреля 2008 г.

Рецензенты: кафедра электротехники и электромеханики (зав. кафедрой В.И. Рябуха, д-р техн. наук, проф.) Ю.В. Куклев, канд. техн. наук, доц.; С.И. Джаншиев, канд. техн. наук, доц. кафедры электроснабжения СЗТУ.

Составители: А.Л. Виноградов, канд, техн. наук, доц.,
В.Н. Прокофьев, канд, техн. наук, доц.

1. Информация о дисциплине

1.1. Предисловие

Дисциплина "Теоретические основы электротехники" (ТОЭ) для специальностей, 140601.65, 140602.65, 140211.65, 210106.65 состоит из трех частей. Для каждой части составлен учебно-методический комплекс (УМК-1, УМК-2, УМК-3).

В часть 1 (ТОЭ-1), которая представлена в УМК-1, вошли темы по стационарным процессам в линейных электрических цепях.

В часть 2 (ТОЭ-2), которая представлена в УМК-2, вошли темы по несинусоидальным и переходным процессам в линейных электрических цепях и нелинейным цепям.

В часть 3 (ТОЭ-3), которая представлена в УМК-3 вошли темы по электромагнитному полю.

В данном сборнике представлена третья часть (ТОЭ-2).

В модуль 1 (УМК-1) вошли темы по стационарным процессам в линейных электрических цепях.

В модуль 2 (УМК-2) вошли темы по несинусоидальным и переходным процессам в линейных электрических цепях и нелинейным цепям.

В модуль 3 (УМК-3) вошли темы по электромагнитному полю.

В данном сборнике представлен УМК-2 **«Теоретические основы электротехники. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных электрических цепях. Нелинейные цепи».**

Целью изучения дисциплины являются формирование системы научных знаний в области ТОЭ и изучение основных вопросов теории электротехнических линейных и нелинейных цепей в установившемся и переходном режимах.

Задачи изучения дисциплины - усвоение и понимание явлений, происходящих в линейных и нелинейных электрических цепях.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть основами знаний по дисциплине, формируемыми на нескольких уровнях:

Иметь представление:

- о теории электрических цепей и об областях ее применения;
- о методах анализа и расчета линейных и нелинейных электрических цепей.

Знать:

- методы расчета цепей при несинусоидальных периодических токах;

- методы расчета переходных процессов в линейных цепях;
- методы расчета стационарных и переходных процессов в нелинейных цепях.

Уметь применять полученные знания для изучения последующих дисциплин, использующих теорию электротехники.

Владеть:

- методами расчета цепей при несинусоидальных периодических токах;
- методами расчета переходных процессов в линейных цепях;
- методами расчета стационарных и переходных процессов в нелинейных цепях.

Место дисциплины в учебном процессе

Для изучения дисциплины необходимы знания следующих дисциплин и их разделов:

по физике – электричество и магнетизм, колебания и волновое движение, физика твердого тела, физические величины и единицы их измерения;

по высшей математике – дифференциальное и интегральное исчисления, дифференциальные уравнения и методы их решения, операционное исчисление, ряды, функции комплексной переменной;

по вычислительной математике и программированию – приближенные вычисления, численные методы решения;

по вычислительной технике – основы программирования и функционирования ЭВМ;

по основам метрологии и стандартизации – международную систему единиц (СИ), методы и средства измерения электрических и магнитных величин, условное графическое изображение электрических, магнитных и полупроводниковых элементов, схемы и их выполнение;

по экономике – экономические критерии в электротехнике, повышение коэффициента полезного действия и коэффициента мощности электротехнических устройств, надежность.

Приобретенные знания студентами будут непосредственно использованы при изучении «ТОЭ» следующих семестров – несинусоидальные и переходные процессы в линейных электрических цепях; нелинейные цепи; теория электромагнитного поля, а также при изучении многих других специальных дисциплин.

Структура учебно-методического комплекса представлена на рисунке.

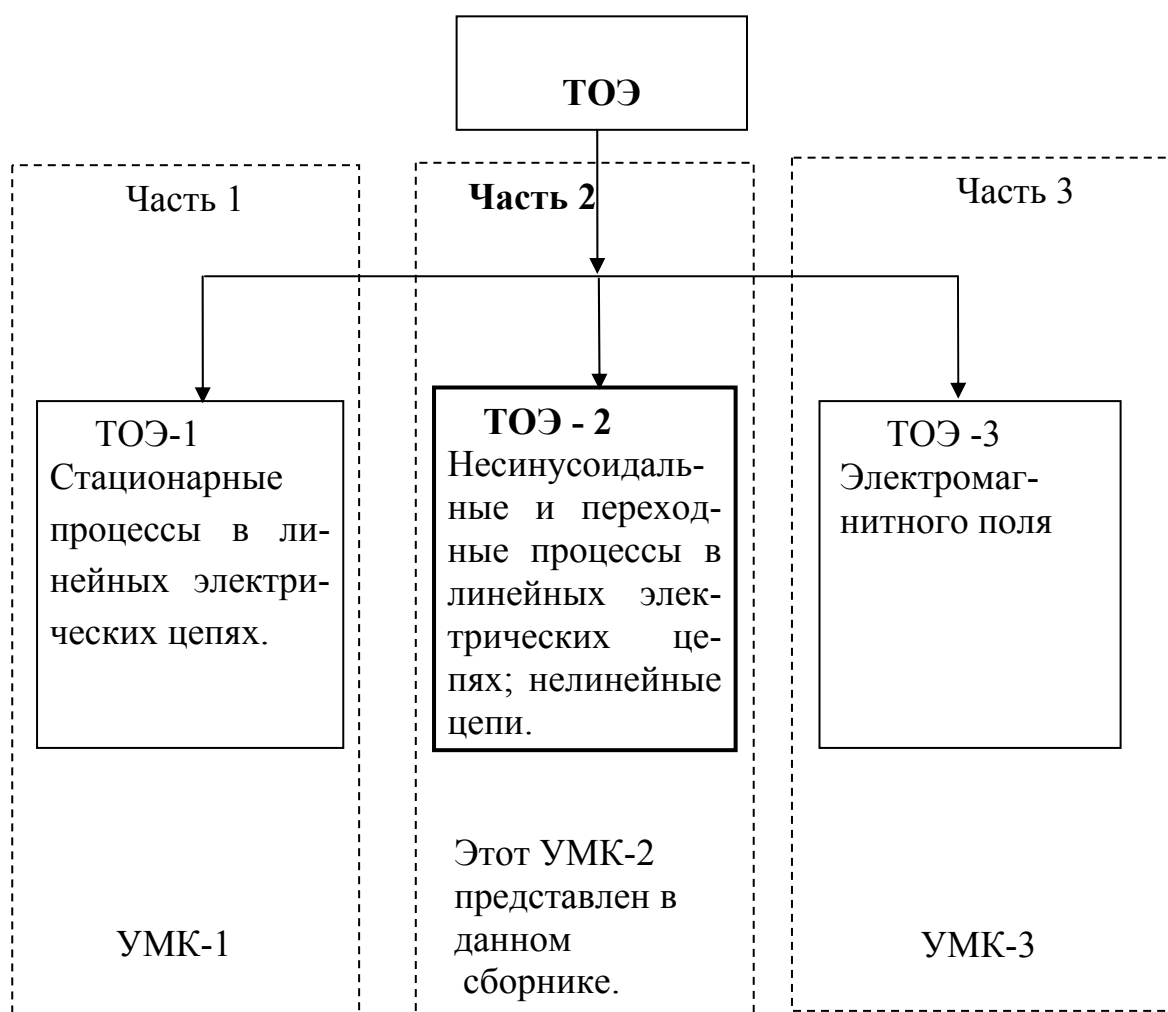
Рабочая программа разбита на 3 части, каждая из которых состоит из нескольких разделов. Все разделы состоят из тем.

В начале каждой темы перечислены ключевые понятия, на которые особенно необходимо обратить внимание.

Для проверки усвоения материала каждая тема опорного конспекта заканчивается **промежуточным тестированием**.

Итоговым контролем является: 1. *Контрольная работа*, стоящая из задач, для решения которых необходимо знание соответствующих разделов. 2. *Экзамены и зачеты* (вопросы к экзаменам и зачетам приведены в разделе «Блок контроля освоения дисциплины»). Распределение экзаменов и зачетов по семестрам (частям) для каждой специальности приведены в разделе «1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы».

Структура учебно-методического комплекса «ТОЭ»



1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы

Физические основы электротехники; уравнения электромагнитного поля; законы электрических цепей; цепи синусоидального тока; трехфазные цепи; расчет цепей при периодических несинусоидальных воздействиях; многополюсники; **переходные процессы в линейных цепях; нелинейные электрические и магнитные цепи; цепи с распределенными параметрами**; теория электромагнитного поля; электростатическое поле; стационарное электрическое поле; магнитное поле; аналитические и численные методы расчета электрических и магнитных полей; переменное электромагнитное поле; поверхностный эффект и эффект близости; электромагнитное экранирование (полужирным шрифтом отмечено содержание дисциплины, вошедший в данный сборник)

Объем дисциплины и виды учебной работы
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

Вид учебной работы	Стационарные процессы в линейных электрических цепях			Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи			Электромагнитное поле		
	Всего часов			Всего часов			Всего часов		
	Форма обучения			Форма обучения			Форма обучения		
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная
Общая трудоемкость дисциплины	400								
	135			135			130		
Работа под руководством преподавателя (включая ДОТ)	240								
	81	81	81	81	81	81	78	78	78
В т.ч. аудиторные занятия: лекции, практические занятия (ПЗ), лабораторные работы (ЛР).	24	12	6	24	12	6	16	12	4
	16	12	6	16	12	6	16	12	4
	16	8	4	16	8	4	16	12	8
Самостоятельная работа студента	54	54	54	54	54	54	52	52	52
Промежуточный контроль, количество контрольная работа	9	9	9	6	6	6	4	4	4
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	0	1	1	0	1	1	0	1	1
210106.65	Зачет			Зачет			Экзамен		
140211.65	Экзамен			Экзамен			Экзамен		
140601.65, 140602.65	Зачет, экзамен			Зачет, экзамен			Зачет, экзамен		

2. Рабочие учебные материалы

2.1. Рабочая программа

I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях

Введение

[1], с. 4...8

Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе

1.1. Электрическая цепь и ее характеристики

[1], с.107...131; [2], с.5...12, 51...67; [3], с.19...67

Предмет курса теоретических основ электротехники (ТОЭ), его связь с фундаментальными дисциплинами - математикой и физикой. Место курса ТОЭ в системе электротехнического образования инженера. Связь курса ТОЭ с электроэнергетикой, машиностроением, автоматикой и вычислительной техникой. Основные задачи.

Определение электрической цепи. Источники и приемники электрической энергии. Основные элементы электрической цепи, их графическое обозначение на схемах. Основные топографические элементы электрической цепи: ветвь, узел, контур. Законы электрических цепей - первый и второй законы Кирхгофа. Параметры электрических цепей - активное сопротивление, индуктивность и электрическая емкость. Идеализированные элементы цепей, их графическое изображение на схемах.

1.2. Цепи постоянного тока

[2], с. 5...50; [4], с. 9...39; [5], с. 9...50

Закон Ома и законы Кирхгофа, применительно к цепям постоянного тока. Основной расчетный параметр цепей постоянного тока. Цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединением сопротивлений. Сложные цепи постоянного тока. Мощность цепи постоянного тока. Энергетический баланс.

1.3. Цепи синусоидального тока

[1], с.163...190; [2], с. 67...81, 88...91; [3], с. 50...75; [4], с. 61...91

Основные определения: период, частота, угловая частота, фаза, начальная фаза, амплитуда, мгновенное значение тока и напряжения. Действующее

значение синусоидального тока. Векторные диаграммы цепей. Расчет простейших цепей с помощью векторных диаграмм. Активная, реактивная и полная мощности цепи. Понятие о пассивном двухполюснике и об эквивалентных электрических цепях. Коэффициент мощности и КПД.

Раздел 2. Методы расчета электрических цепей

2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока

[1], с. 191...207; [2], с. 69...81; [3], с. 76...98; [4], с. 61...91

Изображение синусоидальных токов и напряжений в виде комплексных чисел в показательной и алгебраической формах записи. Комплексное сопротивление, комплексная проводимость, комплексная мощность. Активное индуктивное и емкостное сопротивления в комплексной форме записи. Законы Кирхгофа в комплексной форме записи. Расчет разветвленных цепей синусоидального тока с одним источником энергии символическим методом.

2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока

[1], с. 211...241; [2], с. 10,16...18,19,22...26,37...40,81...82;
[3], с. 154...157; [4], с. 92...98

Непосредственное применение законов Кирхгофа для расчета сложных цепей. Общее количество уравнений в системе. Правила составления этих уравнений. Баланс мощностей. Метод контурных токов. Метод узловых напряжений. Принцип наложения и основанный на нем метод расчета цепи с несколькими источниками энергии. Теорема об эквивалентном источнике и метод расчета, основанный на этой теореме. Теорема взаимности и теорема компенсации.

Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи

3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики

[1], с. 261...281; [2], с. 92...97; [3], с.120...143; [4], с. 105...113; [5], с. 126...159

Определение резонансного режима цепи. Общее условие резонанса. Резонанс в цепи с последовательным и параллельным соединением R, L и C .

Частотные характеристики цепей с последовательным и параллельным соединением *RLC*. Понятие о характеристическом сопротивлении, добротности, затухании, полосе пропускания цепи (контура). Резонанс в цепях со смешанным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости. Частотные характеристики. Понятие об электрических фильтрах.

3.2. Индуктивно-связанные цепи

[1], с. 242...251; [2], с. 102...110; [3], с. 114...131; [5], с. 160...194

Взаимная индуктивность как общий параметр системы из двух индуктивно-связанных катушек. Соотношение между собственными индуктивностями катушек и их взаимной индуктивностью. Уравнения для напряжений двух индуктивно-связанных катушек в комплексной форме записи. Сопротивление взаимной индуктивности. Согласное и встречное включения. Маркировка "начал" индуктивно-связанных катушек. Расчет сложных цепей, содержащих индуктивно-связанные катушки непосредственно по законам Кирхгофа.

Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами

4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей

[1], с. 283...292; [2], с. 160...174; [3], с. 361...383; [4], с. 169...187;
[5], с. 117...125

Генерирование трехфазной системы ЭДС. Соединение трехфазной цепи звездой и треугольником. Основные особенности каждого из этих соединений. Фазные и линейные токи и напряжения. Мощность трехфазной цепи. Симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной цепи. Расчет статических трехфазных цепей. Получение вращающегося магнитного поля. Принцип действия асинхронного и синхронного трехфазных двигателей.

4.2. Метод симметричных составляющих

[1], с. 293...298; [2], с. 175...177; [3], с. 383...397; [4], с. 198...200

Разложение несимметричной трехфазной системы векторов на составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей. Важнейшие свойства трехфазной цепи в отношении симметричных составляющих токов и напря-

жений прямой, обратной и нулевой последовательностей. Симметричные составляющие сопротивлений обмоток вращающихся электрических машин.

Преобразование несимметричной трехфазной цепи в симметричную путем замены несимметричных участков цепи эквивалентным трехфазным источником ЭДС. Порядок расчета трехфазной цепи методом симметричных составляющих при обрыве линейных проводов и коротком замыкании на землю.

4.3. Цепи с распределенными параметрами

[1], т. 2, с. 269...285; [2], с. 314...316;

Определение длинной линии. Первичные параметры длинной линии. Уравнения однородной линии в частных производных. Установившийся режим работы длинной линии при синусоидальных токах и напряжениях. Линия как симметричный четырехполюсник. Характеристические параметры линии. Бегущие волны, падающие и отраженные волны, длина волны, коэффициенты затухания и фазы, фазовая скорость волны. Коэффициенты отражения волны. Неискажающая линия. Линия без потерь. Стоячие волны. Входное сопротивление линии без потерь. Экспериментальное определение параметров линии.

II. Несинусоидальные периодические и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи

Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы

5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях

[1], т. 1, с. 299...309; [2], с. 179...190; [3], с. 400...425; [5], с. 155...170

Установившиеся процессы в цепях с несинусоидальными ЭДС, напряжениями и токами. Гармонический анализ и разложение функций в ряд Фурье. Особенности рядов Фурье при различных видах симметрии несинусоидальных напряжений и токов. Методика расчета цепи при воздействии на нее несинусоидальных периодических ЭДС. Влияние характера нагрузки на соотношение между формой кривой тока и напряжения. Действующие и средние значения несинусоидальных периодических ЭДС, напряжений и токов. Мощность цепи несинусоидального тока. Коэффициент мощно-

сти. Коэффициенты, характеризующие форму кривой несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов.

5.2. Классический метод расчета переходных процессов

[1], т.2 с. 11...44; [2], с. 198...290; [3], с. 427...528;

Определение переходных процессов. Законы коммутации. Нулевые и ненулевые начальные условия. Классический метод расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Общий путь расчета переходных процессов классическим методом. Определение постоянных интегрирования из начальных условий. Переходные процессы в цепях с последовательным соединением элементов R,L и R,C при включении к источнику постоянного и синусоидального напряжения. Расчет переходных процессов при подключении цепей R,L и R,C к разрядному сопротивлению. Аперриодический и колебательный переходные процессы в цепях с последовательным соединением элементов R,L,C . Расчет переходных процессов в сложных электрических цепях. Основные положения метода переменных состояния. Составление дифференциальных уравнений состояния и их решение методами численного интегрирования с помощью ЭВМ.

5.3. Операторный метод расчета переходных процессов

[1], т. 2, с. 87...102; [2], с. 268...282

Операторный метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях. Прямое и обратное преобразование Лапласа. Операторное изображение напряжений и токов как функций времени, их производных и интегралов. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Эквивалентные операторные схемы. Основные этапы расчета переходных процессов в линейных электрических цепях операторным методом. Переход от изображений к оригиналу. Теорема разложения.

Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные при постоянном токе

6.1 . Нелинейные электрические цепи при постоянном токе

[1], т. 2, с. 317...378; [2], с. 361,375...383

Особые свойства нелинейных электрических цепей. Нелинейные элементы электрических цепей. Расчет электрической цепи постоянного тока при последовательном, параллельном и смешанном соединениях нелинейных элементов. Расчет электрических цепей, содержащих нелинейные элементы и

источники ЭДС. Метод эквивалентного генератора для расчета сложных цепей с одним и двумя нелинейными элементами. Расчет сложной электрической цепи постоянного тока численными методами. Метод последовательных приближений.

6.2. Магнитные цепи при постоянном токе

[1], т. 2, с. 386...396; [2], с. 361, 375...383

Законы и параметры магнитных цепей. Схемы замещения магнитных цепей. Расчет магнитной цепи с последовательным соединением участков. Расчет разветвленных магнитных цепей.

Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе

7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе

[1], т. 2, с. 396...417; [2], с. 361, 375...383

Периодические процессы в нелинейных электрических цепях с инерционными элементами. Особенности периодических процессов в нелинейных цепях с безынерционными элементами. Метод эквивалентных синусоид. Формы кривых тока, магнитного потока и ЭДС в катушке с ферромагнитным сердечником. Потери в сердечниках из ферромагнитного материала. Уравнения, векторная диаграмма и эквивалентная схема катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником. Комплексное магнитное сопротивление нелинейного дросселя и связь с комплексным электрическим сопротивлением на основе метода эквивалентных синусоид. Основные уравнения, векторная диаграмма и схема замещения трансформатора с ферромагнитным сердечником элементов.

7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях

[1], т. 2, с. 433...474; [2], с. 468...498

Особенности расчета переходных процессов в нелинейных цепях. Метод графического интегрирования. Приближенные аналитические методы расчета. Кусочно-линейный метод анализа нелинейных электрических цепей. Метод условной линеаризации. Метод переменных состояния. Численные методы расчета переходных процессов.

III. Электромагнитное поле

Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле.

Электростатическое поле

8.1. Общие сведения об электромагнитном поле

[1], т. 3. с. 11...32; [2], с. 210...268; [3], с. 161...174

Векторы электромагнитного поля. Напряженность и потенциал электрического поля. Магнитная индукция и магнитный поток

8.2. Электростатическое поле

[1], т. 3. с. 32...49; [2], с. 210...268; [3], с. 161...174

Исходные положения. Напряженность электрического поля. Электрическое смещение. Уравнения электростатического поля. Скалярный потенциал. Уравнения Пуассона и Лапласа. Граничные условия. Плоскопараллельное поле. Поле в неоднородной среде. Электростатическое экранирование.

Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока

9.1. Электрическое поле постоянного тока

[1], т. 3. с. 75...88; [2], с. 269...279; [3], с. 207...218; [4], с. 257...266

Исходные положения. Законы Ома, Кирхгофа и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Уравнения электрического поля в проводящей среде. Граничные условия. Аналогия с электростатическим полем. Сопротивление заземления.

9.2. Магнитное поле постоянного тока

[1], т. 3. с. 125...168; [2], с. 279...310; [3], с. 226...231; [4], с. 267...291

Исходные положения. Индукция и напряженность магнитного поля. Закон полного тока в интегральной и дифференциальной формах. Вихревое и потенциальное поля. Принцип соответствия плоскопараллельных электрических и магнитных полей. Магнитное экранирование.

Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи

10.1. Методы расчета и моделирование статических полей

[1], т. 3. с. 60...78, [2], с. 227...229, 251...254, 297...303;

[3], с. 252...255, 263...268

Метод зеркальных изображений. Метод разделения переменных. Приближенные методы расчета полей. Графический метод построения картины поля. Формулировка интегральных уравнений и методы их решения. Метод конформных отображений. Моделирование полей.

10.2. Электромагнитные свойства среды

[1], т. 3. с. 84...92, 171...182, [2], с. 251...269, с. 311...324

Макроскопические параметры среды. Связь векторов поля в поляризуемых средах. Электростатическая модель диэлектрической среды. Разграничение материала по электропроводности.

10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи

[1], т. 3. с. 84...92, 171...182, [2], с. 251...269, с. 311...324

Расчет электрической емкости. Уравнения, выражающие связь между зарядами и потенциалами в системе тел. Частичные емкости. Метод средних потенциалов. Приближенные методы расчета емкостей. Сопротивление заземления. Расчет индуктивности. Общее выражение взаимной и собственной индуктивностей в однородной среде. Метод участков для расчета индуктивностей. Энергия электрического и магнитного полей и ее преобразование. Механические проявления электрического и магнитного полей.

Раздел 11. Переменное электромагнитное поле

11.1. Квазистатическое электромагнитное поле

[1], т. 3. с. 201...230; [2], с. 326...359; [3], с. 274...284;

Условия квазистатичности. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Уравнения Максвелла в символической форме записи. Уравнения Максвелла в проводящей среде. Плоская элек-

тромагнитная волна в однородном диэлектрике. Скорость распространения электромагнитной волны. Длина волны. Граничные условия. Отражение и преломление электромагнитных волн на границе раздела двух сред. Теорема Умова-Пойнтинга. Передача энергии вдоль проводов линии и коаксиального кабеля.

11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде

[1], т. 3. с. 238...268; [2], с. 367...401; [3], с. 284...303

Плоская электромагнитная волна в проводящей среде. Длина волны и затухание волны в проводящей среде. Поверхностный эффект. Эквивалентная глубина проникновения и ее зависимость от частоты и параметров среды. Неравномерное распределение переменного магнитного потока в плоском листе. Неравномерное распределение тока в цилиндрическом проводе кругового сечения. Активное и внутреннее индуктивное сопротивления проводов кругового сечения. Эффект близости. Электромагнитное экранирование. Индукционный нагрев металлов. Понятие о магнитогидродинамике. Электромагнитное поле в нелинейной ферромагнитной среде.

11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах

[1], т. 3. с. 238...268; [2], с. 367...401

Поверхностный эффект в электротехнических устройствах. Поверхностный электрический эффект в прямоугольной шине и в круговом цилиндрическом проводнике. Поверхностный магнитный эффект в плоском ферромагнитном листе. Эффект близости для двух параллельных токопроводящих шин. Распространение электромагнитного поля в коаксиальном кабеле.

Заключение

Значение дисциплины «Теоретические основы электротехники» для современного инженера. Перспективы и направления развития в исследовании и изучении в области электротехники, электроэнергетики и других направлений, связанных с электротехникой.

2.2. Тематический план дисциплины

2.2.1. Тематический план дисциплины «ТОЭ» для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		Самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	28	5	16	8	16	8	54				
1	Введение.	2							2				
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	4						8				
3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики									1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока				4	4				1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока.			2	4		4			1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	8						10				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока				4	4	4	4		2.1		№ 3	№ 2
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			1						2.2		№ 4	
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32	8						20				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики						4			3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи									3.2			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	8						14				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			2	4		4	4		4.1	№ 1	№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих									4.2			
15	4.3. Цепи с распределенными параметрами									4.3			
II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи													
	Всего	135	24	9	16	8	16	8	54				
16	Введение	2							2				
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	10						1				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			2	4					5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов			2	4	4	8	4		5.2		№ 7	№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов			2	4					5.3		№ 8	
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе	44	8						18				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			2			4	4		6.1			№ 9
23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе				4	4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	6						33	7			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			1			4						№ 12
26	7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях										№ 2		
III. Электромагнитное поле													
	Всего	130	24	6	16	8	16	8	52				
27	Введение	2							2				
28	Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле. Электростатическое поле	34	8						16	8			
29	8.1. Общие сведения об электромагнитном поле												
30	8.2. Электростатическое поле			2	4	4						№ 10	
31	Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока	28	4						4				
32	9.1. Электрическое поле постоянного тока						8						№ 13,14
33	9.2. Магнитное поле постоянного тока				4		4	4				№ 11	№ 15
34	Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи	32	4						22	10			
35	10.1. Методы расчета и моделирование статических полей												
36	10.2. Электромагнитные свойства среды.				4							№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи			2									

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле.	34	8						8	11			
39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле												
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2	4	4	4	4				№ 13	№ 16,17
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

**2.2.2. Тематический план дисциплины
«ТОЭ» для очно-заочной формы обучения**

№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		Самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					
	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	12	17	12	16	8	16	54				
1	Введение.	2							2				
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	2						6				
3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики			2						1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока			2	4					1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока.			2		4	4	4		1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	4						15				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока			2	4	4		4		2.1		№ 3	№ 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			2						2.2			
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32	2						20				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики					4		4		3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи			2						3.2			
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	4						11				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			2	4	4	4	4		4.1		№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих			2						4.2			
15	4.3. Цепи с распределенными параметрами			1						4.3	№ 1		

II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи

	Всего	135	12	17	12	16	8	16	54				
16	Введение	2							2				
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	6						5				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			2	4	4				5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов				4	4	4	8		5.2		№ 7	№№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов					4				5.3		№ 8	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе	44	2						18				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			4	4		4	4		6.1			№ 9
23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе.			4		4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	4						29	7			
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			4				4					№ 12
26	7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях			3							№ 2		
III. Электромагнитное поле													
	Всего	130	12	18	12	16	12	8	52				
27	Введение	2							2				
28	Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле. Электростатическое поле	34	3						13	8			
29	8.1. Общие сведения об электромагнитном поле			4									
30	8.2. Электростатическое поле			6	4	4						№ 10	
31	Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока	28	3						5	9			
32	9.1. Электрическое поле постоянного тока			2			4	4					№ 13
33	9.2. Магнитное поле постоянного тока			2	4	4						№ 11	№ 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
34	Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи	32	3						23	10			
35	10.1. Методы расчета и моделирование статических полей												
36	10.2. Электромагнитные свойства среды			2		4						№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи												
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле	34	3						9	11			
39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле												
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2	4	8	4	4				№ 13	№ 16,17
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

2.2.3. Тематический план дисциплины «ТОЭ» для заочной формы обучения

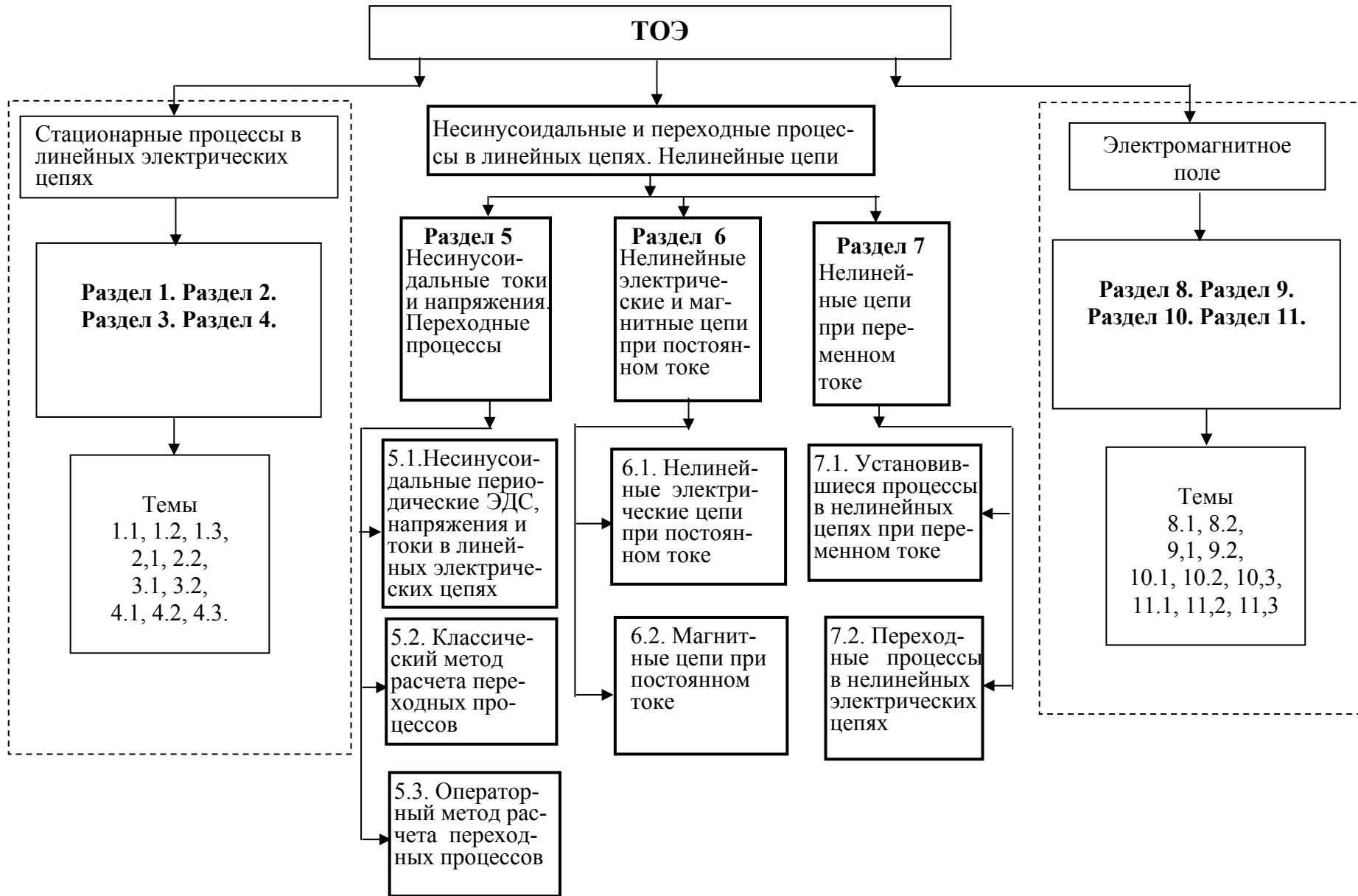
№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		Самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					
	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	6	33	6	16	4	16	54				
1	Введение	2							2				

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	2						8				
3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики			2						1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока					4				1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока			4	2		4	4		1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	2						13				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока			4	4	4		4		2.1		№ 3	№ 2
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			4						2.2		№ 4	
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32							16				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики			4		4		4		3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи			4						3.2			
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	2						15				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			4		4		4		4.1		№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих			4						4.2			
15	4.3. Цепи с распределенными параметрами			3						4.3	№ 1		
II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи													
	Всего	135	6	33	6	16	4	16	54				
16	Введение	2							2				

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	2						1				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			4	2	4				5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов			4	4	4	4	8		5.2		№ 7	№№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов			4		4				5.3		№ 8	
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи постоянного тока	44	2						22				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			6				4		6.1			№ 9
23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе			6		4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	2						29	7			
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			5				4					№ 12
26	7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях.			4							№ 2		
III. Электромагнитное поле													
	Всего	130	4	30	4	16	8	16	52				
27	Введение	2							2				
8	Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле. Электростатическое поле	34	2						14	8			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
29	8.1. Общие сведения об электромагнитном поле			4									
30	8.2. Электростатическое поле			6	4	4						№ 10	
31	Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока	28	1						3	9			
32	9.1. Электрическое поле постоянного тока							8					№ 13,14
33	9.2. Магнитное поле постоянного тока			4		4	4	4				№ 11	№ 15
34	Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи	32							16	10			
35	10.1. Методы расчета и моделирование статических полей			4									
36	10.2. Электромагнитные свойства среды			4		4						№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи			4									
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле.	34	1						17	11			
39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле			2									
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2		4	4	4				№ 13	№ 16
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

2.3. Структурно-логическая схема дисциплины «ТОЭ»



2.4. Временной график изучения дисциплины
«ТОЭ. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях.
Нелинейные цепи»
 при использовании информационно-коммуникационных технологий

№	Название раздела	Продолжительность изучения раздела (дней) (из расчета – 4 часа в день)		
		Формы обучения		
		Очная	Очно-заочная	Заочная
1	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	11	11	11
2	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе	11	11	11
3	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	11	11	11
4	Контрольная работа		3	3
5	Итого	33	36	36

2.5. Практический блок
 для дисциплины «ТОЭ. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи»

2.5.1. Практические занятия
 Специальность 140211.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование практических занятий	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Тема 5.1	№ 6. Расчет несинусоидальных процессов в линейных электрических цепях	4	–	4	4	–	4
Тема 5.2	№ 7. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Классический метод	4	4	4	4	6	4
Тема 5.3	№ 8. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Операторный метод	4	–	4	4	–	4
Тема 6.2	№ 9. Расчет магнитных цепей постоянного тока	4	4	–	4	–	4

Лабораторные работы
 Специальность 140211.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование лабораторной работы	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы							
5.2. Классический метод расчета переходных процессов	№ 7. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления с катушкой индуктивности и активного сопротивления с конденсатором	4	4	4	4	4	4
	№ 8. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления, катушки индуктивности и конденсатора	4	–	–	4	–	4
Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе							
6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе	№ 9. Нелинейные элементы в цепях постоянного и переменного тока	4	4	4	4		4
Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе							
7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе	№ 12. Исследование выпрямительных цепей с емкостным фильтром	4	–	–	4	–	4

2.5.2. Практические занятия
 Специальности 140601.65, 140602.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование практических занятий	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Тема 5.1	№ 6. Расчет несинусоидальных процессов в линейных электрических цепях	4	4	4	4	2	4
Тема 5.2	№ 7. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Классический метод	–	–	–	4	–	4
Тема 5.3	№ 8. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Операторный метод	–	–	–	4	–	4
Тема 6.2	№ 9. Расчет магнитных цепей постоянного тока	4	4	–	4	–	4

Лабораторные работы
 Специальности 140601.65, 140602.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование лабораторной работы	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы							
5.2. Классический метод расчета переходных процессов	№ 7. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления с катушкой индуктивности и активного сопротивления с конденсатором	4	4	4	4	4	4
	№ 8. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления, катушки индуктивности и конденсатора	4	–	–	4	–	4

Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе							
6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе	№ 10. Исследование явления феррорезонанса напряжений	4	4	–	4	–	4
Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе							
7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе	№ 12. Исследование выпрямительных цепей с емкостным фильтром	4	–	–	4	–	4

2.5.3. Практические занятия

Специальность 210106.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование практических занятий	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Тема 5.1	№ 6. Расчет несинусоидальных процессов в линейных электрических цепях	4	4	4	4	2	4
Тема 5.2	№ 7. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Классический метод	–	–	–	4	–	4
Тема 5.3	№ 8. Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Операторный метод	–	–	–	4	–	4
Тема 6.2	№ 9. Расчет магнитных цепей постоянного тока	4	4	–	4	–	4

Лабораторные работы
 Специальность 210106.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование лабораторной работы	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы							
5.2. Классический метод расчета переходных процессов	№ 7. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления с катушкой индуктивности и активного сопротивления с конденсатором	4	4	4	4	4	4
	№ 8. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления, катушки индуктивности и конденсатора	4	–	–	4	–	4
Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе							
6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе	№ 9. Нелинейные элементы в цепях постоянного и переменного тока	–	–	4	4	–	4
6.2. Магнитные цепи при постоянном токе	№ 11. Исследование управляемой нелинейной индуктивности	4	4	–	–	–	–
Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе							
7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе	№ 12. Исследование выпрямительных цепей с емкостным фильтром	4	–	–	4	–	4

2.6. Рейтинговая система оценки знаний для дисциплины

**«ТОЭ. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях.
Нелинейные цепи»**

Лекционные занятия – 60 баллов.

Весь материал разбит на 7 лекционных тем, по которым составлено 6 тестов. Каждый тест состоит из 10 вопросов. За каждый правильный ответ теста – 1 балл; за все правильные ответы одного теста – 10 баллов.

Итого максимальное количество баллов за 6 тестов \times 10 баллов = 60 баллов.

Практические, лабораторные занятия, контрольная работа – 40 баллов.

Правильное выполнение всех практических занятий оценивается в 10 баллов.

Правильное выполнение всех лабораторных занятий оценивается в 10 баллов.

Правильное выполнение всех задач в контрольной работе оценивается в 20 баллов.

Количество баллов может снижаться в зависимости от количества неправильно выполненных заданий и если получается дробное число то оно округляется до целого в большую сторону. Например, за 1 правильно выполненное практическое задание, состоящее из 4 заданий, имеем $10 \cdot 1/4 = 2,5$ балла, получаем 3 балла.

Итого каждый студент может получить не более 100 баллов.

Оценка результатов обучения проводится в соответствии со следующей схемой

Ранжирование результатов

Оценка	Количество набранных баллов
Удовлетворительно (зачтено)	60...79
Хорошо	80...89
Отлично	90...100

3. Информационные ресурсы дисциплины

3.1. Библиографический список

Основной:

1. Теоретические основы электротехники. / К. С. Демирчан, П. В. Коровкин, Л.Р. Нейман, В. Л. Чечурин. Т.2. – СПб.: Питер, 2007.
2. Башарин, С. А. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля.: учеб. пособие для вузов. / С. А Башарин, В. В. Федоров. – М.: Академия, 2007.

Дополнительный:

3. Виноградов, А. Л. Теоретические основы электротехники. Методы расчета переходных процессов в линейных электрических цепях: письменные лекции /А. Л. Виноградов. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2001.
4. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2002.

3.2. Опорный конспект

Введение

В результате изучения данной дисциплины Вы овладеете научными знаниями по основным вопросам электротехники и тем самым обеспечите себе базовую электротехническую подготовку, необходимую для изучения последующих дисциплин.

Изучение дисциплины в соответствии с рабочей программой осуществляется с дифференциацией по специальностям (см. рабочую программу).

В начале каждой темы указываются ключевые вопросы этой темы, входящие в экзаменационные билеты.

После теоретического материала каждой темы раздела приводятся вопросы для самопроверки. Они не оцениваются, но включают аналогичные вопросы, на которые Вам придется отвечать при сдаче тестов, а потом и экзаменов. Поэтому советуем Вам отвечать на все вопросы для самопроверки. Для многих тем приводятся тренировочные тесты с ответами для пробного самотестирования. Они также не оцениваются, но помогают ответить на вопросы тестов по теме.

Для студентов, занимающихся по дистанционной форме обучения, разработаны тесты и рейтинговая система оценки знаний. Поэтому, прежде чем приступать к изучению дисциплины, ознакомьтесь с этой системой, которая находится в блоке «Рабочие учебные материалы» в параграфе 2.6.

По этой системе каждая тема завершается контрольным тестом. Исключение имеют темы седьмого раздела: для них имеется один общий тест. На основные темы имеются репетиционные тесты, которые предоставляются Вам по Вашему запросу тьюторами, и время ответа на них не ограничено. Для контрольных тестов имеется ограничение по времени. В случае превышения контрольного времени ответа набранные Вами баллы обнуляются. Студенты других форм обучения могут использовать тесты для самопроверки.

РАЗДЕЛ 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы

5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях

В теме 5.1 рассматриваются вопросы, входящие в четвертый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 5.1.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- разложение несинусоидальной периодической функции в ряд Фурье;
- действующие значения несинусоидальных периодических токов и напряжений;
- мощность в цепи при несинусоидальном токе и напряжении;
- расчет линейных цепей с несинусоидальными ЭДС.

5.1.1. Общие положения

Несинусоидальными периодическими токами и напряжениями называются токи и напряжения, изменяющиеся во времени по несинусоидальному периодическому закону. Они могут возникать в следующих случаях:

1. Источник ЭДС (тока) вырабатывает несинусоидальную ЭДС (ток), а все элементы цепи линейны.

2. Источник ЭДС (тока) вырабатывает синусоидальную ЭДС (ток), а один или несколько элементов цепи не линейны.

3. Источник ЭДС (тока) вырабатывает постоянную или синусоидальную ЭДС (ток), а параметры одного или нескольких элементов цепи изменяются периодически во времени.

Расчет таких цепей можно свести к уже хорошо знакомым нам методам расчета цепей с постоянными и синусоидальными ЭДС. Для этого надо разложить несинусоидальную кривую на постоянную и гармонические составляющие.

5.1.2. Разложение несинусоидальной периодической функции в ряд Фурье

Пусть нам дана несинусоидальная периодическая функция, т. е. функция, подчиняющаяся закону

$$f(\omega t) = f(\omega t + 2\pi).$$

Из курса математики известно, что всякая несинусоидальная периодическая функция, удовлетворяющая условиям Дирихле, т. е. имеющая за период конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов, может быть разложена в тригонометрический ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A_0 + A_k \sin(k\omega t + \psi_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (5.1)$$

где A_0 – постоянная составляющая, равная среднему значению функции за период. $A_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ – основная, или первая, гармоника. Она имеет тот же период $T = 2\pi/\omega$, что и данная несинусоидальная функция. Все остальные гармоники,

имеющие частоту, не равную частоте ω , называются высшими гармониками. Номер гармоники означает, во сколько раз угловая частота больше основной частоты ω . Следует отметить, что число гармоник стремится к бесконечности, а амплитуды по мере увеличения номера гармоники уменьшаются и стремятся к нулю $U_{mn} \rightarrow 0$. Ряд Фурье (5.2) можно записать и в другом виде, если воспользоваться тригонометрической формулой

$$A_k \sin(k\omega t + \psi_k) = A_k \cos\psi_k \sin k\omega t + A_k \sin\psi_k \cos k\omega t = B_k \sin k\omega t + C_k \cos k\omega t, \quad (5.2)$$

$$\text{где } B_k = A_k \cos\psi_k, \quad C_k = A_k \sin\psi_k. \quad (5.3)$$

На основании (5.3) ряд (5.2) примет вид:

$$f(\omega t) = A_0 + B_1 \sin\omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + C_1 \cos\omega t + C_2 \cos 2\omega t + \dots \quad (5.4)$$

Коэффициенты ряда (5.4) могут быть определены с помощью следующих интегралов:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d\omega t, \quad B_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d\omega t, \quad C_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d\omega t.$$

Переход от первой формы ряда (5.2) ко второй форме ряда (5.4) осуществляется с помощью соотношений (5.3), а обратный переход от ряда (5.4) к ряду (5.2) – с помощью соотношений

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \psi_k = \arctg \frac{C_k}{B_k}.$$

Если несинусоидальная периодическая функция с тем или иным видом симметрии, то при ее разложении в ряд Фурье отсутствуют некоторые составляющие ряда. В табл.5.1 приводятся функции с различными видами симметрии и соответствующие им особенности при разложении этих функций в ряд Фурье.

5.1.3. Действующие значения несинусоидальных периодических токов и напряжений

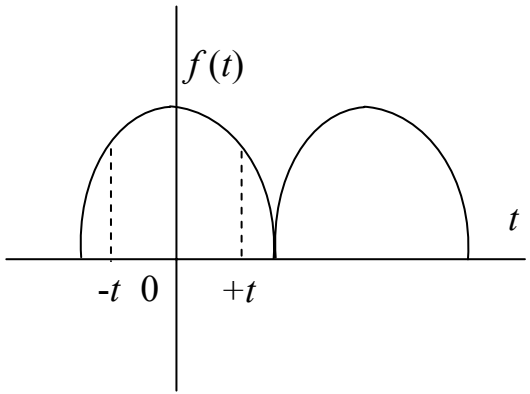
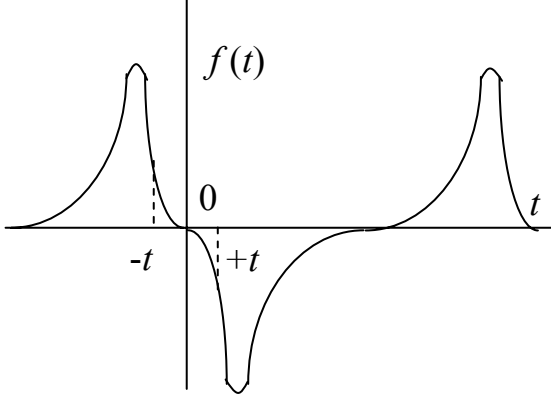
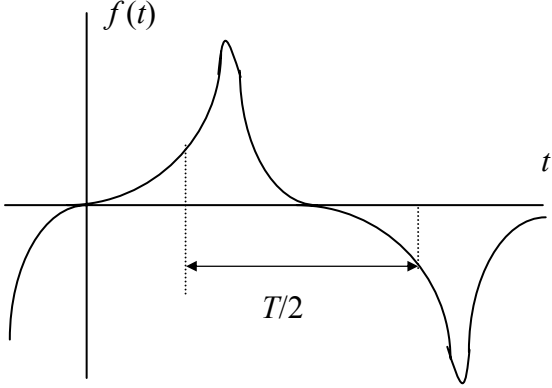
Известно, что действующим значением тока или напряжения называется среднеквадратичное значение их за период, т. е.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (5.5)$$

Примем, что ток несинусоидальный:

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots = I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}) + I_{m2} \sin(2\omega t + \psi_{i2}) + \dots \quad (5.6)$$

Таблица 5.1

№ п.п	Кривая симметрична относительно	Математическое условие симметрии	Особенности разложения
1	<p style="text-align: center;">Оси ординат</p> 	$f(t) = f(-t)$	<p>Отсутствуют синусоидальные гармоники ($B_k = 0$)</p>
2	<p style="text-align: center;">Начала ординат</p> 	$f(t) = -f(-t)$	<p>Отсутствуют постоянная составляющая и косинусоидальные гармоники ($A_0 = C_k = 0$)</p>
3	<p style="text-align: center;">Оси абсцисс</p> 	$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right)$	<p>Отсутствуют постоянная составляющая и четные синусоидальные и косинусоидальные гармоники ($A_0 = B_k = C_k = 0$)</p>

Тогда при подстановке (5.6) в (5.5) получаем (вывод можно посмотреть в рекомендованной литературе [1], [2]).

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}, \quad (5.7)$$

аналогично для напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}. \quad (5.8)$$

Пример 5.1. Мгновенное значение несинусоидального тока представлено в виде ряда:

$$i = 12 + 6 \sin(\omega t + \pi/3) + 4 \sin(2\omega t + \pi/4).$$

Требуется найти действующее значение тока.

Решение. Действующее значение несинусоидального тока определим по выражению (5.7):

$$I = \sqrt{12^2 + \frac{6^2}{2} + \frac{4^2}{2}} = 13,1 \text{ А.}$$

5.1.4. Мощность в цепи при несинусоидальных токе и напряжении

Пусть на входе цепи имеется несинусоидальное напряжение и ток:

$$u = U_0 + u_1 + u_2 + \dots; \quad i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots \quad (5.9)$$

Известно, что активная мощность цепи равна

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt. \quad (5.10)$$

При подстановке (5.9) в (5.10) получим

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (U_0 + u_1 + u_2 + \dots)(I_0 + i_1 + i_2 + \dots) dt \quad (5.11)$$

Из (5.11) получаем формулу для расчета активной мощности при несинусоидальных токе и напряжении:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + \dots \quad (5.12)$$

Активная мощность при несинусоидальном режиме согласно (5.12) равна сумме постоянной мощности и активных мощностей всех гармоник.

Полной мощностью называется произведение действующих значений несинусоидальных напряжения и тока

Для периодических несинусоидальных процессов вводят понятие о коэффициенте мощности λ , определяя его из соотношения

$$P = UI \lambda, \quad (5.13)$$

т. е.

$$\lambda = \frac{P}{UI} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} P_k}{\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2} \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}}.$$

По аналогии с синусоидальным током вводят понятие о реактивной мощности Q , которая определяется как сумма реактивных мощностей отдельных гармоник:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k. \quad (5.14)$$

Пример 5.2. Известны несинусоидальные ток i и напряжение u на входе цепи:

$$i = 18\sqrt{2} \sin(\omega t + 20^\circ) + 12\sqrt{2} \sin(3\omega t + 13^\circ) + 4\sqrt{2} \sin(5\omega t - 17^\circ),$$

$$u = 10 + 20\sqrt{2} \sin(\omega t + 35^\circ) + 14\sqrt{2} \sin(3\omega t + 63^\circ) + 8\sqrt{2} \sin(5\omega t + 37^\circ).$$

Требуется определить: активную, реактивную, полную мощности и коэффициент мощности.

Решение. Действующие значения тока и напряжения равны

$$I = \sqrt{18^2 + 12^2 + 4^2} = 22 \text{ А}, \quad U = \sqrt{10^2 + 20^2 + 14^2 + 8^2} = 27,6 \text{ В}.$$

Полная мощность: $S = UI = 22 \cdot 27,6 = 607 \text{ ВА}$.

Активная мощность:

$$\begin{aligned} P &= U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + U_5 I_5 \cos \varphi_5 = \\ &= 10 \cdot 0 + 20 \cdot 18 \cos 15^\circ + 14 \cdot 12 \cos 50^\circ + 8 \cdot 4 \cos 54^\circ = 488,7 \text{ В}. \end{aligned}$$

Реактивная мощность:

$$\begin{aligned} Q &= U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_3 I_3 \sin \varphi_3 + U_5 I_5 \sin \varphi_5 = \\ &= 20 \cdot 18 \sin 15^\circ + 14 \cdot 12 \sin 50^\circ + 8 \cdot 4 \sin 54^\circ = 247 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Коэффициент мощности: $\lambda = P/S = 487,7/607 = 0,8$.

5.1.5. Расчет линейных цепей с несинусоидальными ЭДС

Расчет основан на принципе наложения, а именно мгновенное значение несинусоидального тока в любой ветви в данный момент времени равно алгебраической сумме мгновенных значений отдельных гармоник тока в данный момент времени. В результате этого расчет можно свести к решению n задач с синусоидальными ЭДС (n – число гармоник) и одной задачи с постоянной ЭДС.

Весь расчет можно разделить на следующие этапы:

1. Разложение несинусоидальных источников ЭДС в ряд Фурье, т. е. на постоянную и гармонические составляющие. При этом в зависимости от симметрии кривой ЭДС в ней может отсутствовать постоянная составляющая.

2. Расчет постоянной составляющей тока, если в разложении присутствует постоянная составляющая ЭДС.

3. Расчет мгновенных значений гармоник тока i_k комплексным методом.

4. Суммирование мгновенных значений тока отдельных гармоник и постоянной составляющей $i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k$.

При расчете постоянной составляющей тока необходимо учесть, что индуктивное и емкостное сопротивления соответственно равны

$$X_{L0} = 0, \quad X_{C0} = \infty, \quad (5.15)$$

так как постоянную составляющую можно представить процессом, у которого частота $\omega \rightarrow 0$ или $\omega = 0$.

При расчете гармонических составляющих тока необходимо учесть, что индуктивное и емкостное сопротивления зависят от частоты, т. е. от номера гармоники:

$$X_{Lk} = k\omega L = kX_{L1}, \quad X_{Ck} = 1/k\omega C = X_{C1}/k. \quad (5.16)$$

Активное сопротивление в диапазоне низких частот, что имеет место в электротехнике, практически не зависит от частоты и остается таким же, как и при постоянном токе.

Комплексный метод применим к каждой синусоидальной гармонике с учетом ее номера, т. е. необходимо учитывать соотношения (5.16).

Следует отметить, что если гармоники заданы в виде косинуса или синуса с отрицательной амплитудой, то их следует преобразовать в синусы с положительными амплитудами, воспользовавшись известными соотношениями:

$$-\sin \alpha = \sin(\alpha + 180^\circ); \quad \pm \cos \alpha = \sin(\alpha \pm 90^\circ).$$

Векторные диаграммы имеют смысл только для отдельных гармоник.

Пример 5.3. (этот пример аналогичен задаче 1 из контрольной работы и задачам, предлагаемым на зачете). Для цепи рис. 5.1 дано $X_{L1} = \omega L = 3$ Ом, $R = X_{C1} = 1/\omega C = 4$ Ом; $u = 10 + 5\sqrt{2} \sin \omega t + 2\sqrt{2} \sin 3\omega t$.

Требуется определить действующее и мгновенные значения тока на входе цепи и активную мощность.

Решение 1. Постоянная составляющая тока равна

$$I_0 = U_0 / R = 10/4 = 2,5 \text{ А.}$$

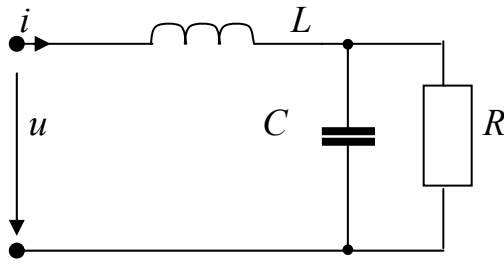


Рис. 5.1

2. Действующее и мгновенные значения тока первой гармоники найдем комплексным методом:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1}; \dot{U}_1 = 5; \underline{Z}_1 = jX_{L1} - \frac{jRX_{C1}}{R - jX_{C1}} = j3 - \frac{j16}{4 - j4} = j3 - \frac{-64 + j64}{4^2 + 4^2} = 2 + j;$$

$$\dot{I}_1 = \frac{5}{2 + j} = 2 - j; I_1 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ А}; i_1 = \sqrt{10} \sin(\omega t - 0,46) \text{ А.}$$

4. Определим действующее и мгновенные значения тока третьей гармоники:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3}; \dot{U}_3 = 2; \underline{Z}_3 = j3X_{L3} - \frac{jR \frac{X_{C1}}{3}}{R - j \frac{X_{C1}}{3}} = j9 - \frac{j5,3}{4 - j4} = 0,39 + j12,1;$$

$$\dot{I}_3 = \frac{2}{0,39 + j12,1} = 0,005 - j0,16; I_3 = 0,16 \text{ А}; i_3 = \sqrt{0,32} \sin(3\omega t - 1,57) \text{ А.}$$

5. Действующее значение тока на входе цепи

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{6,25 + 5 + 0,0256} = 3,3 \text{ А.}$$

6. Мгновенное значение тока на входе цепи

$$i = I_0 + i_1 + i_3 = 2,5 + \sqrt{10} \sin(\omega t - 0,46) + \sqrt{0,32} \sin(3\omega t - 1,57) \text{ А.}$$

7. Активная мощность

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 10 \cdot 2,5 + 5 \cdot 2,23 \cos 0,46 + 2 \cdot 0,16 \cos 1,57 = 36,2 \text{ Вт.}$$

Вопросы для самопроверки

1. От чего зависит состав гармоник несинусоидального напряжения?
2. Какие математические функции можно разложить в ряд Фурье?
3. Как определить действующие значения тока, напряжения, ЭДС?

4. Как определяется коэффициент мощности в цепях с несинусоидальными токами?
5. Чему равны индуктивное и емкостное сопротивления в цепи постоянного тока?
6. Какова зависимость индуктивного и емкостного сопротивлений от частоты?
7. Какой принцип положен в основу расчета несинусоидальных периодических токов?
8. Какие составляющие тока можно рассчитывать комплексным методом?

Ответьте на вопросы теста 5.1

5. 2. Классический метод расчета переходных процессов

В теме 5.2 рассматриваются вопросы, входящие в пятый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 5.2.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- законы коммутации и начальные условия;
- классический метод расчета переходных процессов;
- расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии;
- расчет переходных процессов в цепях второго порядка

5.2.1. Общие положения

В предшествующих разделах курса рассматривались установившиеся процессы в цепях с сосредоточенными параметрами. Напомним, что цепи с сосредоточенными параметрами – это такие цепи, для которых с достаточной степенью точности можно считать, что электрическое поле, магнитное поле и выделение тепла сосредоточены на отдельных участках цепи, т. е. параметрам R , C , L отводится определенное отдельное место, при этом их геометрические размеры не учитываются.

Установившимся процессом, или режимом называется такой процесс, который протекает в рассматриваемый момент времени при условии, что все изменения (включение или отключение источников, нагрузки, изменение параметров цепи и др.) происходили теоретически при $t = -\infty$, практически при достаточно большом времени в прошлом.

Переходный процесс в электрической цепи – это переход от одного установившегося режима к другому, отличному от первого. Такие процессы имеют место при коммутации, т. е. при включении или отключении электрических цепей, при достаточно быстром изменении величины и формы напряжения и параметров цепи. Возникновение переходных процессов обусловлено свойством реактивных элементов индуктивности и емкости накапливать энергию электромагнитного поля и возвращать ее во внешнюю цепь в достаточно короткий промежуток времени.

На схеме обычно коммутация указывается в виде рубильника со стрелкой. На рис. 5.2,а стрелка означает включение рубильника, стрелка

на рис. 5.2,б – отключение.

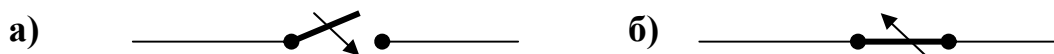


Рис. 5.2

Весь процесс в электрических цепях можно разделить на три режима:

1. Начальный установившийся режим, который имел место до коммутации.
2. Переходный режим. За его начало обычно принимается момент времени $t = 0$.
3. Конечный установившийся режим после коммутации, который наступает теоретически при $t = +\infty$, а практически, как будет показано ниже, через сравнительно короткое время.

Длительность переходного процесса исчисляется обычно весьма малыми долями секунды, но токи и напряжения за это время могут достигнуть значений значительно больших величин, чем в установившемся режиме, а это может привести к повреждению электрооборудования. Кроме того, в таких областях техники, как электроника, радиотехника, автоматика и др., важно знать о характере переходных процессов, что позволяет определить характеристики систем.

Следовательно, изучение и расчет переходных режимов являются актуальной задачей.

Прежде чем приступить к расчету переходных процессов, рассмотрим два важных вопроса: законы коммутации и начальные условия.

5.2.2. Законы коммутации. Начальные условия

Переходные процессы связаны с изменением магнитной энергии в индуктивности L и электрической энергии в емкости C и запасом этих энергий на момент коммутации.

Энергия магнитного поля в индуктивности

$$W_M = \frac{Li_L^2}{2} = \frac{\psi^2}{2L} \quad (5.17)$$

и энергия электрического поля в емкости

$$W_{\mathcal{E}} = \frac{Cu_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \quad (5.18)$$

не могут изменяться мгновенно, так как для мгновенного изменения энергии потребовались бы бесконечно большие мощности источников, что физически невозможно.

Из соотношения (5.17) следует, что ток и потокосцепление в индуктивности не могут изменяться скачком (мгновенно). Это положение известно под названием **первого закона коммутации**. Из соотношения (5.18) следует, что напряжение на емкости и его заряд не могут изменяться скачком (мгновенно). Это положение называется **вторым законом коммутации**.

Для учета влияния энергетического состояния цепи на момент коммутации и для записи законов коммутации введем понятия тока $i_L(-0)$ в индуктивности и напряжения $u_C(-0)$ на емкости в последний момент перед коммутацией, а также понятия тока $i_L(+0)$ в индуктивности и напряжения $u_C(+0)$ на емкости в первый момент после коммутации. Напомним, что за момент коммутации принято время $t = 0$. В соответствии с этим законы коммутации можно записать в виде:

$$\text{первый закон коммутации} \quad i_L(-0) = i_L(+0) \text{ или } \psi(-0) = \psi(+0); \quad (5.19)$$

$$\text{второй закон коммутации} \quad u_C(-0) = u_C(+0) \text{ или } q(-0) = q(+0). \quad (5.20)$$

Заметим, что напряжение на индуктивности и ток в емкости могут изменяться мгновенно.

Если цепь содержит только активные сопротивления, то запасенная энергия электрического и магнитного полей несоизмеримо мала с выделяющейся тепловой энергией в сопротивлениях, что обуславливает отсутствие переходных процессов в таких цепях. При этом ток и напряжения изменяются мгновенно от первоначально установившегося режима до нового установившегося режима. **Независимыми начальными условиями** принимают токи $i_L(-0)$ в индуктивностях и напряжения $u_C(-0)$ на емкостях. В дальнейшем для краткости будем их называть начальными условиями. Если $i_L(-0)=0$ и $u_C(-0)=0$, то такие начальные условия называются нулевыми. Следует отметить, что характер переходного процесса зависит от начальных условий.

5.2.3. Классический метод расчета переходных процессов

Электромагнитные процессы в электрических цепях описываются дифференциальными уравнениями, составленными согласно первому и второму законам Кирхгофа с использованием уравнений элементов. Порядок дифференциального уравнения определяется тем, сколько в цепи имеется накопителей электрической и магнитной энергии. Если требуется найти ток i_k в k -й ветви, то исключая последовательно все токи остальных ветвей, можно получить одно дифференциальное уравнение, содержащее только ток i_k и его производные

$$a_n \frac{d^n i_k}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} i_k}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{di_k}{dt} + a_0 i_k = f(t). \quad (5.21)$$

Здесь $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ - постоянные коэффициенты, значение которых зависит от конфигурации цепи. Правая часть $f(t)$ содержит в себе заданные ЭДС.

Полный интеграл дифференциального уравнения с правой частью равен сумме частного решения этого уравнения и решения того же уравнения без правой части (однородного) [1].

Частное решение уравнения (5.21) дает нам значение тока при $t = \infty$, т. е. при установившемся режиме, наступившем после коммутации. Характер и величина этой составляющей определяются внешними источниками. Поэтому ее часто называют принужденной составляющей и обозначают как i_{np} . Например, если источники постоянны, то и принужденный ток $i_{np} = \text{const}$. Если же ЭДС заданы в виде синусоидальных функций, то i_{np} также будет синусоидальной функцией. Определение i_{np} является задачей расчета установившегося режима в цепи, способы и методы которого рассматривались в предыдущих разделах курса [1], [2], [3].

Общее решение физически определяет электромагнитные процессы, происходящие в цепи при отсутствии внешних источников энергии, за счет запаса энергии в индуктивностях и емкостях, который был в начальный момент времени.

Так как в реальных цепях всегда имеет место рассеяние энергии (преобразование в тепло), то запас энергии будет со временем исчерпан и электромагнитные процессы в цепи прекратятся.

Из этого следует, что общее решение однородного уравнения должно стремиться к нулю при $t \rightarrow \infty$. Эта составляющая не зависит от внешних источников? и поэтому ее часто называют свободной составляющей и обозначают как $i_{св}$.

Общее решение однородного дифференциального уравнения n -го порядка, как известно из курса математики в случае простых корней, имеет вид

$$i_{св} = \sum_{k=1}^n A_k e^{\lambda_k t},$$

где t - время; A_k - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий; λ_k - корень характеристического уравнения

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (5.22)$$

Рассмотренный метод расчета переходных процессов называется **классическим**. Обратим внимание, что при составлении дифференциальных уравнений в качестве неизвестных необходимо принимать ток i_L в индуктивности и напряжение u_C на емкости. При таком выборе неизвестных достаточно легко на основании начальных условий и законов коммутации определить постоянные интегрирования.

5.2.3.1. Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии - индуктивностью

Электромагнитные процессы при переходном процессе в таких цепях обусловлены запасом магнитной энергии в индуктивности и ее рассеиванием в виде тепла на активных сопротивлениях. Отметим, что цепи, содержащие всего один участок с накопителем магнитной энергии (L), описываются дифференциальным уравнением первого порядка, т. е. такие уравнения содержат только одну производную di_L/dt .

При расчете установившегося режима в случае постоянных внешних ЭДС необходимо помнить, что сопротивление индуктивности постоянному току равно нулю.

Ниже рассмотрим пример. Расчет его выполнен по алгоритму, который рекомендуется к применению для других подобных задач.

Пример 5.4. Включение последовательной цепи R,L на постоянное напряжение

Последовательная цепь R,L (рис. 5.3,а) $R=100$ Ом и $L=2$ Гн подключается к постоянному напряжению $U=100$ В. Требуется определить ток и напряжение на индуктивности в переходном процессе и построить графики зависимостей $i_L(t)$, $u_L(t)$.

Решение. 1. Определяем начальное условие: $i_L(-0) = 0$, так как цепь до коммутации была отключена (принимая, что это было достаточно длительное время).

2. Изображаем электрическую цепь после коммутации (рис. 5.3,б) и на ней указываем направления токов и напряжений

3. Для схемы (рис. 5.3,б) составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_L + u_R - U = 0. \quad (5.23)$$

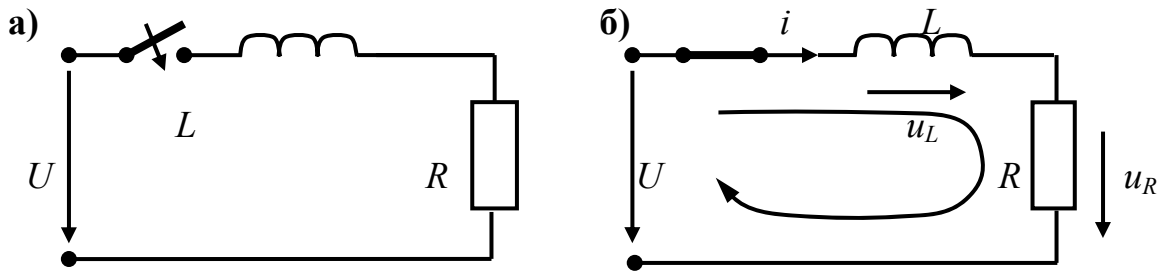


Рис. 5.3

Подставляя уравнения элементов $L di/dt$ и Ri в уравнение (5.23) и учитывая, что для последовательной цепи $i = i_L$, получим:

$$L di/dt + Ri = U. \quad (5.24)$$

Уравнение (5.24) – линейное дифференциальное уравнение первого порядка.

4. Решение уравнения (искомый ток переходного процесса) ищем в виде

$$i = i_{np} + i_{св}. \quad (5.25)$$

5. Определяем i_{np} , который представляет собой установившийся постоянный ток в цепи. Находим его по закону Ома, учитывая при этом, что индуктивное сопротивление при постоянном токе равно нулю:

$$i_{np} = U/R = 100/100 = 1 \text{ А.}$$

6. Составляем однородное дифференциальное уравнение:

$$L di_{св}/dt + Ri_{св} = 0,$$

решением которого будет функция $i_{св} = Ae^{\lambda t}$.

7. Составляем характеристическое уравнение для определения λ :

$$L\lambda + R = 0,$$

корень, которого равен $\lambda = -R/L = -100/2 = -50 \text{ с}^{-1}$.

Величина $\tau = |1/\lambda| = 0,02 \text{ с}$ называется постоянной времени цепи и имеет размерность времени.

8. Запишем решение (ток в переходном процессе):

$$i = i_{np} + i_{св} = 1 + Ae^{-50t}. \quad (5.26)$$

9. Согласно первому закону коммутации и начальным условиям

$$i_L(-0) = i_L(+0) = i(0) = 0.$$

10. Определим постоянную интегрирования A путем подстановки в уравнение (5.26) $t = 0$ и, учитывая условие п. 9, получим

$$i(0) = \frac{U}{R} + Ae^{-\frac{R}{L} \cdot 0} = 1 + Ae^{-50 \cdot 0}; \quad 0 = 1 + Ae^{-50 \cdot 0}; \quad A = -1.$$

Ток в переходном процессе

$$i = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 1 - e^{-50t} \text{ А.} \quad (5.27)$$

11. Напряжение на индуктивности можно определить по уравнению

$$u_L = U - u_R = U - Ri = 100 - 100(1 - e^{-50t}) = 100e^{-50t} \text{ В.} \quad (5.28)$$

Графики переходных процессов в соответствии с (5.27), (5.28) представлены на рис. 5.4. Постоянную времени τ можно определить графически. Для этого к любой точке функции i_L проводят касательную, тогда длина подкасательной на оси времени даст в том же масштабе, что и время, постоянную времени τ . За длительность переходного процесса принимают время, равное $t = (4 \div 5)\tau$. За это время величина тока в переходном процессе будет отличаться от установившегося значения тока менее чем на 1 %.

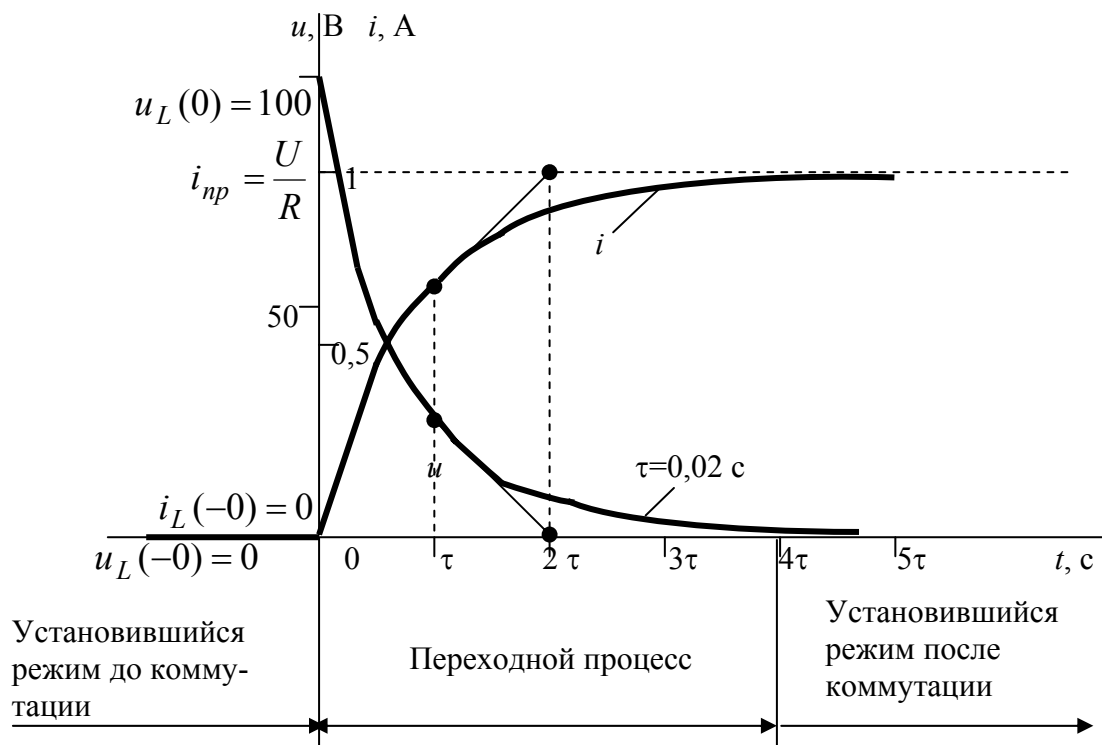


Рис. 5.4

5. 2.3.2. Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии - емкостью

Электромагнитные процессы при переходном процессе в таких цепях обусловлены запасом электрической энергии в емкости C и рассеиванием этой

энергии в виде тепла на активных сопротивлениях цепи. При составлении дифференциального уравнения следует в качестве неизвестной функции выбрать напряжение u_C на емкости. Следует отметить, что при расчете установившихся режимов, т. е. при определении начальных условий и принужденной составляющей, сопротивление емкости в цепях постоянного тока равно бесконечности.

Расчет выполним по тому же алгоритму, что и предыдущий пример.

Пример 5.5. Включение последовательной цепи R, C на постоянное напряжение

Цепь (рис. 5.5,а), состоящая из последовательно соединенных сопротивления $R = 1000$ Ом и емкости $C = 200$ мкФ, в некоторый момент времени подключается к постоянному напряжению $U = 60$ В. Требуется определить ток и напряжение емкости в переходном процессе и построить графики $u_C(t)$, $i(t)$.

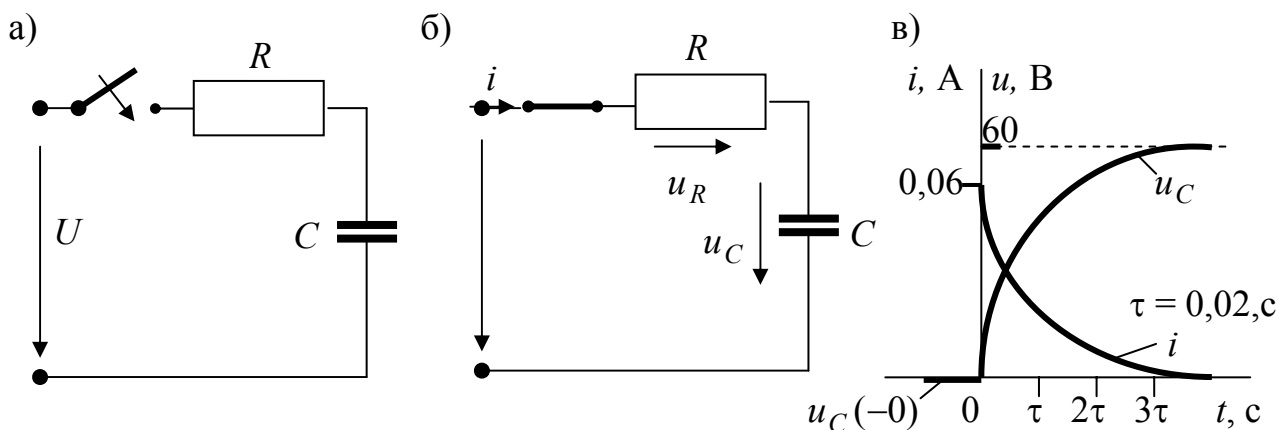


Рис. 5.5

Решение. 1. Определяем начальные условия. Начальное условие $u_C(-0) = 0$, так как цепь до коммутации была отключена (полагаем достаточно длительное время).

2. Изображаем электрическую цепь после коммутации (рис. 5.5,б), указываем направления тока и напряжений и для нее составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_R + u_C - U = 0 \quad \text{или} \quad Ri + u_C = U.$$

3. Преобразуем уравнение п. 2 в дифференциальное. Для этого, подставив вместо тока i известное уравнение $i = C du_C / dt$, получим

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U.$$

4. Решение уравнения (искомое напряжение на емкости) ищем в виде

$$u_C = u_{Cnp} + u_{Cсв}.$$

5. Определяем u_{Cnp} . Так как в цепи постоянного тока в установившемся режиме сопротивление емкости равно бесконечности (при этом $Ri = 0$), то все напряжение будет приложено к емкости. Поэтому

$$u_{Cnp} = U = 60 \text{ В.}$$

6. Составляем однородное дифференциальное уравнение:

$$RC \frac{du_{Cсв}}{dt} + u_{Cсв} = 0,$$

решением которого будет функция $u_{Cсв} = Ae^{\lambda t}$.

7. Составляем характеристическое уравнение $RC\lambda + 1 = 0$, корень которого равен $\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -5 \frac{1}{\text{с}}$.

Постоянная времени $\tau = \left| \frac{1}{\lambda} \right| = RC = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ с}$.

8. Запишем решение: $u_C(t) = u_{Cnp} + u_{Cсв} = U + Ae^{\lambda t}$.

9. Согласно второму закону коммутации и начальным условиям

$$u_C(-0) = u_C(+0) = u_C(0) = 0.$$

10. Определим постоянную интегрирования A путем подстановки $t = 0$ в уравнение п. 8:

$$u_C(0) = U + A; \quad A = -U.$$

Напряжение на емкости в переходном процессе

$$u_C = U - Ue^{-\lambda t} = U(1 - e^{-\lambda t}) = 60(1 - e^{-5t}) \text{ В.}$$

11. Ток в цепи можно определить по уравнению $i = C \frac{du_C}{dt}$

или по уравнению п. 2: $i = \frac{U - u_C}{R} = \frac{U - U(1 - e^{-\lambda t})}{R} = \frac{U}{R} e^{-\lambda t} = 0,06e^{-5t} \text{ А.}$

Графики $u_C(t)$ и $i(t)$ представлены на рис. 5.5, в.

5.2.4. Переходные процессы в цепи с последовательным соединением элементов R, L, C

Рассмотрим особенности переходного процесса в цепи R, L, C (рис. 5.6,а) с нулевыми начальными условиями при подключении ее к постоянному напряжению U .

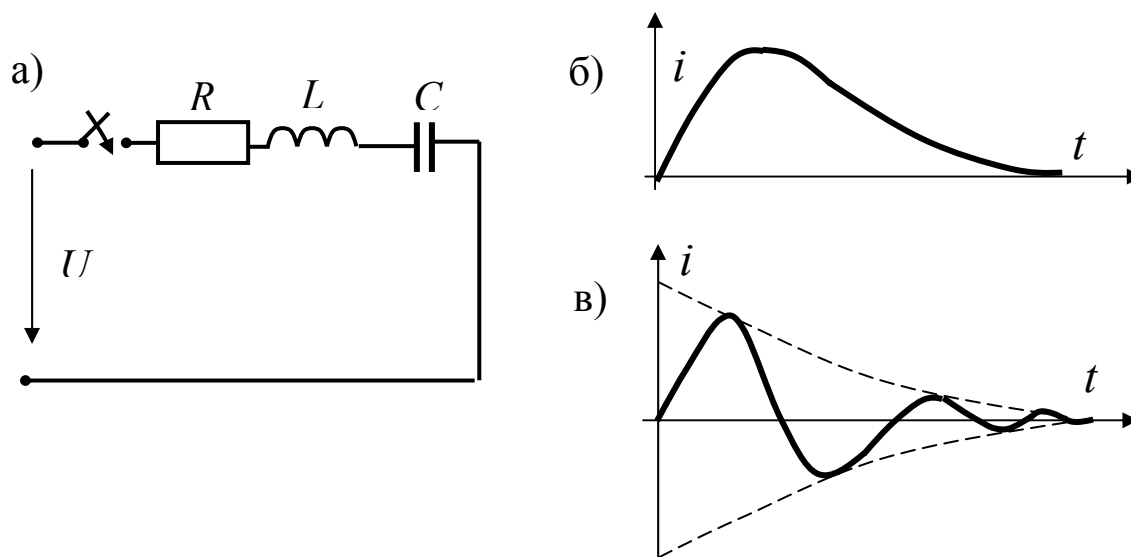


Рис. 5.6

Определим ток переходного процесса, придерживаясь указанного выше алгоритма.

1. В соответствии с исходными данными начальные условия являются нулевыми:

$$i_L(-0) = 0; \quad u_C(-0) = 0. \quad (5.29)$$

2. Выполним коммутацию и составим уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_R + u_L + u_C = U. \quad (5.30)$$

3. Преобразуем уравнение (5.30), используя известные соотношения:

$$u_R = Ri; \quad u_L = L \frac{di}{dt}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_C(0).$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt + u_C(0) = U. \quad (5.31)$$

Для того чтобы избавиться от интеграла, продифференцируем обе части уравнения и после деления на L получим

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0. \quad (5.32)$$

Уравнение (5.32) – дифференциальное, однородное уравнение второго порядка. Поэтому оно содержит только одну свободную составляющую. Принужденная составляющая $i_{np} = 0$. Это следует также из того, что ток установившегося режима после коммутации должен быть равен нулю, так как сопротивление емкости постоянному току равно бесконечности.

4. Решением однородного уравнения (искомый ток i) будет функция, состоящая из суммы двух экспонент:

$$i = i_{св} = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (5.33)$$

5. Составляем характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + \frac{R}{L} \lambda + \frac{1}{LC} = 0, \quad (5.34)$$

корни которого λ_1 и λ_2 равны

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}, \quad (5.35)$$

где $\delta = -R/2L$, $\omega_0 = 1/LC$.

6. Определим постоянные интегрирования A_1 и A_2 , входящие в уравнение (5.33). Для этого надо составить два уравнения, в которых неизвестными должны быть A_1 и A_2 .

Первое уравнение получим из нулевых начальных условий и закона коммутации, учитывая при этом, что $i_L = i$:

$$i(-0) = i(+0) = 0. \quad (5.36)$$

Подставив $t = 0$ в (5.33) с учетом (5.36), получим первое уравнение:

$$A_1 + A_2 = 0.$$

Второе уравнение получим, если продифференцируем (5.33) и примем в нем $t = 0$:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2. \quad (5.37)$$

Выражение для $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$ можно получить из исходного дифференциального уравнения (5.31)

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U - Ri(0) - u_C(0)}{L} = \frac{U}{L}, \quad (5.38)$$

так как $i(0) = 0$ и $u_C(-0) = u_C(+0) = 0$.

Второе уравнение для определения A_1 и A_2 (5.37) примет вид

$$\frac{U}{L} = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2. \quad (5.39)$$

Таким образом, мы имеем систему из двух уравнений с двумя неизвестными A_1 и A_2

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0; \\ \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 = U/2. \end{cases} \quad (5.40)$$

Решение этой системы дает

$$A_1 = \frac{U}{L(\lambda_1 - \lambda_2)}; \quad A_2 = -\frac{U}{L(\lambda_1 - \lambda_2)}. \quad (5.41)$$

7. Искомый ток переходного процесса с учетом (5.41) будет равен

$$i = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{U}{L(\lambda_1 - \lambda_2)} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}).$$

Переходный процесс зависит от корней λ_1 и λ_2 характеристического уравнения (5.34). Рассмотрим два случая:

а. Корни вещественные, отрицательные и разные по величине

$$\lambda_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} < 0; \quad \lambda_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} < 0.$$

Это возможно только при условии

$$\delta > \omega_0 \quad \text{или} \quad \frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}, \quad \text{или} \quad R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Такой режим называется **апериодическим**. При этом ток приближается к установившемуся значению, меняя свою величину, но не меняя свое направление (рис. 5.5,б).

б. Корни λ_1, λ_2 комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью. Это возможно при условии

$$\delta < \omega_0 \quad \text{или} \quad \frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}, \quad \text{или} \quad R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Такой режим называется **периодическим**, или **колебательным**. Здесь имеет место многократный обмен энергией между индуктивностью и емкостью (рис. 5.5,в). Число таких обменов или колебаний в единицу времени называется собственной частотой колебаний, которая не зависит от входного напряжения. При каждом колебании часть энергии будет расходоваться, выделяясь в виде тепла в активном сопротивлении R . Поэтому процесс является затухающим.

Вопросы для самопроверки

1. В каких цепях возможны переходные процессы?
2. Сформулируйте первый и второй законы коммутации.
3. Почему ток в индуктивности и напряжение на емкости не могут изменяться мгновенно?
4. Почему уравнения, отражающие переходные процессы в цепи, получаются дифференциальными?
5. Какие особенности имеет классический метод расчета переходных процессов?
6. Что влияет на частное решение (принужденную составляющую) дифференциального уравнения?
7. Почему свободная составляющая при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю?
8. Как составить характеристическое уравнение?
9. Что необходимо выбирать в качестве неизвестных дифференциального уравнения?
10. Зачем необходимо определять начальные условия?
11. Как используются законы коммутации при расчете переходных процессов?
12. Каким образом определяются постоянные интегрирования?
13. Как определяется принужденная составляющая переходного процесса?
14. Как графически определить постоянную времени цепи?
15. Какие особенности индуктивности в цепи постоянного тока необходимо учитывать при расчете начальных условий и принужденной составляющей тока i_{Lnp} ?
16. Какую величину требуется выбирать в качестве неизвестной при составлении дифференциального уравнения для цепи, содержащей только один реактивный элемент – емкость и почему?
17. Какую особенность емкостного элемента надо учитывать в цепях постоянного тока при расчете начальных условий и принужденной составляющей u_{Cnp} ?

Ответьте на вопросы теста

5.3. Операторный метод расчета переходных процессов

5.3.1 Основы операторного метода

Как известно, переходные процессы в линейных электрических цепях с постоянными параметрами описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Решение таких уравнений можно выполнить с помощью интегрального преобразования Лапласа. Этот способ решения также называют **операторным методом расчета**. В данном методе действительные функции времени t , называемые оригиналами, т. е. функциями времени, заменяют их изображениями, т. е. функциями комплексной переменной p .

Преобразование Лапласа выбрано потому, что оно заменяет операции дифференцирования и интегрирования функций времени простыми алгебраическими операциями над их изображениями. Это позволяет дифференциальные уравнения для оригиналов перевести в алгебраические уравнения для их изображений. Затем полученные решения алгебраических уравнений в виде операторных изображений искомых токов и напряжений переводят в область функции времени t , т. е. находят оригиналы $i(t)$, $u(t)$.

Поскольку решение алгебраических уравнений, как правило, легче, чем решение дифференциальных уравнений, то преимущества операторного метода очевидны. Поэтому этот метод нашел широкое применение не только в электротехнике, но и в других областях науки.

5.3.2. Преобразование Лапласа

Преобразование Лапласа представляет собой интегральное уравнение, связывающее функцию $f(t)$ действительной переменной времени и функцию $F(p)$ комплексной переменной p :

$$F(p) = \Lambda[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt. \quad (5.42)$$

Это уравнение называется прямым преобразованием Лапласа, в котором Λ является условным обозначением этого преобразования, $p = a + jb$ называется оператором, $f(t)$ – оригиналом, а $F(p)$ – изображением.

Вместо (5.42) соответствие между функциями $F(p)$ и $f(t)$ может записываться и так:

$$F(p) \leftrightarrow f(t).$$

Для того чтобы можно было провести преобразование (5.42), функция $f(t)$ при $t > 0$ должна за любой конечный промежуток времени иметь конечное число разрывов первого рода и конечное число максимумов и минимумов, а также иметь ограниченный порядок возрастания. То есть для данной функции $f(t)$ можно указать такие положительные числа A и α , при которых $|f(t)| < Ae^{\alpha t}$.

Поэтому при $\alpha < a = \operatorname{Re}(p)$;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [e^{-pt} f(t)] \rightarrow 0. \quad (5.43)$$

При этих ограничениях интеграл (5.43) существует, а значит, можно найти операторное изображение функции $f(t)$. Следует отметить, что для постоянных, синусоидальных и для большинства других видов используемых токов и напряжений эти ограничения выполняются, т. е. для их расчета в переходном процессе применим операторный метод.

Оригинал $f(t)$ по известному изображению $F(p)$ может быть найден с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$f(t) = \Lambda^{-1}[F(p)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha - j\infty}^{\alpha + j\infty} F(p)e^{pt} dp, \quad (5.44)$$

где Λ^{-1} – условное обозначение этого преобразования.

Следовательно, интегрирование функции времени соответствует в операторной форме делению изображения этой функции на оператор p . Изображение некоторых функций, наиболее часто встречающихся в задачах электротехники, приведены в табл. 5.2. Подробные таблицы соответствия оригиналов и изображений приведены в специальных справочниках.

Таблица 5.2

Оригинал $f(t)$	Изображение $F(p)$
$K = \text{const}$	K/p
Ke^{-at}	$K/(p+a)$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$
$f'(t)$	$pF(p) - f(0)$.
$\int_0^t f(t)dt$	$\frac{F(p)}{p}$.

5.3.3. Операторные уравнения и схемы замещения элементов R, L, C

Операторные уравнения для элементов электрической цепи L, R, C получим в результате преобразования по Лапласу уравнений для мгновенных значений токов и напряжений.

1. Активное сопротивление R .

Уравнение для мгновенных значений имеет вид

$$u(t) = Ri(t). \quad (5.45)$$

Преобразуя это уравнение $\Lambda[u(t)] = \Lambda[Ri(t)]$ и учитывая свойство линейности интегрального преобразования, получим операторное уравнение

$$U(p) = RI(p), \quad (5.46)$$

где $U(p) = \Lambda[u(t)]$, $I(p) = \Lambda[i(t)]$.

Активное сопротивление R и соответствующее ему операторное сопротивление, как следует из (5.46), равны. Схемы, соответствующие уравнениям (5.45) и (5.46), представлены на рис. 5.7.

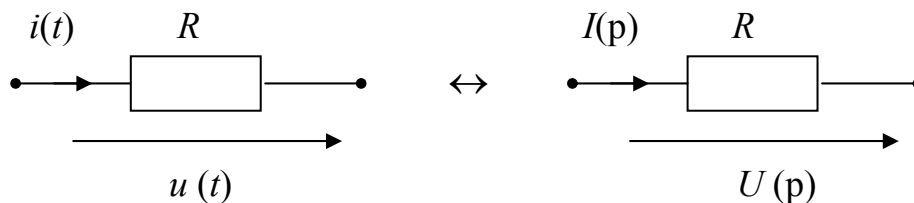


Рис. 5.7

2. Индуктивный элемент L .

Уравнение индуктивности для мгновенных значений имеет вид

$$u_L(t) = L di/dt = Li'(t).$$

Преобразуя это уравнение $\Lambda[u_L(t)] = \Lambda[Li'(t)]$ и учитывая соответствующее соотношение, приведенное в табл. 5.2, получим операторные уравнения для индуктивности:

$$U(p) = pLI(p) - E_L, \quad E_L = Li_L(0). \quad (5.47)$$

Выражениям (5.47) соответствуют операторная эквивалентная схема (рис. 5.8). Величина pL называется индуктивным операторным сопротивлением, $1/pL$ – индуктивной операторной проводимостью. Начальное значение тока в индуктивности $i_L(0)$ учитывается в виде дополнительного источника ЭДС E_L . При нулевых начальных условиях $i_L(0) = 0$, дополнительный источник в операторном уравнении (5.47) и соответственно на схеме замещения индуктивности отсутствует.

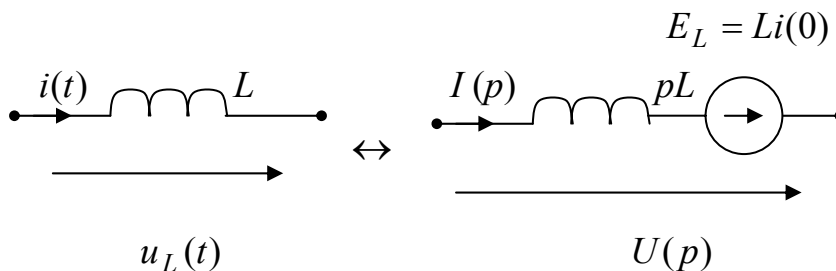


Рис. 5.8

3. Емкостной элемент C .

Уравнение емкости для мгновенных значений имеет вид:

$$i(t) = Cu'_C(t). \quad (5.48)$$

Преобразуя это уравнение

$$\Lambda[i(t)] = \Lambda[Cu'_C(t)]$$

и учитывая соответствующее соотношение, приведенное в табл. 5.2, получим операторное уравнение для емкости:

$$U(p) = \frac{I(p)}{pC} - E_C(p), \quad E_C(p) = -\frac{u_C(0)}{p}. \quad (5.49)$$

На рис. 5.9 представлена схема, соответствующая уравнению (5.48) для мгновенных значений токов и напряжений и уравнениям (5.49) для операторных токов и напряжений. Величина $1/pC$ называется емкостным операторным сопротивлением, pC – емкостной операторной проводимостью.

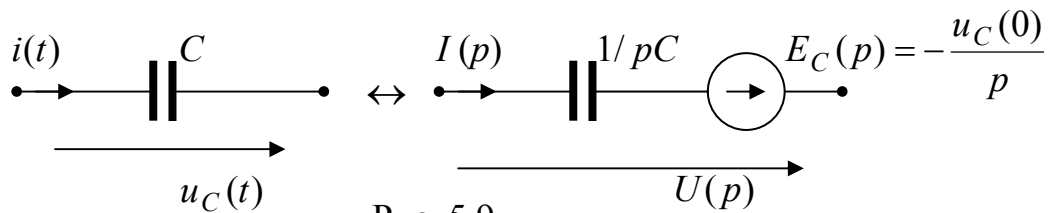


Рис. 5.9

Начальное значение напряжения $u_C(0)$ учитывается, как видно из уравнений (5.49) и рис. 5.9, в виде дополнительного источника ЭДС $E_C(p)$.

5.3.4. Схемы замещения электрических цепей

Для расчета переходных процессов операторным методом на первом этапе надо составить так называемую операторную схему замещения, соответствующую схеме с реальными параметрами и источниками.

В основу операторных схем положены уравнения элементов в операторной форме и их схемы замещения. Порядок составления операторных схем целесообразно выполнить в следующей последовательности:

1. Изображается электрическая схема до коммутации ($t < 0$).
2. Определяются начальные условия, т. е. напряжение $u_C(-0)$ на емкостях и ток $i_L(-0)$ в индуктивностях в схеме п. 1, используя при этом любой метод расчета установившихся процессов.

3. Изображается электрическая схема после коммутации ($t \geq 0$) и выбирается направление токов в ветвях.

4. Используя схему по п. 3, составляется ее операторная схема замещения на основе операторных схем замещения отдельных элементов цепи, приведенных на рис. 5.7 – 5.9. Кроме этого, с помощью таблицы соответствия (табл. 5.2) записываются операторные изображения заданных ЭДС, напряжений и токов.

5.3.5. Законы Кирхгофа в операторной форме

1. *Первый закон Кирхгофа.* Для узла электрической цепи можно составить уравнение по первому закону Кирхгофа для мгновенных значений токов:

$$\sum_{k=1}^K i_k(t) = 0.$$

Преобразуя это уравнение по Лапласу, получим:

$$\Lambda \left[\sum_{k=1}^K i_k(t) \right] = \sum_{k=1}^K I_k(p) = 0, \quad \text{т. е.} \quad \sum_{k=1}^K I_k(p) = 0. \quad (5.50)$$

Уравнение (5.50) выражает **первый закон Кирхгофа в операторной форме**.

2. *Второй закон Кирхгофа.* Для любого контура электрической схемы можно составить уравнение по второму закону Кирхгофа для мгновенных значений напряжений и ЭДС:

$$\sum_{k=1}^m u_k(t) = \sum_{k=1}^n e_k(t), \quad (5.51)$$

где $e_k(t)$ источник ЭДС в k -й ветви, а $u_k(t)$ – напряжение на этой ветви. Преобразуя уравнение по Лапласу, получим:

$$\Lambda \left[\sum_{k=1}^m u_k(t) \right] = \Lambda \left[\sum_{k=1}^n e_k(t) \right] \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^m U_k(p) = \sum_{k=1}^n E_k(p). \quad (5.52)$$

С учетом ненулевых начальных условий для ветви, содержащей элементы R , L , C , и учитывая их операторные уравнения (5.46), (5.47), (5.49), имеем

$$U_k(p) = R_k I(p) + pL_k I(p) + \frac{I(p)}{pC_k} - E_{Lk} - E_{Ck}(p). \quad (5.53)$$

Отметим, что это уравнение называют законом Ома в операторной форме с ненулевыми начальными условиями. При нулевых начальных условиях в уравнении (5.53) будут отсутствовать источники E_{Lk} , $E_{Ck}(p)$.

Используя соотношение (5.53), запишем операторное уравнение (5.52) в виде

$$\sum_{k=1}^m I_k(p) Z_k(p) = \sum_{k=1}^n [E_k(0) + E_{Lk} + E_{Ck}(p)], \quad Z_k(p) = R_k + pL_k + 1/pC_k. \quad (5.54)$$

Уравнение (5.54) называется **вторым законом Кирхгофа в операторной форме**.

При составлении уравнений Кирхгофа в операторной форме сохраняются все правила составления уравнений Кирхгофа для мгновенных значений токов, напряжений, ЭДС, т. е. необходимо задаваться положительными направлениями операторных токов, напряжений и соблюдать правило знаков при составлении уравнений. Заметим, что структура записи операторного сопротивления ветви $Z(p)$ и комплексное сопротивление этой же ветви $\underline{Z} = R + j\omega L + 1/j\omega C$ аналогичны, если допустить, что $j\omega = p$.

Отсюда следует, что выражение для операторного сопротивления $Z(p)$ можно получить из комплексного сопротивления путем замены в нем $j\omega$ на оператор p .

5.3.6. Аналогии уравнений цепей постоянного тока, синусоидального тока в комплексной форме и переходных процессов, записанных в операторной форме

В табл. 5.3 сведены токи, напряжения, ЭДС, параметры цепи, законы Ома и Кирхгофа для различных форм записи.

В силу аналогичности приведенных параметров и уравнений для различных форм записи все методы расчета цепей постоянного тока и цепей синусоидального тока в комплексной форме применяют для расчета операторных схем замещения.

Таблица 5.3

Цепь постоянного тока	Цепь синусоидального тока в комплексной форме	Переходные процессы - операторная форма записи
I	\dot{i}	$I(p)$
U	\dot{U}	$U(p)$
E	\dot{E}	$E(p)$
R	\underline{Z}	$Z(p)$
$G = 1/R$	$\underline{Y} = 1/\underline{Z}$	$Y(p) = 1/Z(p)$
$I = U/R$	$\dot{I} = \dot{U}/\underline{Z}$	$I(p) = U(p)/Z(P) *$
$\sum_{k=1}^K I_k = 0$	$\sum_{k=1}^K \dot{I}_k = 0$	$\sum_{k=1}^K I_k(p) = 0$
$\sum_{k=1}^m U_k = \sum_{k=1}^n E_k$	$\sum_{k=1}^m \dot{U}_k = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k$	$\sum_{k=1}^m U_k(p) = \sum_{k=1}^n E_k(p) *$

* При ненулевых начальных условиях ($i_L(0) \neq 0$, $u_C(0) \neq 0$) в числитель дроби (закон Ома) и в сумму операторных ЭДС (2-й закон Кирхгофа) надо алгебраически прибавить дополнительные ЭДС E_L и $E_C(p)$.

Определение операторных токов выполняется после составления операторной схемы. Данную процедуру следует выполнять в следующей последовательности.

1. Составляем операторную схему замещения для цепи, образовавшейся после коммутации. Для этого необходимо выполнить четыре последовательных действия, указанных в параграфе 5.3.4.

2. Для операторной схемы п. 1 составляем систему уравнений в операторной форме по законам Кирхгофа, либо используем другие методы для составления уравнений (методы контурных токов, узловых напряжений и т. д.).

3. Решаем линейную алгебраическую систему п. 3 и определяем операторные токи в ветвях операторной схемы замещения.

4. Определяем мгновенные значения токов (ниже будет рассмотрен заключительный этап по определению искомым мгновенных значений токов переходного процесса из полученных операторных токов).

Рассмотрим несколько примеров по определению операторных токов.

Пример 5.6. Цепь, состоящая из последовательно включенных элементов $R=10$ Ом и $L=0,2$ Гн с нулевыми начальными условиями, включается под постоянное напряжение $U = 100$ В. Найти операторный ток в цепи $I(p)$.

Решение. Согласно закону Ома в операторной форме при нулевых начальных условиях

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = \frac{U}{p(R + pL)} = \frac{100}{p(10 + 0,2p)},$$

где $U(p) = U/p$ – изображение постоянного напряжения (табл. 5.2);

$$Z(p) = R + pL = (10 + 0,2p).$$

3. Какие методы расчета цепей постоянного тока, либо цепей синусоидального тока в комплексной форме можно применить для определения операторных токов?

5.3.7. Переход от операторных токов к оригиналам

Этот переход является заключительным этапом в определении мгновенных значений токов в переходном процессе операторным методом. Это можно сделать различными способами: с применением табличных формул соответствия, часть из которых приведена в табл. 5.2; обратного преобразования Лапласа, ис-

пользованием компьютера с соответствующими прикладными программами (например, MathCad), теоремы разложения.

Теорема разложения. В большинстве случаев изображение может быть представлено рациональной дробью, например, для тока

$$I(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{a_0 p^m + a_1 p^{m-1} + \dots + a_m}{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n}. \quad (5.55)$$

Если степень числителя меньше степени знаменателя $m < n$, a_k и b_k – вещественные числа, а корни p_1, p_2, \dots, p_n уравнения $N(p) = 0$ не кратны и не равны корням уравнения $M(p) = 0$, то, как известно из курса математики [1], [2], оригинал соотношения (5.55) может быть найден по теореме разложения:

$$I(p) = \frac{M(p)}{N(p)} \leftrightarrow i(t) = \sum_{k=1}^n \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (5.56)$$

где p_k – корень уравнения $N(p) = 0$, N' – производная от $N(p)$ по p .

Теорема (5.56) разложения позволяет по изображению в виде рациональной дроби найти оригинал.

Вопросы для самопроверки

1. Почему выбрано преобразование Лапласа для расчета переходных процессов в линейных электрических цепях?
2. Какое преимущество имеет операторный метод перед классическим методом?
3. Какие ограничения необходимо наложить на функцию $f(t)$, чтобы преобразовать ее с помощью интеграла Лапласа?
4. Какой вид имеют уравнение резистивного элемента в операторной форме и его операторная схема замещения?
5. Какой вид имеют уравнение индуктивного элемента и его операторная схема замещения?

6. Какой вид имеют уравнение емкостного элемента и его операторная схема замещения?

7. Запишите выражения в операторной форме для сопротивлений и проводимостей элементов R , L , C .

8. Какое отличие имеют операторные схемы замещения реактивных элементов при начальных условиях отличных от нуля $i_L(-0) \neq 0$, $u_C(-0) \neq 0$ и - равных нулю $i_L(-0) = 0$, $u_C(-0) = 0$?

9. Какая последовательность действий целесообразна при составлении операторных схем замещения?

10. В каких случаях в схему замещения не вводят дополнительные источники?

11. Какое направление дополнительных источников должно быть?

12. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа в операторной форме.

13. Какое отличие имеет второй закон Кирхгофа в операторной форме с ненулевыми начальными условиями от второго закона Кирхгофа – с нулевыми начальными условиями?

14. В чем заключается аналогия между комплексным и операторным сопротивлениями?

15. Каким образом надо учитывать ненулевые начальные условия в законах Ома и Кирхгофа в операторной форме?

16. Какова процедура определения операторных токов?

17. Что позволяет определить теорема разложения?

Ответьте на вопросы теста

РАЗДЕЛ 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе

6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе

В теме 6.1 рассматриваются вопросы, входящие в пятый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 6.1. Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- характеристики нелинейных резистивных элементов;
- нелинейные свойства ферромагнитных материалов;
- характеристики нелинейных реактивных элементов.
- расчет электрической цепи при последовательном и параллельном соединении нелинейных резистивных элементов.

6.1.1. Общие положения

Нелинейными электрическими цепями называются цепи, содержащие хотя бы один нелинейный элемент.

Строго говоря, все электрические цепи нелинейные, так как их параметры в той или иной степени зависят от тока и напряжения. Например, активное сопротивление проводников зависит от величины тока, поскольку с изменением тока в проводниках меняется их температура. Индуктивность катушек также зависит от величины тока, если магнитная проницаемость материала сердечника зависит от напряженности магнитного поля. Однако во многих практически важных случаях эта нелинейность (зависимость параметров цепи от тока и напряжения) выражена весьма слабо. Это дает нам возможность пренебречь нелинейностью при анализе процессов в таких цепях и применять теорию линейных электрических цепей для расчета многих электротехнических устройств.

Вместе с тем в ряде электротехнических устройств применяются элементы, нелинейные свойства которых проявляются очень сильно. Это полупроводниковые диоды, транзисторы, тиристоры, стабилитроны и т.д. Нелинейные свойства этих элементов используются при создании устройств вычислительной техники, автоматического управления и регулирования, передачи информации, а также для преобразования параметров электрической энергии в выпрямителях и инверторах.

6.1.2. Нелинейные сопротивления

Схемы замещения нелинейных резистивных элементов, например полупроводниковых, могут быть представлены нелинейными сопротивлениями (рис. 6.1,б). Свойства этих элементов описываются вольтамперными характеристиками (ВАХ), зависимостями напряжения на элементе от тока $u(i)$. Такая характеристика приведена на (рис. 6.1,а).

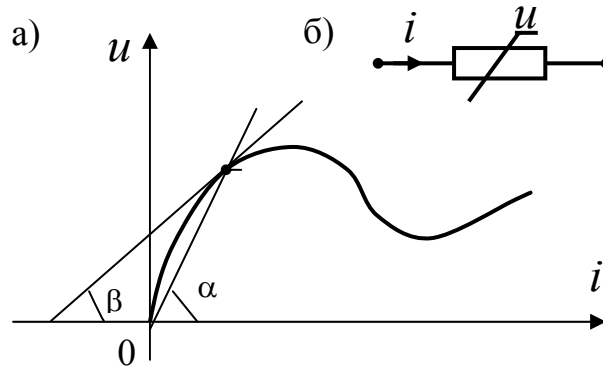


Рис. 6.1

По способу получения различают два типа ВАХ – статические и динамические. Статическими называют характеристики, в которых каждая точка дает значение постоянного напряжения при соответствующем значении постоянного тока.

По статическим характеристикам определяют статические и дифференциальные сопротивления нелинейных элементов (НЭ):

$$R_{CT} = \frac{u}{i}, \quad R_d = \frac{du}{di}.$$

Динамическими называют характеристики, устанавливающие связь между напряжением и током при быстром их изменении. Они могут отличаться от статических, вследствие инерционности некоторых процессов в НЭ (нагрева, ионизации и т. д.). По динамическим ВАХ определяют динамическое сопротивление:

$$R_d = \lim_{\Delta i \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{du}{di}.$$

По ВАХ НЭ статическое сопротивление пропорционально тангенсу угла наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку характеристики (рис. 6.1,а):

$$R_{CT} = k \operatorname{tg} \alpha,$$

где k – отношение масштабов напряжения и тока. Дифференциальное сопротивление пропорционально тангенсу угла наклона касательной в данной точке характеристики

$$R_{\theta} = k \operatorname{tg} \beta.$$

Как видно из рис. 6.1,а, все эти параметры изменяются при переходе из одной точки характеристики в другую.

6.1.3. Нелинейные свойства ферромагнитных материалов

Для характеристики магнитных свойств различных веществ используют абсолютную магнитную проницаемость веществ: $\mu = B/H$, где B – индукция, H – напряженность магнитного поля. Для сравнительной оценки магнитных свойств применяют относительную магнитную проницаемость $\mu_r = \mu/\mu_0$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, равная магнитной проницаемости вакуума. Для пара- и диамагнетиков значение μ_r мало отличается от единицы, практически постоянно. Для этих веществ, которые называют немагнитными, при решении инженерных задач практически можно считать $\mu \cong \mu_0$. Для ферромагнетиков $\mu \gg \mu_0$ ($\mu_r \gg 1$), причем магнитная проницаемость μ для данного вещества не постоянная, а сильно зависит от напряженности магнитного поля, т. е. $\mu = f(H)$.

Эта зависимость обусловлена петлей гистерезиса $B = F(H)$ (рис. 6.2)

Известно, что магнитная проницаемость μ_a ферромагнитных материалов переменная величина и зависит от B . Это влечет за собой непостоянство магнитного сопротивления R_m и значительно усложняет расчеты магнитных цепей. Поэтому для расчета магнитных цепей, содержащих ферромагнитные участки, необходимо располагать кривыми намагничивания, представляющими собой зависимость $B = f(H)$. Эти зависимости получают экспериментальным путем – испытанием замкнутых магнитопроводов с распределенной обмоткой.

Первоначальному намагничиванию образца соответствует кривая a , называемая кривой первоначального намагничивания (рис. 6.2).

Если образец подвергать циклическому намагничиванию при изменении напряженности магнитного поля в пределах $+H_x$ до $-H_x$, то график будет представлять замкнутую кривую, известную под названием петли гистерезиса.

Если процесс циклического намагничивания повторять для постепенно увеличивающихся значений напряженности магнитного поля, то можно получить семейство петель гистерезиса и так называемую предельную петлю гистерезиса, которой соответствует изменение напряженности магнитного поля в пределах от $+H_{\max}$ до $-H_{\max}$, увеличение H сверх H_{\max} не повлечет за собой увеличение площади петли гистерезиса.

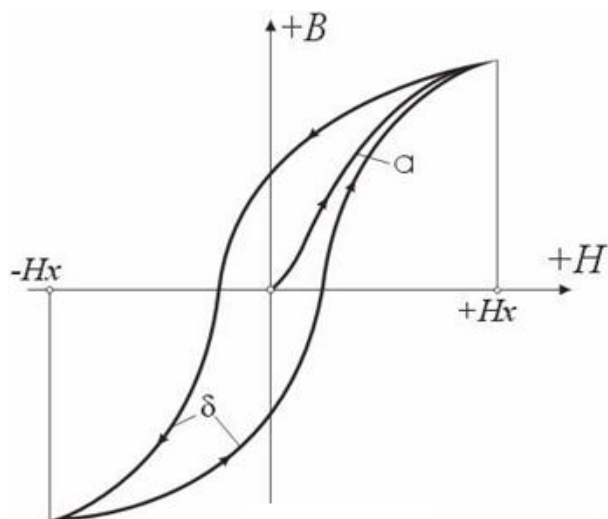


Рис. 6.2

Предельная петля гистерезиса определяет значение остаточной магнитной индукции и коэрцитивной силы. H_c . Кривая, соединяющая вершины петель гистерезиса, называется основной кривой намагничивания. Эти кривые приводятся в справочных руководствах и используются в расчетах магнитных цепей.

6.1.4. Нелинейная индуктивность

Характеристикой катушки индуктивности является зависимость $\psi(i)$, выражающая связь потокосцепления самоиндукции ψ и тока i в катушке. Эта характеристика называется вебер-амперной. Если магнитный поток распространяется в линейной среде, например в воздухе, где $\mu = \mu_0 = \text{const}$, то вебер-амперная характеристика линейна (рис. 6.3). Для катушки с ферромагнитным сердечником $\psi(i)$ нелинейна (рис. 6.3), так как магнитная проницаемость μ ферромагнитного материала сильно зависит от напряженности магнитного поля. Вебер-амперная характеристика катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником имеет тот же характер, что и начальная кривая намагничивания $B(H)$ материала сердечника.

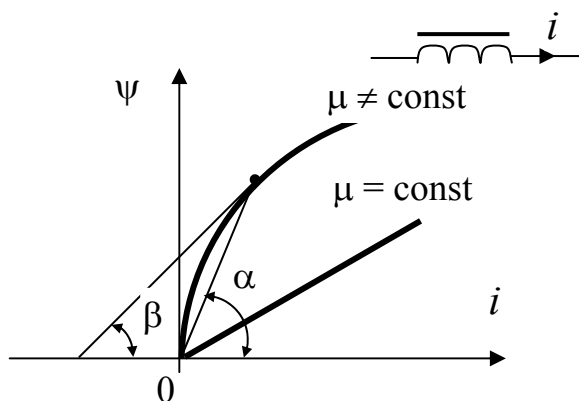


Рис. 6.3

Различают два типа вебер-амперных характеристик – статические, получаемые при медленном изменении тока; и динамические, которые получают при достаточно быстрых изменениях тока. Динамическая характеристика отличается от статической из-за магнитной вязкости и вихревых токов. Из статической характеристики определяют статическую индуктивность: $L_{CT} = \psi/i$; из динамической – динамическую индуктивность: $L_d = d\psi/di$.

При достаточно медленном изменении тока статическая и динамическая характеристики катушки совпадают и динамическая индуктивность в этом случае равна дифференциальной $L_d = d\psi/di$, определяемой из статической характеристики.

Статическая индуктивность пропорциональна тангенсу угла наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку на характеристике, а динамическая пропорциональна тангенсу угла наклона касательной в этой точке (рис. 13.3):

$$L_{CT} = \frac{\psi}{i} = k \operatorname{tg} \alpha; \quad L_d = \frac{d\psi}{di} = k \operatorname{tg} \beta,$$

где k – отношение масштабов потокосцепления и тока.

6.1.5. Нелинейная емкость

Самыми распространенными устройствами, которые используются в качестве накопителей энергии электрического поля, являются конденсаторы. Характеристики конденсаторов зависят от свойств диэлектрика, в котором распространяется электрическое поле. В большинстве диэлектриков диэлектрическая проницаемость ε зависит от напряженности электрического поля E . В этом случае кулонвольтовая характеристика конденсатора $q(u)$ нелинейная.

Аналогично, нелинейным сопротивлению и индуктивности вводят понятия статической и динамической емкости:

$$C_{CT} = \frac{q}{u}, \quad C_d = \frac{dq}{du}.$$

Нелинейные емкости применяют, например, в радиоэлектронике.

6.1.6. Аналитическое представление характеристик нелинейных элементов

Характеристики нелинейных элементов задаются в виде кривых или графиков, построенных по экспериментальным данным. Но для аналитических расчетов нелинейных цепей характеристики элементов должны быть пред-

ставлены аналитическими выражениями. Процесс замены нелинейной характеристики, заданной графиком или таблицей, приближенным математическим выражением называется аппроксимацией.

При подборе математического описания нелинейной характеристики желательно выполнить следующие условия.

Во-первых, аппроксимация должна быть по возможности более точной. Во-вторых, необходимо, чтобы аппроксимирующее выражение было несложным, так как, чем сложнее выражение, тем труднее дальнейшее решение уравнения, описывающего нелинейную цепь. Поэтому необходим компромиссный выбор между усложнением функции и точностью приближения. Наиболее распространенной является аппроксимация нелинейных характеристик полиномом

$$y(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \dots + \alpha_n x^n.$$

Такая аппроксимация широко используется для математического описания вебер-амперных характеристик нелинейных индуктивностей $i(\psi)$ с ферромагнитными сердечниками. Достаточно хорошие результаты по точности дает аппроксимация усеченными полиномами вида

$$i(\psi) = \alpha\psi^3; \quad i(\psi) = \alpha_1\psi + \alpha_3\psi^3.$$

6.1.7. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе

Задача расчета нелинейных электрических цепей постоянного тока значительно сложнее аналогичного исследования линейных электрических цепей. Это связано с тем, что при расчете нелинейных цепей неприменимы принцип наложения и методы, основанные на этом принципе. Для анализа простых нелинейных цепей можно эффективно применять графические методы расчета. При расчете сложных нелинейных цепей с помощью первого и второго законов Кирхгофа составляют системы нелинейных алгебраических уравнений, описывающих процессы в этих цепях. В большинстве случаев получить аналитическое решение таких систем уравнений невозможно. Поэтому для их решения широко используются численные методы расчета.

6.1.7.1 . Расчет электрической цепи при последовательном и параллельном соединениях нелинейных резистивных элементов

Если вольтамперные характеристики нелинейных элементов цепи постоянного тока заданы графическими зависимостями, то расчет такой цепи

выполняется графическими методами. Расчет таких цепей производится с использованием законов Кирхгофа [1], [2], [3].

Рассмотрим цепь (рис. 6.4,а) с последовательным соединением нелинейных элементов $U_1(I)$ и $U_2(I)$ (приведены на рис. 6.4,б в виде кривых 1 и 2).

Согласно второму закону Кирхгофа

$$U = U_1(I) + U_2(I),$$

где U – приложенное напряжение, $U_1(I)$ и $U_2(I)$ – напряжения на первом и втором нелинейных элементах.

Элементы соединены последовательно, и в них протекает одинаковый ток I . Поэтому результирующая вольтамперная характеристика нелинейной цепи $U(I)$ определяется кривой 3 на рис. 6.4,б. Она получена в результате сложения ординат кривых 1 и 2 при одних и тех же значениях тока.

По характеристике $U(I)$ находим значение тока I' в цепи при заданном значении приложенного напряжения U' . По этому значению тока определяем падения напряжения U'_1 и U'_2 на первом и втором элементах по кривым $U_1(I)$ и $U_2(I)$.

Если элементы соединены параллельно (рис. 6.5,а) и заданы их вольтамперные характеристики $I_1(U)$ и $I_2(U)$ кривыми 1 и 2 (рис. 6.5,б), то в этой цепи по первому закону Кирхгофа

$$I = I_1(U) + I_2(U).$$

Элементы включены параллельно, и напряжения на первом и втором элементах одинаковы и равны U . Поэтому вольтамперную характеристику цепи (рис. 6.5,б) $I(U)$ (кривая 3) можно получить, суммируя токи (ординаты кривых) при одинаковых значениях U . По кривой $I(U)$ определим значение тока I' при заданном U' , а по кривым $I_1(U)$ и $I_2(U)$ находим токи нелинейных элементов I'_1 и I'_2 .

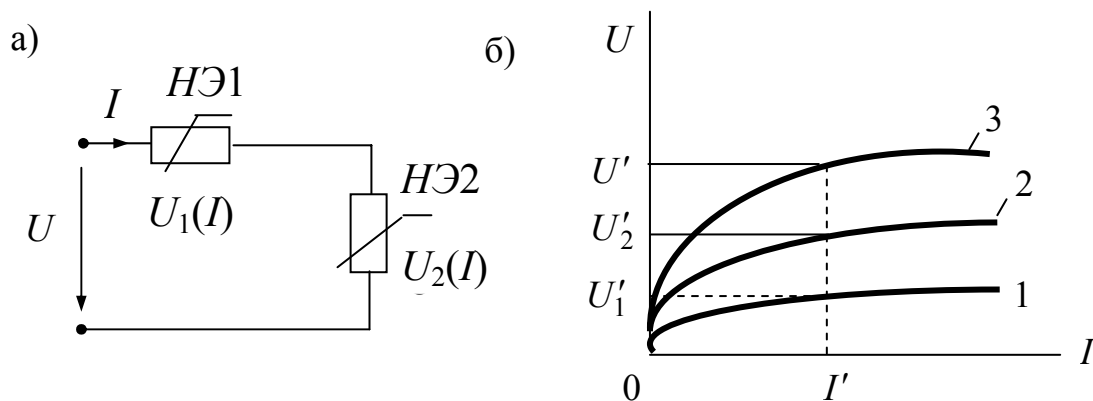


Рис. 6.4

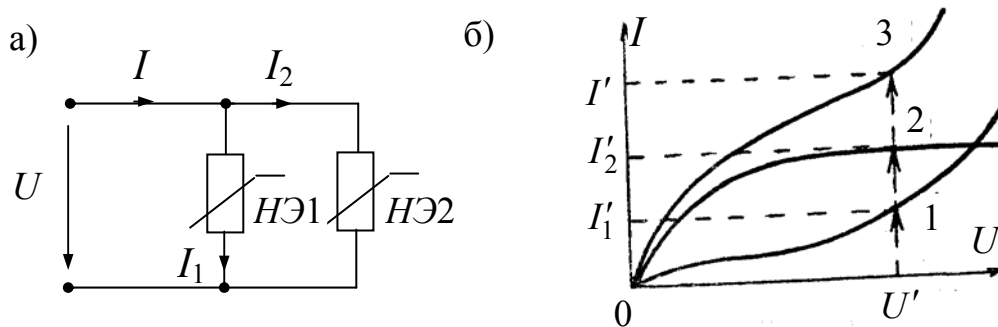


Рис. 6.5

6.1.8. Аналитический расчет сложных нелинейных электрических цепей

Если вольтамперные характеристики элементов заданы аналитическим выражением, применяются аналитические методы расчета нелинейных цепей. Такой расчет содержит следующие этапы.

1. Задание характеристик нелинейных элементов аналитическими выражениями.
2. Запись системы уравнений цепи по законам Кирхгофа.
3. Аналитическое или численное решение системы уравнений.

Рассмотрим нелинейную цепь, приведенную на рис. 6.6,а. Вольтамперные характеристики нелинейных сопротивлений заданы аналитическими выражениями $U_1 = \alpha I_1^3$; $U_2 = \beta I_2^5$.

По законам Кирхгофа можно записать систему уравнений:

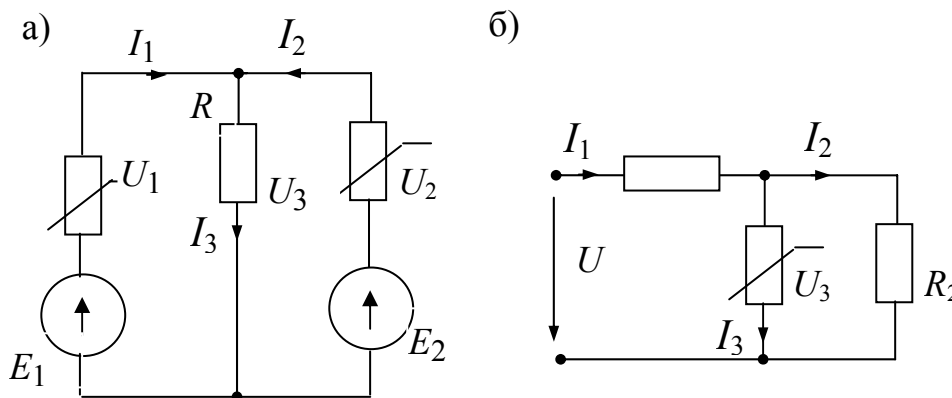


Рис. 6.6

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ U_1(I_1) + RI_3 = E_1; \\ U_2(I_2) + RI_3 = E_2. \end{cases} \quad (6.1)$$

Заменим в системе (6.1) нелинейные зависимости $U_1(I_1)$ и $U_2(I_2)$ аналитическими выражениями

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ \alpha I_1^3 + RI_3 = E_1; \\ \beta I_2^5 + RI_3 = E_2. \end{cases} \quad (6.2)$$

Решение нелинейной алгебраической системы уравнений (3.2) позволяет найти токи I_1 ; I_2 ; I_3 . В большинстве случаев аналитическое решение нелинейных систем уравнений, описывающих сложные цепи постоянного тока, получить невозможно. Поэтому применяются численные методы решения: метод итераций, метод Ньютона и другие методы.

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличается статическое сопротивление $R_{СТ}$ от дифференциального R_d ?
2. Чем отличается статическая емкость $C_{СТ}$ от динамической емкости C_d ?
3. Что такое аппроксимация?
4. Каким образом производится расчет нелинейной цепи при последовательном соединении элементов?
5. Как производится расчет магнитной цепи при параллельном соединении участков?
6. Каким образом производится расчет нелинейной цепи при смешанном соединении?

Ответьте на вопросы теста

6.2. Магнитные цепи при постоянном токе

В теме 6.2 рассматриваются вопросы, входящие в шестой раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 6.2.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- законы и параметры магнитных цепей;
- расчет магнитной цепи с последовательным соединением участков;
- расчет разветвленной магнитной цепи;

6.2.1. Законы и параметры магнитных цепей

Электромагнитные реле, электромагниты, электрические машины и другие устройства, в которых преобразование электрической энергии в механическую производится с использованием энергии магнитного поля, конструируются таким образом, чтобы магнитный поток в них был по возможности наибольшим и сосредоточенным в ограниченной части конструкции. Такой эффект достигается применением ферромагнитных материалов для ферромагнетиков $\mu \gg \mu_0$, поэтому при одинаковой напряженности магнитного поля H магнитная индукция внутри ферромагнитной конструкции $B = \mu H$ много больше, чем магнитная индукция $B = \mu_0 H$ в окружающем пространстве. В таких устройствах магнитный поток вне ферромагнитной конструкции называется потоком рассеяния.

Рассмотрим катушку с замкнутым ферромагнитным сердечником (рис. 6.7).

Пренебрегаем потоками рассеяния и считаем, что магнитный поток Φ распределен равномерно по сечению магнитопровода.

Основными уравнениями магнитного поля постоянных токов являются: закон полного тока

$$\oint_l \overline{H} dl = I \quad (6.3)$$

и принцип непрерывности магнитного потока

$$\oint_S \overline{B} dS = 0. \quad (6.4)$$

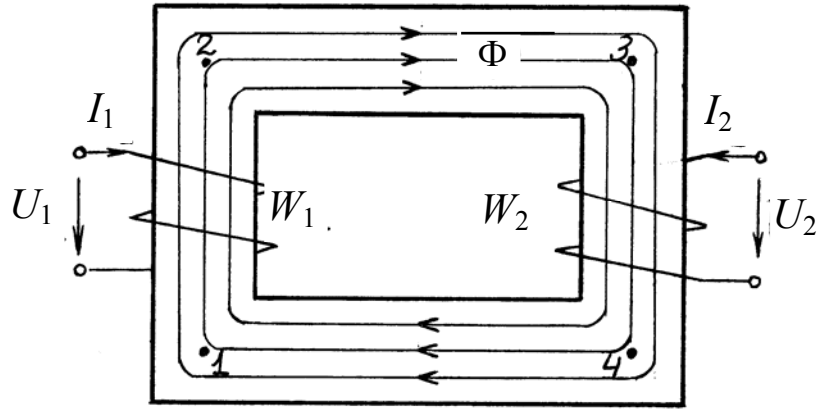


Рис. 6.7

Полный ток I в уравнении (6.3) для магнитной цепи (рис. 6.7) можно вычислить как сумму токов во всех витках обмоток w_1 и w_2 :

$$I = \sum I_k = w_1 I_1 + w_2 I_2 = F_1 + F_2 = F,$$

где F - по аналогии с электродвижущей силой в электрических цепях называется магнитодвижущей силой. В общем случае для участка магнитной цепи

$$F = \sum_{k=1}^n w_k I_k. \quad (6.5)$$

Магнитный поток Φ аналогичен току I в электрических цепях и может быть вычислен на любом участке магнитной цепи как

$$\Phi = \int_S \overline{B} dS \cong B \cdot S = \mu H S,$$

где B - магнитная индукция; S - сечение магнитопровода; H - напряженность магнитного поля; μ - магнитная проницаемость материала, в котором распространяется магнитный поток.

Отношение магнитодвижущей силы (МДС), равной интегралу напряженности магнитного поля вдоль всей цепи $\oint \overline{H} \overline{dl}$, к магнитному потоку Φ называется магнитным сопротивлением всей цепи:

$$R_M = \frac{F}{\Phi} = \frac{wI}{\Phi}.$$

Такой подход дает возможность записать закон магнитной цепи, связывающий МДС с магнитным потоком:

$$\Phi = \frac{F}{R_M} = \frac{wI}{R_M}, \quad (6.6)$$

который аналогичен закону Ома для замкнутой цепи при постоянном токе:

$$I = E/R.$$

Вычислим МДС F в цепи рис. 6.7 как интеграл от H по замкнутому пути, проходящему по средней линии магнитопровода через точки 1, 2, 3, 4. Рассматриваемый магнитопровод можно разделить на три участка одинакового сечения. Первый участок (1-2-3) с сечением S_1 и длиной отрезка средней линии ℓ_1 . Второй участок (3-4) с сечением S_2 и длиной отрезка средней линии ℓ_2 и третий участок (4-1) с сечением S_3 и длиной отрезка средней линии ℓ_3 . В результате имеем

$$\begin{aligned} W_1 I_1 + W_2 I_2 &= \int_{\ell} \overline{H} d\ell + \int_{\ell_1} \overline{H} d\ell + \int_{\ell_2} \overline{H} d\ell + \int_{\ell_3} \overline{H} d\ell = H\ell_1 + H\ell_2 + H\ell_3 = \\ &= U_{M1} + U_{M2} + U_{M3}, \end{aligned}$$

где U_{M1} , U_{M2} , U_{M3} - магнитные напряжения участков цепи.

Обобщая полученные результаты, можно записать **второй закон Кирхгофа** для любого контура магнитной цепи:

$$\sum_{k=1}^n U_{Mk} = \sum_{k=1}^n w_k I_k. \quad (6.7)$$

Рассмотрим магнитное напряжение одного из участков цепи, учитывая, что $B_k = \mu_k H_k$ и $\Phi_k = B_k S_k$

$$U_{Mk} = H_k \ell_k = B_k / \mu_k \cdot \ell_k = \Phi_k \cdot \frac{\ell_k}{\mu_k \cdot S_k} = \Phi_k R_{mk},$$

т. е. для любого участка магнитные напряжение и сопротивление составляют

$$U_{mk} = \Phi_k R_{mk}, \quad (6.8)$$

где

$$R_{mk} = \frac{\ell_k}{\mu_k \cdot S_k}. \quad (6.9)$$

Принцип непрерывности магнитного потока

$$\oint_S \overline{B} dS = 0$$

позволяет записать **первый закон Кирхгофа** для узла магнитной цепи -

$$\sum_{k=1}^m \Phi_k = 0. \quad (6.10)$$

Рассмотренные выше законы Кирхгофа (6.7), (6.10) для магнитной цепи позволяют эффективно рассчитывать устройства, в которых используется постоянное магнитное поле, с помощью теории цепей.

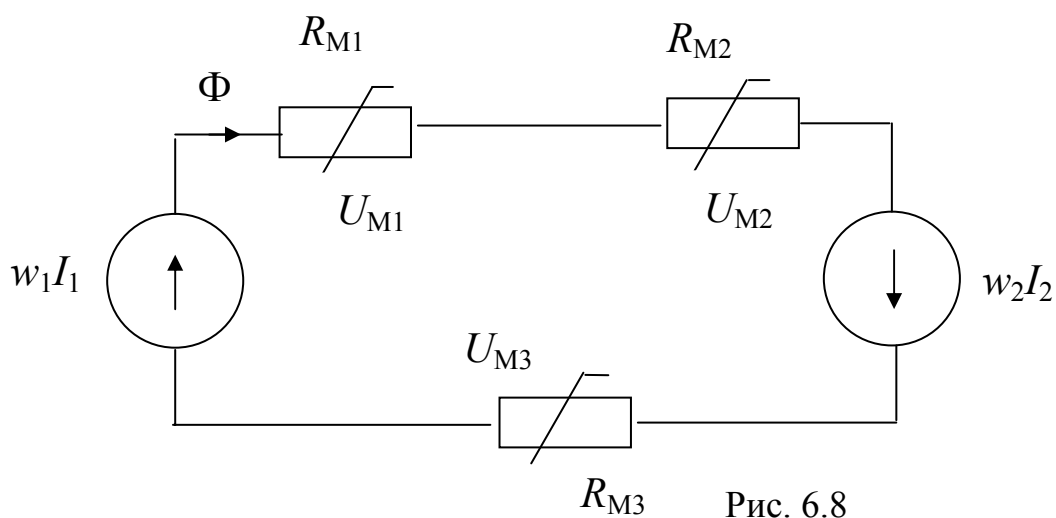
6.2.2. Расчет магнитной цепи с последовательным соединением участков

Магнитные цепи обычно содержат участки из ферромагнитных материалов, в которых магнитная проницаемость μ зависит от напряженности магнитного поля H . Таким образом, магнитные цепи являются нелинейными и к ним применимы все рассмотренные выше методы расчета нелинейных цепей постоянного тока. Основным этапом расчета является переход от устройства к схеме замещения магнитной цепи. Для этого необходимо:

1. Разбить магнитную цепь на участки постоянного сечения и определить длины ℓ_K и площади поперечного сечения S_K этих участков (длины участков берутся по средней силовой линии).

2. Определить количество источников МДС, равное количеству обмоток с током.

3. По конфигурации магнитопровода составить схему замещения магнитной цепи. Так, в катушке с магнитопроводом (рис. 6.7) три участка ℓ_1 ; ℓ_2 ; ℓ_3 с сечениями S_1 ; S_2 ; S_3 и две обмотки с токами I_1 и I_2 . Поэтому схема замещения (рис. 6.8) одноконтурная с источниками МДС w_1I_1 и w_2I_2 , нелинейными сопротивлениями R_{M1} ; R_{M2} ; R_{M3} и магнитным потоком Φ .



Нелинейной характеристикой этих сопротивлений является зависимость $U_M(\Phi)$, которая может быть получена из кривой намагничивания материала $B(H)$ с учетом геометрии участка магнитопровода, т. е. длины участка ℓ и сечения магнитопровода S . В этом случае $U_M = H \cdot \ell$; $\Phi = B \cdot S$. Если известны нелинейные зависимости $U_M(\Phi)$ и значение МДС, то расчет магнитного потока Φ может производиться любым графическим или аналитическим методом анализа нелинейных цепей постоянного тока.

Пример 6.1. Какова должна быть величина тока в обмотке электромагнита (рис. 6.9) для создания силы притяжения $f = 2000$ Н. Число витков обмотки $w = 628$. Электромагнит состоит из сердечника (поз. 1, рис. 6.9,а) и ярма (поз.2, рис. 6.9,а). Параметры магнитопровода – $l_1 = 0,25$ м, $l_2 = 0,6$ м. Сечения магнитопровода, ярма и сердечника одинаковы: $S_1 = S_2 = S = 25 \cdot 10^{-4}$ м². Величина зазора – $\Delta = 0,001$ м. Кривые намагничивания материала сердечника (кривая 1) и ярма (кривая 2) приведены на рис. 6.10.

Решение. Сила притяжения, создаваемая электромагнитом, зависит от величины магнитного потока в зазоре и сечения зазора S_Δ :

$$f = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S_\Delta};$$

поэтому можно найти величину магнитного потока, необходимого для создания этой силы:

$$\Phi = \sqrt{f \cdot 2\mu_0 \cdot S_\Delta} = \sqrt{2000 \cdot 2 \cdot 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Схема замещения магнитной цепи изображена на рис. 6.9,б где R_{M1} – магнитное сопротивление сердечника, R_{M2} – магнитное сопротивление ярма, $R_{M\Delta}$ – магнитное сопротивление двух зазоров. По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи МДС равна сумме магнитных напряжений участков

$$F = wI = U_{M1} + U_{M2} + U_{M\Delta} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\Delta \cdot 2\Delta.$$

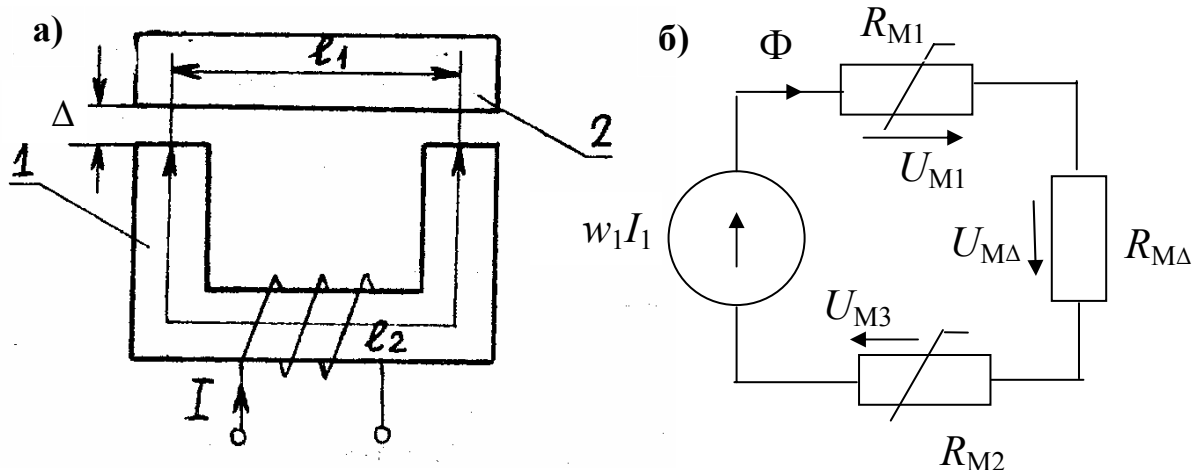


Рис. 6.9

Площади сечения сердечника, ярма и зазора одинаковы, поэтому магнитная индукция на всех участках

$$B_1 = B_2 = B_\delta = \frac{\Phi}{S} = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ Тл.}$$

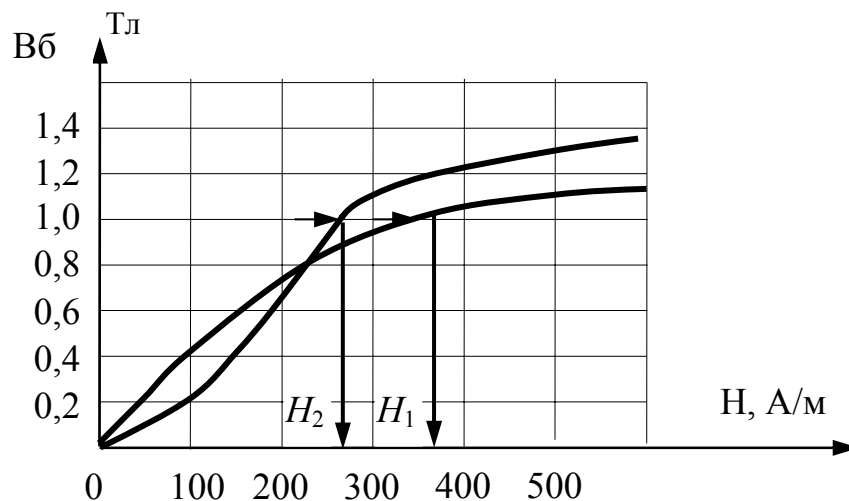


Рис. 6.10

По кривым намагничивания (рис. 6.10) для сердечника (поз. 1) и ярма (поз. 2) определим напряженности магнитного поля: $H_1 = 375 \text{ А/м}$, $H_2 = 275 \text{ А/м}$.

Напряженность магнитного поля в зазоре равна

$$H_{\Delta} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{1,257 \cdot 10^{-6}} = 795545 \text{ А/м}.$$

В результате необходимая МДС вычисляется как

$$F = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_{\Delta} \cdot 2\Delta = 375 \cdot 0,25 + 275 \cdot 0,6 + 795545 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 1860 \text{ А},$$

а ток в обмотке электромагнита, необходимый для создания силы в 2000 Н, равен

$$I = \frac{F}{w} = \frac{1860}{628} = 3 \text{ А}.$$

6.2.3. Расчет разветвленной магнитной цепи

В разветвленной магнитной цепи существует несколько магнитных потоков. Если пренебречь потоками рассеяния, то потоки на различных участках магнитопровода можно вычислить, используя теорию магнитных цепей. Геометрия магнитопровода, изображенного на рис. 6.11,а, такова, что на его участках существуют три магнитных потока: Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 . Схема замещения магнитной цепи приведена на рис. 6.11,б. В этой цепи действуют два источника МДС: $F_1 = w_1 I_1$ и $F_2 = w_2 I_2$, а свойства магнитопровода отражены нелинейными сопротивлениями R_{M1} , R_{M2} .

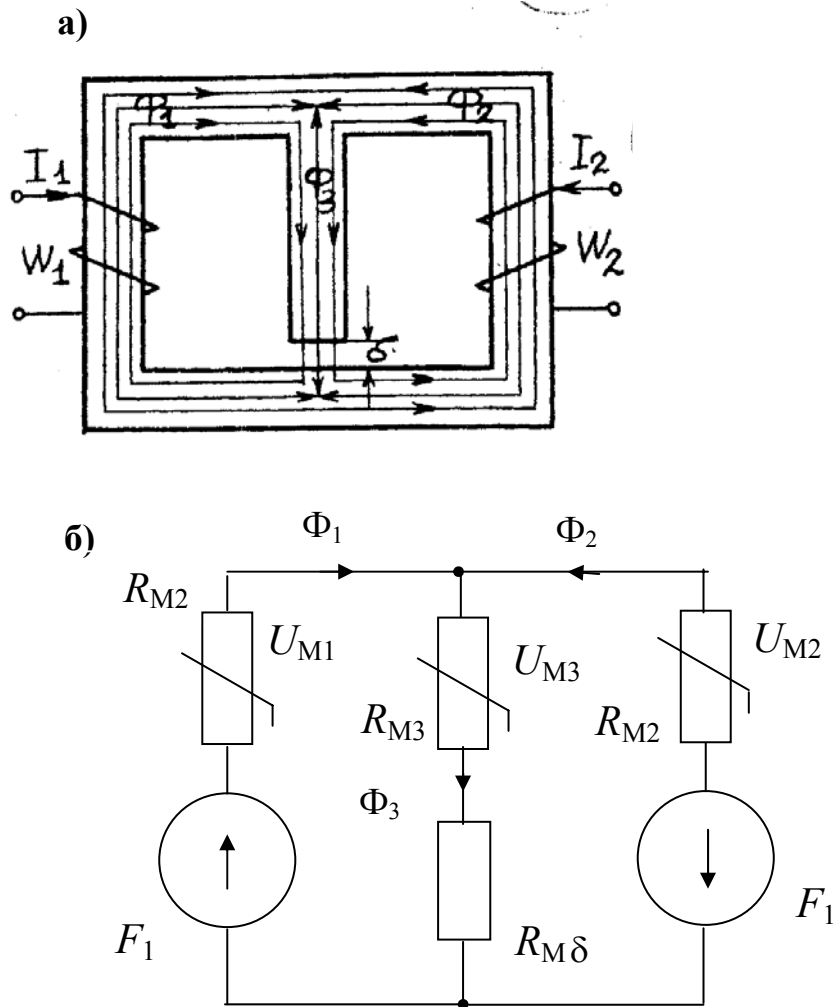


Рис. 6.11

В зазоре δ магнитная проницаемость постоянна и равна μ_0 , поэтому этот участок цепи описан линейным сопротивлением $R_{M\delta}$. Такую цепь можно рассчитать, составив систему уравнений по законам Кирхгофа для магнитной цепи.

$$\begin{cases} \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \\ U_{M1}(\Phi_1) + U_{M3}(\Phi_3) + R_{M\delta} \Phi_3 = w_1 I_1; \\ U_{M2}(\Phi_2) + U_{M3}(\Phi_3) + R_{M\delta} \Phi_3 = w_2 I_2. \end{cases}$$

В этой системе уравнений $U_{M1}(\Phi_1)$, $U_{M2}(\Phi_2)$ и $U_{M3}(\Phi_3)$ – нелинейные характеристики магнитных сопротивлений, которые рассчитываются по кривой намагничивания материала сердечника $B(H)$. Магнитный поток $\Phi = B \cdot S$, магнитное напряжение $U_M = H \cdot \ell$, где S и ℓ – площадь сечения и длина участка магнитопровода. Если нелинейные характеристики заданы аналити-

ческими выражениями, то систему уравнений можно решить методами, изложенными в [3].

Следует отметить, что расчет магнитных потоков методом теории магнитных цепей может давать значительные погрешности, особенно в случаях насыщения магнитопровода. Это обусловлено уменьшением магнитной проницаемости магнитопровода при насыщении. В результате значительно увеличиваются потоки рассеяния, которыми при расчете пренебрегают. Поэтому рекомендуется использовать эти методы для расчета магнитных потоков в ненасыщенных магнитопроводах.

Вопросы для самопроверки

1. Почему вебер-амперная характеристика катушки с ферромагнитным сердечником нелинейна?
2. Как производится расчет магнитной цепи при последовательном соединении участков?
3. Как производится расчет разветвленной магнитной цепи?
4. Дайте формулировку законов Кирхгофа для магнитных цепей.
5. Какие параметры магнитопровода надо знать, чтобы определить его магнитное сопротивление?

Ответьте на вопросы теста

РАЗДЕЛ 7. Нелинейные цепи при переменном токе.

7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе

В теме 7.1 рассматриваются вопросы, входящие в пятый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 7.1. Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- характеристики нелинейных резистивных элементов;
- нелинейные свойства ферромагнитных материалов;
- характеристики нелинейных реактивных элементов.
- расчеты нелинейных цепей с инерционными элементами

7.1.1. Общие положения

Установившийся режим является основным режимом работы электротехнических устройств. Поэтому исследование таких режимов в нелинейных цепях является важной задачей электротехники.

Теоретический анализ процессов в нелинейных электрических цепях оказывается намного сложнее исследования процессов в линейных цепях. Эти процессы описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, которые составляются на основе первого и второго законов Кирхгофа. В большинстве случаев получить общее аналитическое решение этих уравнений невозможно. Поэтому для расчетов установившихся режимов применяются различные приближенные методы, дающие возможность получить решение для тех или иных типов конкретных устройств с нелинейными элементами.

7.1.2. Основные свойства инерционных элементов

Нелинейные электрические цепи, параметры которых изменяются со значительным запаздыванием по отношению к мгновенным значениям напряжения или тока, называются инерционными элементами. К этой группе относятся резистивные элементы, сопротивления которых изменяются в зависимости от температуры. Тепловые процессы инерционны и протекают значительно медленнее изменения мгновенных токов и напряжений. Поэтому активное сопротивление элемента практически не изменяется в течение периода изменения тока, и вольтамперная характеристика для мгновенных значений установившегося режима линейна. Таким образом, однозначной характеристикой инерци-

онного резистивного элемента в установившемся режиме является его активное сопротивление R . Для действующих значений напряжений и токов вольтамперная характеристика такого сопротивления $U(I)$ будет нелинейна, так как нагрев зависит от действующего значения тока I . Следовательно, сопротивление инерционного элемента изменяется при переходе от одного установившегося режима к другому и нелинейно зависит от действующего значения тока. Такими свойствами обладают все лампы накаливания; терморезисторы; оптоэлектронные пары, содержащие нить накаливания; а также другие резистивные элементы, температура которых в процессе эксплуатации изменяется значительно.

Аналогичными свойствами обладают инерционные электромеханические устройства такие, как электромагниты, электромеханические реле, электромеханические контакторы и т. д. Индуктивность таких устройств существенно зависит от положения ферромагнитного якоря, к которому приложена электромагнитная сила, втягивающая якорь в пространство между полюсами электромагнита. В силу инерционности якорь не успевает значительно переместиться в течение периода приложенного напряжения. Поэтому индуктивность L также не изменяется, т. е. для мгновенных значений установившегося режима индуктивность L можно считать линейной. Положение якоря зависит от действующего значения намагничивающего тока I . При переходе от одного установившегося режима к другому установившемуся режиму якорь перемещается, что вызывает изменение индуктивности L таких электромеханических устройств. Следовательно, индуктивность нелинейно зависит от действующего значения тока $L(I)$.

7.1.3. Алгоритм расчета нелинейных цепей с инерционными элементами при воздействии синусоидального напряжения

Общим свойством описанных выше инерционных элементов является линейность их характеристик для мгновенных значений установившегося режима. Это свойство упрощает расчет электрических цепей с инерционными элементами. При синусоидальном приложенном напряжении все токи и напряжения на участках цепи также синусоидальны, что дает возможность применять комплексный (символический) метод расчета. Однако при изменении установившегося режима комплексные сопротивления нелинейных элементов изменяются, так как для действующих значений их характеристики нелинейны: $R=R(I)$, $L=L(I)$. В результате в комплексных уравнениях модули и аргументы

комплексных сопротивлений нелинейных элементов являются функциями токов через эти элементы. Это исключает возможность применения принципа наложения и затрудняет расчет таких цепей.

Рассмотрим метод расчета цепей с инерционными элементами на примере цепи, изображенной на рис. 7.1. Эта цепь содержит источник синусоидального напряжения \dot{E} , линейные сопротивления \underline{Z}_1 и \underline{Z}_2 и нелинейное инерционное сопротивление с характеристикой относительно действующих значений вида $U_{нэ} = \alpha I_3^3$. По законам Кирхгофа запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 = \dot{E}; \\ \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + U_{нэ} = \dot{E}. \end{cases} \quad (7.1)$$

По вольтамперной характеристике $U_{нэ} = \alpha I_3^3$ определим выражение для нелинейного активного сопротивления $R(I_3)$:

$$R(I_3) = \frac{U_{нэ}}{I_3} = \frac{\alpha I_3^3}{I_3} = \alpha I_3^2.$$

В результате получим

$$\dot{U}_{нэ} = R(I_3) \dot{I}_3 = (\alpha I_3^2) \dot{I}_3. \quad (7.2)$$

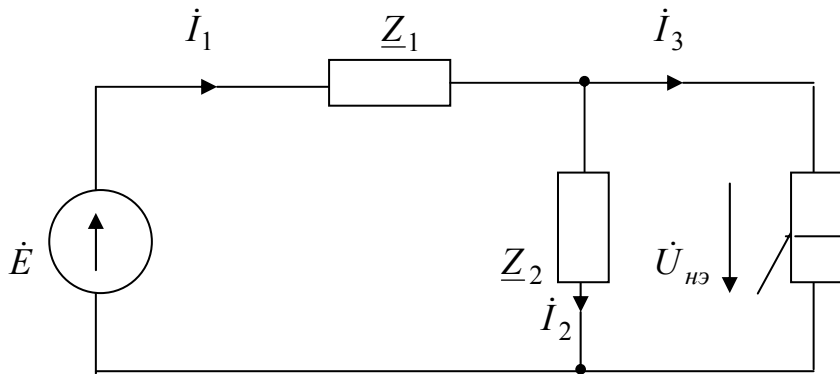


Рис. 7.1

Подставив (7.2) в (7.1), запишем нелинейную систему комплексных уравнений, описывающих процессы в цепи с инерционным сопротивлением.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0; \\ \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2 = \dot{E}; \\ \underline{Z}_1 \dot{I}_1 + (\alpha I_3^2) \dot{I}_3 = \dot{E}. \end{cases}$$

Сложность решения этой системы уравнений заключается в том, что коэффициент при комплексном токе \dot{I}_3 в третьем уравнении, равный αI_3^2 , зависит от модуля этого тока. Поэтому, предварительно выделив действительные и

мнимые части уравнений системы, получим систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3] = 0; \\ \operatorname{Re}[\underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2] = \operatorname{Re}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Re}[\underline{Z}_1 \dot{I}_1 + (\alpha I_3^2) \dot{I}_3] = \operatorname{Re}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Im}[\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3] = 0; \\ \operatorname{Im}[\underline{Z}_1 \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2] = \operatorname{Im}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Im}[\underline{Z}_1 \dot{I}_1 + (\alpha I_3^2) \dot{I}_3] = \operatorname{Im}[\dot{E}]; \end{cases}$$

которая может быть решена методом итераций, или Ньютона. В результате найдем действительные и мнимые составляющие комплексных токов и вычислим $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$.

Пример 7.1. Определите комплексный \dot{I} и мгновенный i токи в цепи (рис. 7.2) с нелинейным инерционным сопротивлением. Комплексное напряжение $\dot{U} = 10e^{j30^\circ}$ В, реактивное сопротивление емкости $X_C = 3$ Ом, вольтамперная характеристика инерционного сопротивления $U_{нэ}(I) = \alpha I^2$ В, где $\alpha = 2$ Ом/А.

Решение. На основании второго закона Кирхгофа запишем комплексное уравнение цепи: $\underline{Z}_C \dot{I} + \dot{U}_{нэ}(I) = \dot{U}$.

По вольтамперной характеристике определим зависимость нелинейного сопротивления от тока:

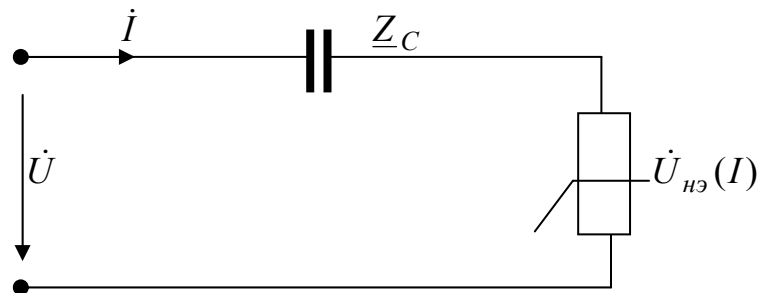


Рис. 7.2

$$R(I) = \frac{U_{нэ}(I)}{I} = \frac{\alpha I^2}{I} = \alpha I;$$

и выразим $\dot{U}_{нэ}$ в виде $\dot{U}_{нэ}(I) = R(I)\dot{I} = (\alpha I)\dot{I}$.

Учитывая, что $\underline{Z}_C = -jX_C$, $\dot{U}_{нэ}(I) = (\alpha I)\dot{I}$, преобразуем исходное уравнение к виду $[(\alpha I) - jX_C]\dot{I} = \dot{U}$.

Из этого уравнения запишем систему нелинейных уравнений для модулей и аргументов:

$$\begin{cases} \sqrt{(\alpha I)^2 + X_C^2} \cdot I = U; \\ \arctg \frac{-X_C}{\alpha I} + \psi_i = \psi_u, \end{cases}$$

решение которых позволит определить действующее значение I и начальную фазу ψ_i искомого тока.

Из первого уравнения системы найдем I . Для этого возведем в квадрат правую и левую части уравнения, преобразуем его к виду $I^4 + \frac{X_C^2}{\alpha^2} I^2 - \frac{U^2}{\alpha^2} = 0$, и вычислим I^2 :

$$I^2 = \frac{-X_C}{2\alpha^2} \pm \sqrt{\left(\frac{X_C^2}{2\alpha^2}\right)^2 + \frac{U^2}{\alpha^2}} = -\frac{9}{8} \pm \frac{41}{8}.$$

Отрицательный корень не имеет физического смысла, так как $I^2 \geq 0$, следовательно, $I^2 = 4A^2$, а $I = 2A$.

Начальную фазу тока определим из второго уравнения системы.

$$\psi_i = \psi_u - \arctg \frac{-X_C}{\alpha I} = 30^\circ - \arctg \frac{-3}{4} = 67^\circ.$$

Таким образом, комплексное действующее значение тока равно $\dot{I} = 2e^{j67^\circ}$, а выражение для мгновенного тока имеет вид

$$i = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \psi_i) = 2,83 \sin(\omega t + 67^\circ) \text{ A.}$$

7.1.4. Особые свойства безынерционных нелинейных элементов

Нелинейные элементы электрической цепи, параметры которых изменяются практически мгновенно с изменением напряжения или тока, называются безынерционными элементами. Такими характеристиками обладают все полупроводниковые устройства (диоды, стабилитроны, динисторы, тиристоры, транзисторы, аналоговые и логические микросхемы), а также устройства с ферромагнитными сердечниками, трансформаторы и дроссели. Они являются основными элементами современных систем автоматического регулирования и управления, устройств электроэнергетики, информационных систем, компьютеров, радио - и телевизионных систем передач информации.

Общим свойством безынерционных нелинейных элементов является способность преобразовывать спектр напряжений или токов. Наличие в цепи нелинейного элемента приводит к тому, что даже при синусоидальном входном напряжении токи и напряжения на всех элементах цепи становятся несинусоидальными. Это особое свойство дает возможность преобразовывать информацию и параметры электрической энергии.

Рассмотрим это свойство нелинейных цепей на примере однополупериодного выпрямителя (рис. 7.3).

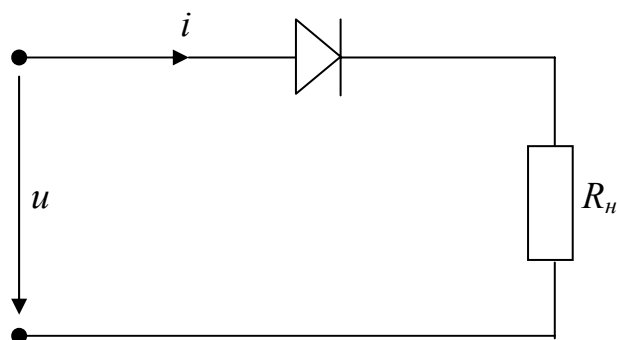


Рис. 7.3

Идеализированная вольтамперная характеристика этой цепи $i(u)$ нелинейна (рис. 7.4). В результате при синусоидальном входном напряжении u ток i несинусоидален и содержит постоянную составляющую и высшие гармоники.

7.1.5. Метод эквивалентных синусоид и области его применения

Способность нелинейных элементов к преобразованию спектра напряжений и токов создает трудности при расчете таких цепей переменного тока. В связи с тем, что напряжения и токи безынерционного нелинейного элемента не могут быть одновременно синусоидальными, нельзя использовать комплексный метод, а из-за нелинейности цепи не применим и принцип наложения. В связи с этим используются различные приближенные методы расчета, одним из которых является метод эквивалентных синусоид.

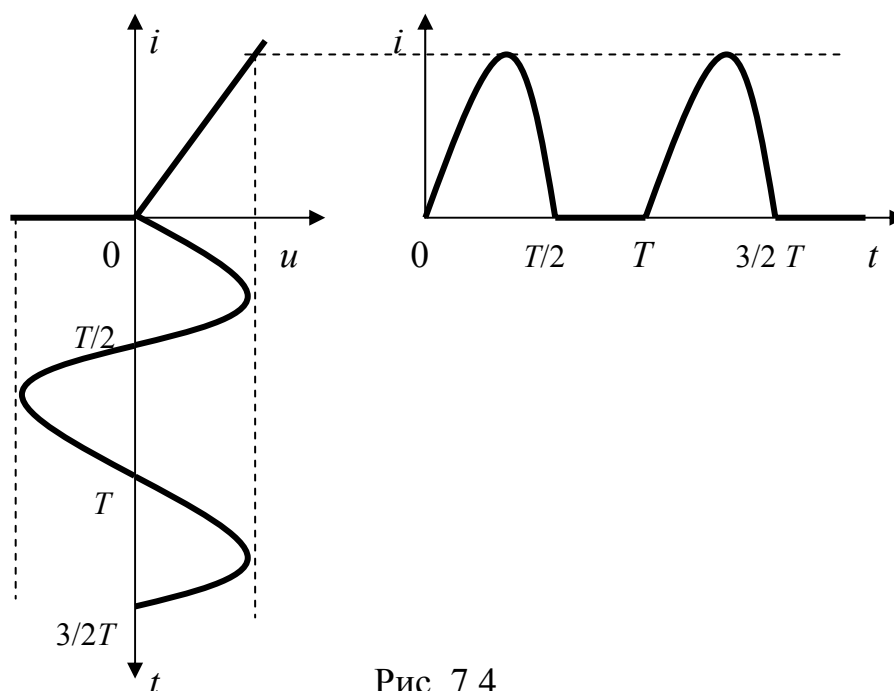


Рис. 7.4

Область применения метода. Метод предназначен для расчета установившихся процессов в цепях переменного тока с нелинейными элементами, характеристики которых симметричны, например: $u_{нэ} = \alpha i_{нэ}^3$ (рис. 7.5).

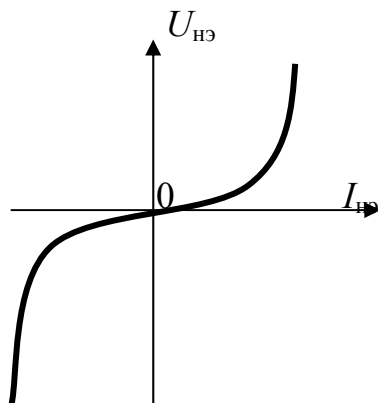


Рис. 7.5

Сущность метода. Несинусоидальные напряжения и токи исследуемой цепи заменяются эквивалентными синусоидальными $u_э$ и $i_э$, причем действующие значения реальных напряжений и токов и их эквивалентных синусоид равны. В некоторых случаях эквивалентные синусоиды принимаются равными первым гармоникам реальных напряжений и токов.

Математический аппарат метода. Принятые допущения дают возможность считать нелинейные элементы условно инерционными, т.е. линейными для мгновенных значений эквивалентной синусоиды. В результате этого применим комплексный метод расчета. Однако, как и в цепях с инерционными элементами, сопротивления нелинейных участков зависят от действующего значения тока.

Рассмотрим применение метода эквивалентных синусоид на примере цепи, изображенной на рис. 7.6., в которой вольт-амперная характеристика нелинейного активного сопротивления для мгновенных значений имеет вид $u_{нэ} = \alpha i_{нэ}^3$ (рис. 7.6), а ЭДС синусоидальная – $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$. Расчет цепи состоит из следующих этапов.

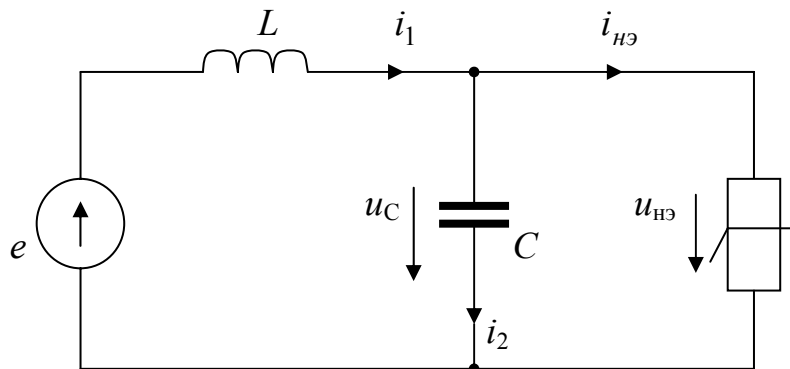


Рис. 7.6

1. По законам Кирхгофа составляем систему уравнений для исследуемой цепи.

$$\begin{cases} i_1 - i_2 - i_{нэ} = 0; \\ L \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{c} \int i_2 dt = e; \\ L \frac{di_1}{dt} + u_{нэ}(i_{нэ}) = e. \end{cases}$$

2. По нелинейной характеристике $u_{нэ}(i_{нэ})$ для мгновенных значений напряжения и тока определяем нелинейную характеристику для действующих значений $U_{нэ}(I_{нэ})$, считая, что $i_{нэ} = I_{мнэ} \sin \omega t$:

$$u_{нэ} = \alpha i_{нэ}^3 = \alpha I_{мнэ}^3 \sin^3 \omega t = \frac{3}{4} \alpha I_{мнэ}^3 \sin \omega t - \frac{1}{4} \alpha I_{мнэ}^3 \sin 3\omega t.$$

При синусоидальном токе напряжение нелинейного элемента несинусоидально и содержит первую и третью гармоники. Определим действующие значения этого напряжения.

$$\begin{aligned} U_{нэ} &= \sqrt{\frac{U_{m1}^2}{2} + \frac{U_{m3}^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{3}{4} \alpha I_{мнэ}^3\right)^2 + \left(\frac{1}{4} \alpha I_{мнэ}^3\right)^2} = \\ &= \frac{\alpha \sqrt{10}}{2} \cdot \left(\frac{I_{мнэ}}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{\alpha \sqrt{10}}{2} I_{нэ}^3. \end{aligned}$$

Таким образом, характеристика для действующих значений напряжения и тока нелинейного элемента имеет вид

$$U_{нэ}(I_{нэ}) = \frac{\alpha \sqrt{10}}{2} I_{нэ}^3.$$

В общем случае при расчете других электрических цепей эта характеристика может быть задана или получена экспериментально.

3. Заменяем кривые мгновенных токов $i_1, i_2, i_{нэ}$ и напряжения $u_{нэ}$ в системе на эквивалентные синусоиды и получим систему комплексных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_{нэ} = 0; \\ j\omega L \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega c} \dot{I}_2 = \dot{E}; \\ j\omega L \dot{I}_1 + \left(\frac{\alpha \sqrt{10}}{2} I_{нэ}^2\right) \dot{I}_{нэ} = \dot{E}. \end{cases}$$

Сложность решения заключается в том, что коэффициент при токе $\dot{I}_{нэ}$, равный $(\alpha\sqrt{10}/2 \cdot I_{нэ}^2)$, нелинейно зависит от модуля этого тока. Поэтому, выделив действительные и мнимые части уравнений системы, получим систему нелинейных алгебраических уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{Re}[\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_{нэ}] = 0; \\ \operatorname{Re}\left[j\omega L \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega c} \dot{I}_2 \right] = \operatorname{Re}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Re}\left[j\omega L \dot{I}_1 + \left(\frac{\alpha\sqrt{10}}{2} I_{нэ}^2 \right) \dot{I}_{нэ} \right] = \operatorname{Re}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Im}[\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_{нэ}] = 0; \\ \operatorname{Im}\left[j\omega L \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega c} \dot{I}_2 \right] = \operatorname{Im}[\dot{E}]; \\ \operatorname{Im}\left[j\omega L \dot{I}_1 + \left(\frac{\alpha\sqrt{10}}{2} I_{нэ}^2 \right) \dot{I}_{нэ} \right] = \operatorname{Im}[\dot{E}]; \end{array} \right.$$

совместное решение, которых методом итерации, или, Ньютона позволяет найти действительную и мнимую составляющие комплексных токов эквивалентных синусоид. Действующие значения этих токов $I_1, I_2, I_{нэ}$ приближенно равны действующим значениям несинусоидальных токов $i_1, i_2, i_{нэ}$ исследуемой цепи.

Достоинства метода. Введенные допущения дают возможность использовать комплексный метод и векторные диаграммы, что упрощает расчеты.

Недостатки метода. Точность метода зависит от содержания высших гармоник в напряжениях и токах. Если нелинейные элементы обладают существенно нелинейными характеристиками и содержание высших гармоник значительно, данный метод, даже по действующим значениям, дает большую погрешность. Метод не позволяет вычислить мгновенные напряжения и токи цепи.

Однако, несмотря на указанные недостатки, простота метода обуславливает его широкое применение, особенно при расчете цепей с дросселями и трансформаторами.

7.1.6. Электромагнитные процессы в катушке с ферромагнитным сердечником

В современной технике широкое применение находят дроссели, или катушки с ферромагнитными сердечниками. При расчете электротехнических ус-

тановок с дросселями важно знать схему замещения дросселя идеальными элементами электрической цепи. Такая схема может быть разработана с учетом электромагнитных процессов в этом устройстве. На рис. 7.7 приведена конструктивная схема катушки индуктивности с замкнутым магнитопроводом. Обмотка подключена к источнику напряжения u . Ток i , протекающий по обмотке, создает магнитный поток Φ , основная часть которого Φ_0 замыкается в ферромагнитном сердечнике, так как его магнитная проницаемость μ много больше магнитной проницаемости окружающей среды (воздуха).

Однако часть магнитного потока Φ_S замыкается по воздуху и называется магнитным потоком рассеяния.

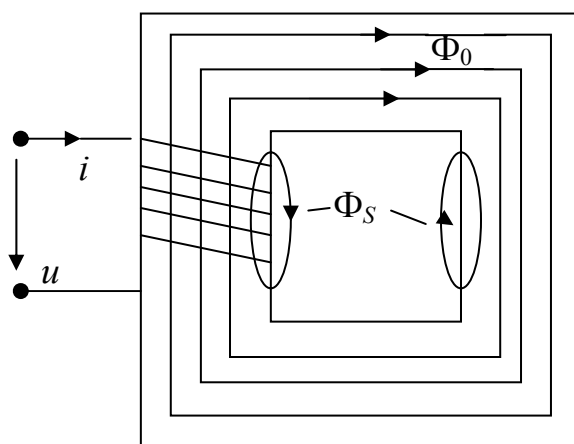


Рис. 7.7

Уравнение, описывающее электромагнитные процессы в дросселе витков имеет, вид

$$u = Ri + \frac{d\psi}{dt}, \quad (7.3)$$

где R – активное сопротивление обмотки; ψ – полное потокосцепление.

$$\psi = w\Phi = \psi_0 + \psi_S, \quad (7.4)$$

Где w – число витков обмотки дросселя, ψ_0 – потокосцепление, обусловленное потоком Φ_0 , замыкающимся в сердечнике, а ψ_S – обусловленное потоком Φ_S , замыкающимся вне сердечника.

$$\psi_S = w\Phi_S.$$

Подставив (7.4) в уравнение (7.3), получим

$$u = Ri + \frac{d}{dt}(\psi_0 + \psi_S) = Ri + \frac{d\psi_S}{dt} + \frac{d\psi_0}{dt}.$$

Поток Φ_S замыкается по линейной среде (воздуху) с постоянной магнитной проницаемостью μ_0 , и потокосцепление ψ_S пропорционально току i . Это дает возможность ввести в рассмотрение линейную индуктивность рассеяния L_S , связывающую количественно ψ_S и i : $\psi_S = L_S i$. В результате уравнение примет вид

$$u = Ri + L_S \frac{di}{dt} + w \frac{d\Phi_0(i)}{dt} = Ri + L_S \frac{di}{dt} + u_0.$$

Зависимость потокосцепления ψ_0 от тока i нелинейная (рис. 7.2) и определяется свойствами ферромагнитного сердечника. Поэтому данное уравнение является нелинейным. В результате ток несинусоидальный, даже в том случае, если к катушке приложено синусоидальное напряжение.

При анализе электромагнитных процессов в дросселе используем метод эквивалентных синусоид. При этом заменяют несинусоидальные i и Φ_0 эквивалентными синусоидами, для которых записывают уравнение в комплексной форме.

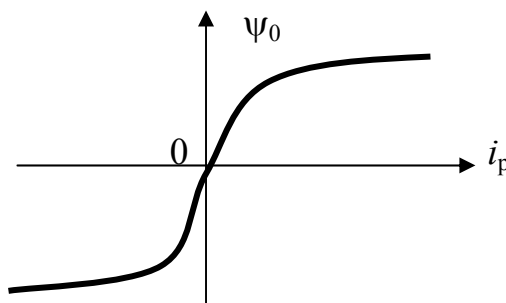


Рис. 7.8

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L_S \dot{I} + j\omega w \dot{\Phi}_0 = R\dot{I} + j\omega L \dot{I} + \dot{U}_0. \quad (7.5)$$

Такая форма записи дает возможность разработать схему замещения катушки с ферромагнитным сердечником (рис. 7.3,а) и привести ее векторную диаграмму катушки (рис. 7.3,б). Сопротивление R отражает процессы превращения электрической энергии в тепловую в обмотке дросселя, индуктивность L_S связана с магнитным потоком Φ_S вне сердечника. Причем R и L_S – линейные элементы схемы замещения. Процессы в ферромагнитном сердечнике отражаются нелинейными активной проводимостью g_0 и индуктивностью с реактивной проводимостью ϵ_0 .

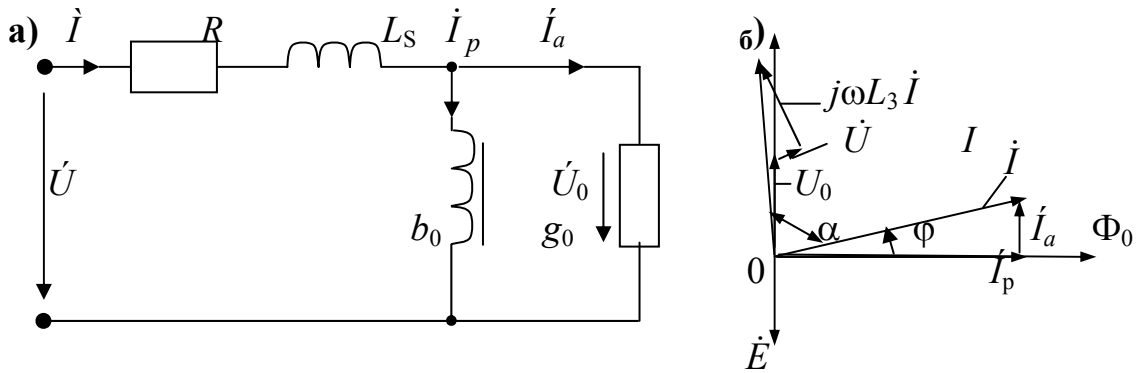
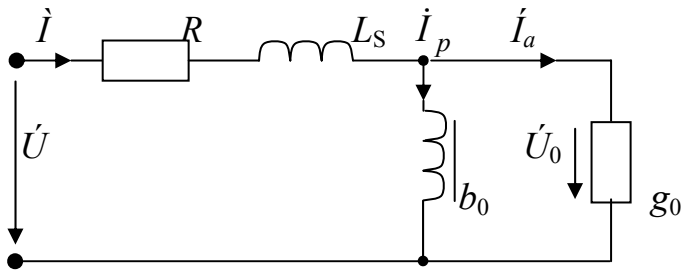


Рис. 7.9

Вопросы для самопроверки по теме 7.1

1. Что является потоком рассеяния?
2. По какому пути замыкается основная часть магнитного потока?
3. Почему уравнение дросселя для мгновенных значений токов и напряжений является нелинейным?

Перечислите, какие физические процессы отражены на схеме замещения дросселя?



Ответьте на вопросы теста

7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях

В теме 7.2 рассматриваются вопросы, входящие в пятый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 7.2. Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- метод условной линеаризации;
- метод кусочно-линейной аппроксимации;
- метод переменных состояния.

7.2.1. Общие положения

Переходные процессы в нелинейных цепях носят более сложный характер, чем в линейных цепях. Нелинейность характеристики элемента цепи оказывает значительное влияние на характер переходного процесса. От вида нелинейной характеристики существенно зависят скорость нарастания и спада переходного тока, максимальные и минимальные напряжения и токи в переходном процессе. В нелинейных электрических цепях при одном и том же входном напряжении могут существовать два различных установившихся режима. Причем от начальных условий переходного процесса при включении цепи зависит работа в том или другом установившемся режиме. Кроме того, при некоторых условиях переходного процесса могут возникнуть автоколебания с частотой, отличной от частоты источника. Таким образом, важность анализа переходных процессов в нелинейных цепях несомненна. Однако при анализе таких переходных процессов возникают значительные трудности.

Переходные процессы в нелинейных цепях описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для которых, как правило, не существует общего аналитического решения. В зависимости от конкретных условий задачи выбирается тот или иной приближенный метод расчета.

7.2.2. Метод условной линеаризации и примеры его применения

Метод состоит в том, что нелинейная характеристика в первом приближении условно заменяется прямой линией. В результате задача сводится к решению линейного дифференциального уравнения. Полученное приближенное решение уточняется по заданной нелинейной характеристике.

Рассмотрим метод условной линейризации на примере анализа переходного процесса в цепи с последовательным соединением резистора R и нелинейной индуктивностью (рис. 7.10) при включении к источнику постоянного напряжения U .

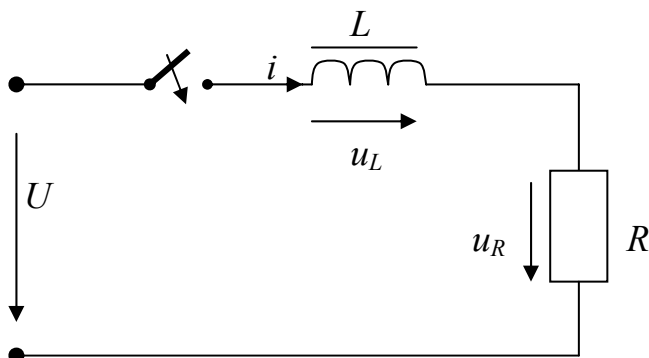


Рис. 7.10

После коммутации процессы в цепи описываются дифференциальным уравнением $\frac{d\psi}{dt} + Ri = U$, для которого нелинейная вебер-амперная характеристика $\psi(i)$ представлена на рис. 7.11. Нелинейную характеристику условно заменим линейной, проходящей через точку, соответствующую установившемуся режиму, с координатами $\psi_{уст}, I_{уст}$. В этом случае приближенно считаем индуктивность линейной, причем $L_{\text{э}} = \psi_{уст} / I_{уст} = \text{const}$.

Таким образом, исходное дифференциальное уравнение преобразовано к линейному уравнению вида $\frac{d\psi}{dt} + \frac{R}{L_{\text{э}}}\psi = U$, которое имеет решение

$$\psi = \psi_{уст} \left(1 - e^{-\frac{R}{L_{\text{э}}}t} \right).$$

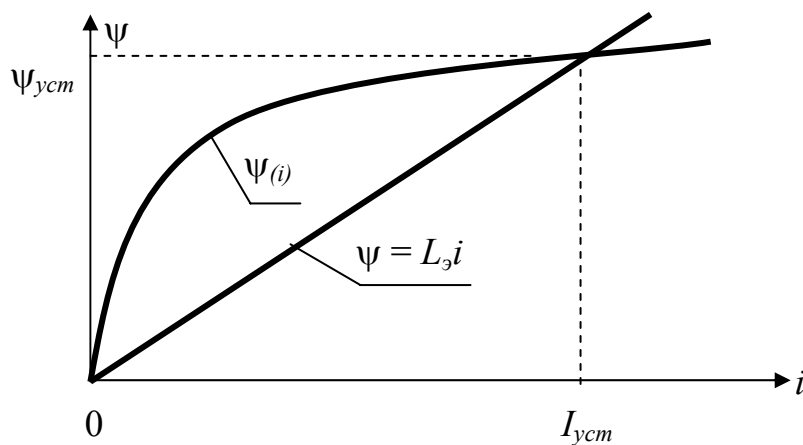


Рис. 7.11

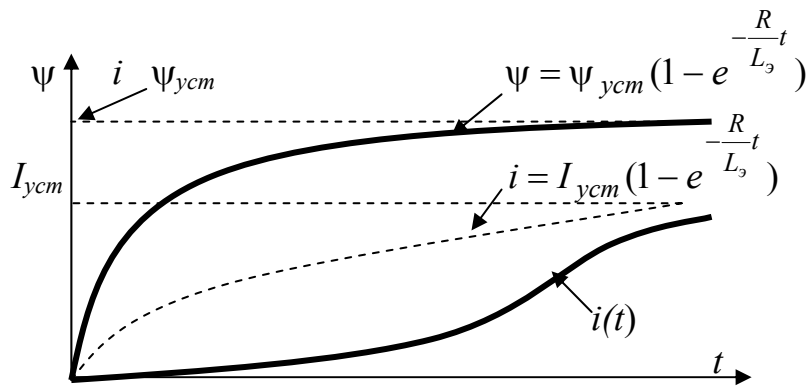


Рис. 7.12

Таким образом, получено решение для потокосцепления ψ в переходном процессе (рис. 7.12). По значению ψ с учетом заданной характеристики $\psi(i)$ можно построить график тока переходного процесса $i(t)$ (рис. 7.12). При малых токах дифференциальная индуктивность больше, чем $L_{\text{э}}$. Поэтому в начале ток i растет медленнее, чем в линейной цепи, а затем быстрее.

Для сравнения пунктиром изображена функция $i = I_{\text{уст}} \left(1 - e^{-\frac{R}{L_{\text{э}}} t} \right)$, полученная при условии $L_{\text{э}} = \text{const}$.

Область применения метода. Метод отличается простотой, но дает большую погрешность. Применяется для ориентировочных расчетов при предварительном анализе нелинейных электрических устройств.

7.2.3. Метод кусочно-линейной аппроксимации

Основой метода является замена характеристики нелинейного элемента отрезками прямых линий, что позволяет перейти от нелинейного дифференциального уравнения к нескольким линейным уравнениям. Эти уравнения отличаются значениями коэффициентов и справедливы для того момента времени, в течение которого рабочая точка перемещается по данному линеаризованному участку. Получаемые решения приплюсовываются одно к другому выбором постоянных интегрирования.

Рассмотрим метод кусочно-линейной аппроксимации на примере анализа переходного процесса в нелинейной цепи (рис. 7.13), содержащей линейные R , L и полупроводниковый диод. Заменяем нелинейную ВАХ диода (рис. 7.14) ломаной линией. В результате линеаризованная ВАХ представлена выражениями

$$\begin{cases} i(u_\partial) = \frac{1}{R_1} u_\partial & \text{при } 0 \leq i < i_1; \end{cases} \quad (7.6)$$

$$\begin{cases} i(u_\partial) = i_1 + \frac{u_\partial - u_1}{R_2} & \text{при } i_1 \leq i < \infty, \end{cases} \quad (7.7)$$

где сопротивление участков $R_1 = \frac{u_1}{i_1}$, а $R_2 = \frac{u_2 - u_1}{i_2 - i_1}$.

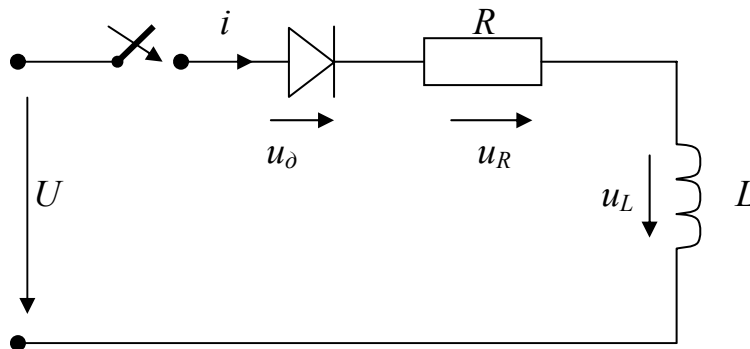


Рис. 7.13

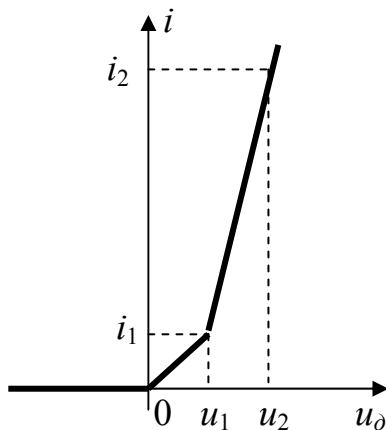


Рис. 7.14

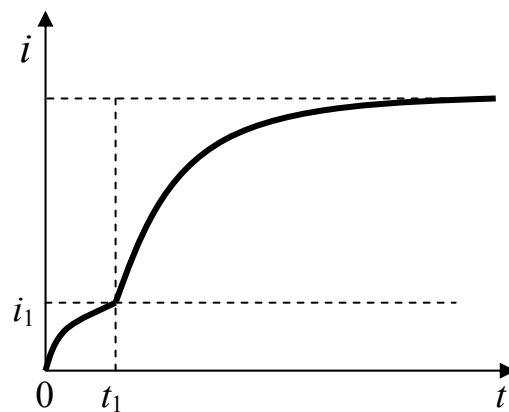


Рис. 7.15

Нелинейное уравнение исследуемой цепи (рис. 7.13) имеет вид

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_\partial(i) = U. \quad (7.8)$$

Для первого участка линеаризации $u_\partial(i) = R_1 i$.

Запишем дифференциальное уравнение цепи на этом участке характеристики:

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_1)i = U, \quad (7.9)$$

которое справедливо в интервале времени $0 < t < t_1$, когда ток изменяется от 0 до i_1 . На втором участке линеаризации согласно выражению (7.7)

$$u_{\partial}(i) = R_2 i + u_1 \left(1 - \frac{R_2}{R_1} \right). \quad (7.10)$$

Подставим (7.8) в (7.6), получим дифференциальное уравнение, которое справедливо в интервале времени $t_1 < t < \infty$, когда ток больше i_1 .

$$L \frac{di}{dt} + (R + R_2)i = U - u_1 \left(1 - \frac{R_2}{R_1} \right) = U_2. \quad (7.11)$$

Решения линейных дифференциальных уравнений (7.9), (7.11) имеют вид

$$i = \frac{U}{R + R_1} + A_1 e^{-\frac{R+R_1}{L}t} \quad \text{при } 0 < t < t_1; \quad (7.12)$$

$$i = \frac{U_2}{R + R_2} + A_2 e^{-\frac{R+R_2}{L}(t-t_1)} \quad \text{при } t_1 < t < \infty.$$

Постоянная интегрирования A_1 определяется из начального условия $i(0) = 0$ и равна $A_1 = -\frac{U}{R + R_1}$.

Момент перехода с одного линейного участка на другой t_1 найдем из уравнения

$$i_1 = \frac{U}{R + R_1} + A_1 \left(1 - e^{-\frac{R+R_1}{L}t_1} \right).$$

Постоянную интегрирования A_2 найдем из уравнения тока на втором участке и начального условия $i(t_1) = i_1$:

$$A_2 = i_1 - \frac{U}{R + R_2}.$$

По выражению (7.12) для тока различных участков можно построить кривую переходного процесса, изображенную на рис. 7.15.

7.2.4. Расчет переходных процессов в нелинейных цепях методом переменных состояния

Рассмотренные выше методы обладают своими достоинствами и недостатками. Каждый из методов можно эффективно использовать применительно к определенному классу нелинейных задач. Так, метод, основанный на кусочно-линейной аппроксимации характеристики, дает хорошие результаты при расчете цепей с полупроводниковыми вентилями (диодами, стабилитронами). Это обусловлено тем, что ВАХ таких элементов можно достаточно точно аппрок-

симировать двумя отрезками прямой. При такой аппроксимации расчет переходного процесса связан с небольшим объемом вычислений. Метод условной линеаризации дает большую погрешность. Поэтому, несмотря на простой алгоритм решения, применяется только для ориентировочных расчетов переходных процессов в нелинейных цепях.

Разработаны и другие приближенные методы расчета переходных процессов такие, как метод медленно заменяющихся амплитуд, метод графического интегрирования, метод изоклин для построения фазовых траекторий и расчета переходных процессов. Каждый из этих методов применяется для определенного класса нелинейных задач.

Развитие нелинейной электротехники поставило задачу разработки универсального метода анализа переходных процессов. Следует отметить, что анализ процессов в нелинейной цепи состоит из двух этапов: составления дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения. На первом этапе не существует принципиальных трудностей при разработке дифференциального уравнения или системы уравнений исследуемой цепи. Основные проблемы возникают на этапе решения нелинейных уравнений, так как лишь для небольшого вида уравнений решение может быть получено в виде аналитического выражения. В остальных случаях решение может быть получено графически или численно. Существуют два пути решения задачи: а) точное решение приближенного уравнения; б) приближенное решение точного уравнения. Подход, основанный на точном решении приближенных уравнений, используется в изложенных выше методах условной линеаризации, кусочно-линейной аппроксимации и других. Приближенное решение точного уравнения дает возможность разработать универсальный метод, так как алгоритм решений не зависит от вида уравнений и, следовательно, применим к любой нелинейной электрической цепи. Таким методом является метод переменных состояния.

Рассмотрим анализ переходного процесса методом переменных состояния на примере подключения цепи (рис. 7.16) с линейным сопротивлением R и емкостью C и нелинейной индуктивностью (нелинейность: $i = \alpha\psi^3$) к источнику постоянного напряжения U .

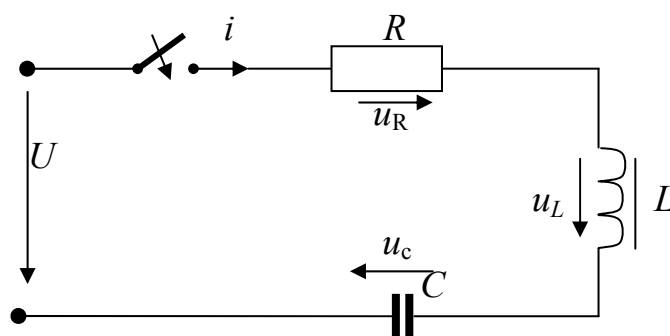


Рис. 7.16

По законам Кирхгофа составим систему уравнений:

$$\begin{cases} u_L + u_R + u_C = U; \\ u_L = \frac{d\psi}{dt}; \\ u_R = Ri; \\ i = \alpha\psi^3; \\ i = C \frac{du_C}{dt}. \end{cases}$$

Подставляя $u_L = \frac{d\psi}{dt}$ и $u_R = Ri = R\alpha\psi^3$ в первое уравнение системы, получим

$$\frac{d\psi}{dt} + R\alpha\psi^3 + u_C = U.$$

Из двух последних уравнений системы можно записать:

$$C \frac{du_C}{dt} = \alpha\psi^3.$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений состояний, описывающая переходный процесс в цепи, имеет вид

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{dt} + R\alpha\psi^3 + u_C = U; \\ C \frac{du_C}{dt} - \alpha\psi^3 = 0. \end{cases}$$

Преобразуем эту систему к нормальной форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{d\psi}{dt} = -R\alpha\psi^3 - u_C + U; \\ \frac{du_C}{dt} = \frac{\alpha}{C}\psi^3. \end{cases}$$

Решение такой системы уравнений можно получить любым численным методом, интегрируя систему уравнения с учетом начальных условий $\psi(0) = 0$, $u_C(0) = 0$.

Вопросы для самопроверки

1. Каковы сферы применения методов условной аппроксимации и кусочно-линейной аппроксимации?
2. В чем заключаются достоинства метода аналитической аппроксимации?
3. Относительно каких переменных записывают уравнения в методе переменных состояния?

Глоссарий

Термин	Что означает
Амплитуда	Наибольшее значение A , которого достигает величина s , совершающая гармонические колебания по закону $s = A \sin(\omega t + \psi_0)$
Векторная диаграмма	Графическое изображение в виде векторов синусоидально изменяющихся электрических величин
Взаимная индуктивность	Количественная характеристика M_{21} связи между магнитным потоком Φ_{21} через некоторую электрическую цепь, создаваемым током I другой цепи; $M_{21} = \Phi_{21} / I$ ($M_{21} = M_{12}$). Ед. измерения - Гн
Взаимная индукция	Явление возбуждения ЭДС в одной электрической цепи при изменении тока в другой цепи
Вольтамперная характеристика элемента электрической цепи	Зависимость напряжения на зажимах элемента электрической цепи от тока
Второй закон коммутации	Напряжение на емкостном элементе в начальный момент времени после коммутации имеет то же самое значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией, а затем с этого значения оно начинает плавно изменяться
Двухполюсник	Многополюсник, имеющий только две точки подключения. Различают Д. активные, содержащие источники электрической энергии, и пассивные, не содержащие их.
Действующее значение	Среднеквадратическое за период значение периодической величины (тока, напряжения, ЭДС и т. д). Например, для тока $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt}$. Для синусоидально изменяющихся величин действующее значение в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудного
Емкость электрическая (Э.е.)	Электрическая характеристика проводника или системы проводников. Э.е. уединенного проводника равна $C = Q / \varphi$, где Q и φ – заряд и потенциал проводника. Э.е. конденсатора $C = Q / (\varphi_1 - \varphi_2)$, где Q – заряд на одной из обкладок конденсатора, а φ_1, φ_2 - потенциалы его обкладок
Индуктивность	Количественная характеристика связи между магнитным потоком самоиндукции Φ_C электрической цепи и током в ней I . Обозначают – L ($L = \Phi_C / I$)

Источник ЭДС или напряжения идеальный	Источник, у которого напряжение на выводах не зависит от сопротивления нагрузки (внутреннее сопротивление источника равно нулю)
Источник тока идеальный	Источник, у которого ток не зависит от сопротивления нагрузки.
Классический метод анализа переходного процесса	Это непосредственное решение дифференциального уравнения, составленного для исследуемой цепи на основе законов Кирхгофа
Коммутация	Любые изменения в электрической цепи. Обычно считают, что коммутация происходит мгновенно
Линейный элемент	Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивления и др.) не зависят от тока в нем.
Линейная электрическая цепь	Цепь, все элементы которой являются линейными
Линейные провода	Провода, соединяющие начала фаз генератора и потребителя
Линейные токи	Токи в линейных проводах.
Линейные напряжения	Напряжения между линейными проводами
Магнитное поле	Одна из двух сторон электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости
Магнитная индукция	Векторная величина, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся или смещающуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля. П р и м е ч а н и е Магнитная индукция численно равна отношению силы, действующей на заряженную частицу, к произведению заряда и скорости частицы, если направление скорости таково, что эта сила максимальная и имеет направление, перпендикулярное к векторам силы и скорости, совпадающее с направлением правого винта при вращении его от направления силы к направлению скорости частицы с положительным зарядом
Магнитная цепь	Совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны при помощи магнитодвижущей силы, магнитного потока и разности магнитных потенциалов

Магнитодвижущая сила (М.с.)	Величина, характеризующая магнитное поле электрического тока. В соответствии с законом полного тока М.с. равна электрическому току сквозь поверхность, натянутую на контур L (например, произведению тока в обмотке трансформатора или электромагнита на число витков обмотки, намотанных на контур L). М.с. измеряется в A
Магнитных потенциалов разность (магнитное напряжение)	Величина, равная произведению напряженности магнитного поля на длину участка магнитной цепи. Измеряется в A
Магнитопровод	Часть электротехнического устройства из ферромагнитного материала, служащая для увеличения магнитного потока, его концентрации в определенной части устройства, а также придания магнитному полю определенной конфигурации
Мощности коэффициент	Отношение активной мощности к полной мощности. В цепях синусоидального тока равен $\cos \varphi$ (φ – сдвиг фаз между током и напряжением)
Мощность электрическая (М.э.)	Величина, характеризующая скорость изменения (преобразования, рассеяния, передачи и т. п.) электрической энергии. В цепях пост. тока М. э. равна произведению напряжения и тока. В цепях переменного тока различают мгновенную, активную, реактивную и полную. М г н о в е н н а я М. э. равна произведению мгновенных значений напряжения и тока. А к т и в - н а я М. э. P – среднее за период значение мгновенной мощности переменного тока, характеризует скорость преобразования электромагнитной энергии в другие виды энергии (тепловую, механическую и т. д.). В цепях однофазного синусоидального тока активная М. э. $P = UI \cos \varphi$, (U и I — действующие значения напряжения и тока, φ – сдвиг фаз между током и напряжением). Ед. активной М. э. – Вт (ватт). Р е а к т и в - н а я М. э. Q характеризует скорость накопления энергии в конденсаторах и катушках индуктивности, а также обмен энергией между отдельными участками цепи, и в частности генератором и приёмником. В цепях синусоидального тока реактивная М. э. участка $Q = UI \sin \varphi$. Единица реактивной М. э. – вар. П о л н а я М. э. S характеризует М. э., отдаваемую в цепь источником переменного тока. Для цепей синусоид тока полная М. э. $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Ед. полной М. э. – вольт-ампер (В.А)

Напряжение	Скалярная величина, численно равная работе при перемещении единичного положительного заряда по заданному пути. С напряженностью E вдоль участка цепи 1-2 напряжение U_{12} связано соотношением $U_{12} = \int_1^2 E dl$
Напряжение короткого замыкания	Величина напряжения на входе трансформатора, которое нужно приложить к первичной обмотке трансформатора, при условии, что вторичная обмотка замкнута накоротко, при этом в первичной обмотке протекает номинальный ток
Напряжение холостого хода	Напряжение между двумя выводами цепи, когда нагрузка, подключаемая к этим выводам, отсутствует
Напряженность магнитного поля	Векторная величина H , характеризующая магнитное поле и равная отношению магнитной индукции B в рассматриваемой точке к абсолютной магнитной проницаемости μ
Напряженность электрического поля	Основная силовая характеристика E электрического поля, равная отношению силы, действующей на точечный электрический заряд в данной точке пространства, к величине заряда
Независимый контур	Контур, в состав которого входит хотя бы одна ветвь, не принадлежащая другим контурам.
Нейтральный провод	Провод, соединяющий нейтральные точки генератора и потребителя в схеме
Нелинейный элемент	Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивление и др.) изменяются при изменении величины тока, возникающего в данном элементе
Нелинейная электрическая цепь	Цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент
Переходные процессы	Процессы, возникающие в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима работы к другому. Переходные процессы в электрической цепи возникают, когда в цепи имеются индуктивные и емкостные элементы
Первый закон коммутации	Ток в ветви с индуктивным элементом в начальный момент времени после коммутации имеет то же самое значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией, а затем с этого значения он начинает плавно изменяться

Постоянная времени	Интервал времени, в течение которого ток (напряжение) в цепи изменится в $e = 2,71$ раз. Величина постоянного времени зависит от вида и параметров цепи. Постоянная времени характеризует скорость протекания переходных процессов, причем, чем больше постоянная времени, тем продолжительнее переходный процесс
Принужденный (установившийся) режим	Режим, который создается источником питания (постоянного или переменного напряжения)
Период	Наименьший промежуток времени T , через который колебания повторяются в той же самой последовательности. Такие колебания называются периодическими.
Последовательное соединение участков электрической (магнитной) цепи	Соединение, при котором через все участки цепи проходит один и тот же ток или поток индукции
Параллельное соединение электрических (магнитных) участков цепи	Соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т. е. находятся под действием одного и того же электрического (магнитного) напряжения
Проводимость	Величина обратная сопротивлению.
Свободная составляющая тока (напряжения)	Составляющая тока (напряжения) в цепи во время переходного процесса, обусловленная внутренними накопителями энергии (индуктивными катушками и конденсаторами)
Сдвиг фаз	Величина, равная разности начальных фаз синусоидальных функций, имеющих одинаковую частоту
Симметричная трехфазная цепь	Электрическая цепь, в которой комплексные сопротивления каждой её фазы одинаковы
Синхронная машина	Машина переменного тока, обычно трехфазная, у которой угловые скорости вращения магнитного поля и ротора равны между собой и кратны частоте тока электрической сети
Сопротивление	Величина, характеризующая противодействие, которое оказывает электрическая цепь движущимся в ней электрическим зарядам. Ед. измерения – Ом
Сопротивление активное	Сопротивление цепи, не содержащей емкостей и индуктивностей, переменному току. Ед. измерения - Ом
Сопротивление емкостное (С.е.)	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току емкостным элементом. С.е. $x_C = 1/\omega C$, Ом

Сопротивление комплексное	Отношение амплитуды (действующего значения) комплексного напряжения к амплитуде (действующему значению) комплексного тока. Ед. измерения - Ом
Сопротивление индуктивное (С.и.)	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току индуктивным элементом. С.и. $x_L = \omega L$, Ом
Сопротивление магнитное (С.м.)	Параметр магнитной цепи, равный отношению магнитного напряжения U_M к магнитному потоку Φ для данного однородного участка магнитной цепи
Сопротивление полное	Отношение действующего или амплитудного напряжения соответственно к действующему или амплитудному току. Ед. измерения - Ом
Сопротивление реактивное	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току емкостным и индуктивным элементами цепи. Ед. измерения - Ом
Статор	Неподвижная часть электрической машины роторного типа
Ток проводимости	Скалярная величина, равная производной по времени от электрического заряда, переносимого носителями заряда сквозь рассматриваемую поверхность. П р и м е ч а н и е: До настоящего времени на практике широко применяется термин "сила тока проводимости"
Трансформатор	Статическое устройство, преобразующее переменный ток одного напряжения в переменный ток другого напряжения (при неизменной частоте).
Фазные напряжения	Напряжения, возникающие в фазах генератора или потребителя
ЭДС (электродвижущая сила)	ЭДС равна отношению работы, совершаемой сторонними силами и силами индуктированного электрического поля, к перенесенному электрическому заряду между двумя точками вдоль рассматриваемого пути или вдоль замкнутого контура
ЭДС магнитоэлектрической индукции	Электродвижущая сила индукции, электрической возникающая в теле (проводнике), индукции движущемся в магнитном поле или в замкнутом проводящем контуре при изменении его потокосцепления вследствие движения контура в магнитном поле или изменения самого поля
Электростатическое поле	Электрическое поле неподвижных заряженных тел при отсутствии в них электрических токов.
Электрическая цепь	Совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитных процессов, в которых могут быть описаны с помощью понятий об ЭДС, токе и напряжении

3.3. Технические и программные средства обеспечения дисциплины

Для выполнения виртуальных лабораторных работ следует использовать программу Electronics Workbench (EWB) любых версий (3.0, 4.0, 5.0). При этом самая первая версия программы 3.0 имеет объем 1.4 Мбайт.

Последней, наиболее совершенной версией этой программы является «Multisim – 2001», которая является шестой версией программы EWB.

3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Целью лабораторного практикума является получение навыков при экспериментальных исследованиях электрических цепей, правильное использование электроизмерительных приборов и развитие умения анализировать полученные результаты.

В указаниях к лабораторным работам приводятся цель работы, программа, работы, кратко излагаются основные теоретические положения о предмете исследования, приводится описание лабораторной установки, указывается порядок выполнения экспериментов и требования к содержанию отчета.

Каждая работа может быть выполнена на физических макетах в лаборатории кафедры электротехники и электромеханики, а также в виде виртуальных лабораторных работ на компьютере. Наиболее просто реализовать виртуальные работы 7, 8, 9, 12. При этом если использовать программу EWB любой версии, то методические указания к физическим лабораторным работам можно использовать при выполнении виртуальных лабораторных работ. Более подробно об этом указано в УМК-1 «ТОЭ» – стационарные процессы в линейных электрических цепях. В этом УМК приведены методические указания для выполнения виртуальных лабораторных работ.

Охрана труда и техника безопасности

Организация безопасной работы студентов при выполнении лабораторных работ на кафедре электротехники и электромеханики производится в соответствии с требованиями правил устройства электроустановок.

Перед началом работ проводится инструктаж по технике безопасности. В процессе выполнения лабораторной работы при обнаружении не-

исправностей в лабораторной установке следует немедленно прекратить работу, отключить установку и сообщить об этом преподавателю. Закончив экспериментальные исследования, необходимо отключить напряжение питания установки и привести рабочее место в порядок.

Рекомендации по выполнению лабораторных работ и оформлению отчета

При выполнении лабораторных работ группа студентов делится на бригады из одного – трех человек. Каждая бригада записывает результаты эксперимента в тетради – черновике, общей для бригады. Все вычисления и построения графиков нужно выполнять в лаборатории. После окончания очередной работы результаты измерений и вычислений должны быть проверены и подписаны преподавателем, ведущим занятия.

Экспериментальные исследования могут быть успешно выполнены при условии предварительной подготовки к каждой лабораторной работе.

Краткие сведения о применяемых в лаборатории электроизмерительных приборах и устройствах

Осциллограф – электронный прибор для измерения мгновенных значений тока и напряжения.

Измерение параметров осциллограммы производится с помощью шкалы, нанесенной на экран осциллографа.

Расчет напряжения производится по формуле

$$u = n_B M_1 \Pi_1 D,$$

где n_B – размах вертикального отклонения, мм;

M_1 – показание множителя «×1», «×10»;

Π_1 – показание переключателя «V/дел»;

D – показание делителя «1:10».

Измерение длительности сигнала производится по формуле

$$\tau = n_T M_2 \Pi_2,$$

где n_T – размах горизонтального отклонения, мм;

M_2 – показание множителя «×1», «×0,2»;

Π_2 – показание переключателя «Время/дел».

Электронный вольтметр – представляет собой сочетание электронной схемы, предназначенной для преобразования и усиления сигнала, и измерительного механизма магнитоэлектрического прибора.

Достоинства электронных вольтметров:

– высокая чувствительность;

– незначительное собственное потребление энергии;

- широкий диапазон измеряемого напряжения;
- независимость показания от частоты.

Недостатки:

- невысокая точность;
- необходимость иметь собственный источник электропитания.

Измерение переменного тока производится с помощью вольтметра (методом вольтметра). Для этого последовательно с исследуемым элементом включается измерительный резистор R_0 с известным сопротивлением. Для определения тока измеряют действующее значение напряжения U_0 на этом резисторе. Тогда действующее значение тока будет равно $I = U_0 / R_0$.

Основные характеристики измерительных приборов

Характеристики наиболее часто применяемых измерительных приборов приведены в таблице.

Метрологической характеристикой средств измерения является класс точности (К.Т.), который указывается на шкале прибора, например «1,0». В данном случае это означает, что конечная величина на шкале прибора измеряется с точностью $\pm 1\%$.

Цена деления средства измерения определяется соотношением

$$C = \frac{N_K}{l_K},$$

где N_K – конечная величина на шкале прибора, l_K – число делений шкалы прибора.

Например, вольтметр, у которого конечная величина на шкале равна 15 вольт, а число делений шкалы равно 15, показал при измерении напряжения $N_{\Pi} = 5$ делений. Цена деления (В/дел) такого вольтметра составляет

$$C_U = \frac{U_K}{l_K} = \frac{15}{15} = 1,$$

а показание вольтметра $U_{\Pi} = N_{\Pi} \cdot C_U = 1 \cdot 5 = 5$, В.

Пределы, в которых находится измеряемая величина, равны

$$\pm \varepsilon = N_K \cdot \text{К.Т.} \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} = 0,15 \text{ В.}$$

Следовательно, результаты измерения должны быть записаны в виде

$$U_{\Pi} - \varepsilon \leq U \leq U_{\Pi} + \varepsilon, \quad 4,85 \leq U \leq 5,15, \text{ В}$$

или можно округлить до первого знака после запятой $4,9 \leq U \leq 5,2$, В.

По указанию преподавателя измерения электрических величин необходимо выполнять с учетом класса точности средства измерения.

Принцип действия прибора (система)	Условное обозначение системы прибора на шкале	Вид измеряемого тока	Краткая характеристика
Магнитоэлектрический		—	Используют в основном на постоянном токе, высокая чувствительность, равномерная шкала
Электромагнитный		\approx	Просты, надежны, точность невысокая, шкала неравномерная
Электродинамический		\approx	Высокая точность, значительное собственное потребление энергии
Электростатический		\approx	Отсутствие собственного потребления энергии, только для измерения напряжения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7

Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления с катушкой индуктивности и активного сопротивления с конденсатором

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование переходных процессов в цепях с последовательным соединением активного сопротивления R с катушкой индуктивности L и активного сопротивления R с конденсатором C при включении их на постоянное напряжение и последующем замыкании накоротко.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Получение осциллограмм тока и напряжения на индуктивности при переходном процессе в цепи RL , вызванным включением ее на постоянное напряжение и последующем замыкании накоротко. Графическое нахождение постоянной времени цепи, сопоставление опытных данных с результатами теоретического расчета.

2. Получение осциллограмм тока и напряжения на емкости при переходном процессе в цепи RC , вызванным включением ее на постоянное напряжение и последующем замыкании накоротко. Графическое нахождение постоянной

времени цепи, сопоставление опытных данных с результатами теоретического расчета.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Переходным процессом называют процесс перехода электрической цепи от одного установившегося режима работы к другому установившемуся режиму ее работы.

Переходный процесс возникает сразу после коммутации цепи. Его появление объясняется изменением запаса энергии в индуктивностях и емкостях цепи, которое не может происходить мгновенно (скачком). Поэтому переходный процесс в цепях, содержащих индуктивности и емкости, имеет определенное временное протяжение. Момент времени, соответствующий коммутации, принимается за начало отсчета времени переходного процесса и обозначается как $t = 0$.

Для момента коммутации справедливы два важных положения, которые называются законами коммутации.

Первый закон коммутации – ток в индуктивности при коммутациях не может изменяться мгновенно. Иначе говоря, ток в индуктивности в последний момент перед коммутацией равен току в ней в первый момент после коммутации.

Второй закон коммутации – напряжение на емкости при коммутациях не может изменяться мгновенно. Иначе говоря, напряжение на емкости в последний момент перед коммутацией равно напряжению на этой емкости в первый момент после коммутации.

В данной работе исследуются переходные процессы в цепях с последовательным соединением RL и RC при включении этих цепей на постоянное напряжение, а также при отключении их от постоянного напряжения с одновременным замыканием накоротко. Схемы этих цепей, вид коммутации, графики изменения токов и напряжений на индуктивности и емкости при переходных процессах, а также аналитические выражения для исследуемых токов и напряжений приводятся в табл. 7.1.

Величины τ_1 и τ_2 , входящие в формулы для токов и напряжений при переходном процессе, зависят только от соотношения между параметрами цепи. Они называются постоянными времени и имеют размерность

времени. Для цепи RL
$$\tau_1 = \frac{L}{R} \text{ с}, \quad (7.1)$$

где L – индуктивность цепи в Гн; R – сопротивление цепи в Ом.

Для цепи RC

$$\tau_2 = RC \text{ с}, \quad (7.2)$$

где C – емкость цепи в Ф.

Заметим, что величина постоянной времени τ_1 цепи RL прямо пропорциональна индуктивности цепи и обратно пропорциональна сопротивлению цепи, а величина постоянной времени τ_2 цепи RC прямо пропорциональна как величине емкости цепи, так и величине сопротивления цепи.

Рассмотрим поведение токов и напряжений в исследуемых цепях при указанных выше переходных процессах.

Цепь RL при включении ее на постоянное напряжение U (поз. 1, табл. 7.1)

Ток в цепи i в первый момент после коммутации равен нулю в соответствии с первым законом коммутации, так как до коммутации тока в цепи не было. Затем, постепенно нарастая в соответствии с уравнением $i = U/R(1 - e^{-t/\tau_1})$, он достигает при $t \rightarrow \infty$ своего установившегося значения, равного U/R .

Напряжение на индуктивности u_L в первый момент после коммутации совершает скачок от нуля до значения U напряжения источника. Это объясняется тем, что в первый момент после коммутации тока в цепи нет, нет и напряжения на сопротивлении R . Поэтому все напряжение источника оказывается приложенным к индуктивности. Затем с течением времени напряжение на индуктивности, уменьшаясь в соответствии с уравнением $u_L = Ue^{-t/\tau_1}$ при $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля.

Цепь RL при отключении ее от постоянного напряжения U с одновременным замыканием накоротко (поз. 2, табл. 7.1)

Ток цепи i в первый момент после коммутации остается равным в соответствии с первым законом коммутации его установившемуся значению U/R , имевшему место до коммутации. Затем с течением времени он убывает в соответствии с уравнением $i = U/R e^{-t/\tau_1}$ и при $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля. Напряжение на индуктивности u_L в первый момент после коммутации совершает скачок от нуля до значения $-U$. Это объясняется тем, что в первый момент после коммутации ток в цепи равен U/R , но для замкнутой накоротко цепи

RL имеем по второму закону Кирхгофа: $iR + u_L = 0$. Отсюда для первого момента времени имеем $(U/R) \cdot R + u_L = 0$ или $u_L(0) = -U$. Затем с течением времени это напряжение убывает в соответствии с уравнением $u_L = -Ue^{-t/\tau_1}$ и при $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля.

Цепь RC при включении ее на постоянное напряжение (поз. 3, табл. 7.1)

Напряжение на емкости u_C в первый момент после коммутации остается равным нулю в соответствии со вторым законом коммутации, так как до коммутации напряжения на ней не было. Затем с течением времени напряжение на емкости увеличивается в соответствии с уравнением $u_C = U(1 - e^{-t/\tau_2})$ и при $t \rightarrow \infty$ достигает своего установившегося значения, равного напряжению U источника.

Ток в цепи i в первый момент после подключения ее к напряжению U изменяется скачком от 0 до U/R , так как в этот момент времени $u_C = 0$ и все напряжение цепи приходится на сопротивление R . Затем с течением времени ток в цепи уменьшается в соответствии с уравнением $i = U/R e^{-t/\tau_2}$ $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля.

Цепь RC при отключении ее от постоянного напряжения U с одновременным замыканием накоротко (поз. 4, табл. 7.1)

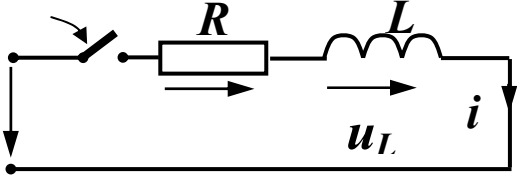
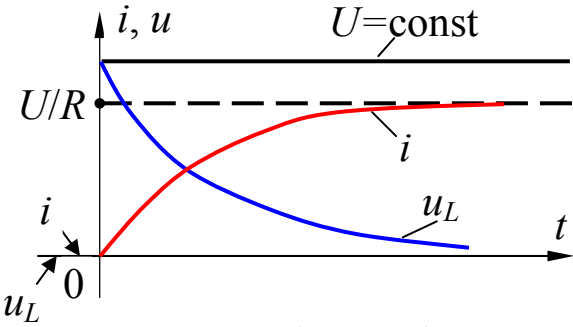
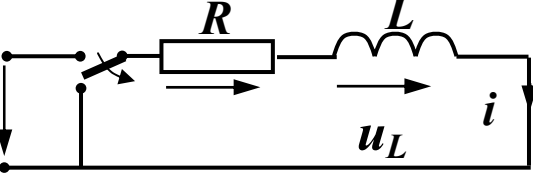
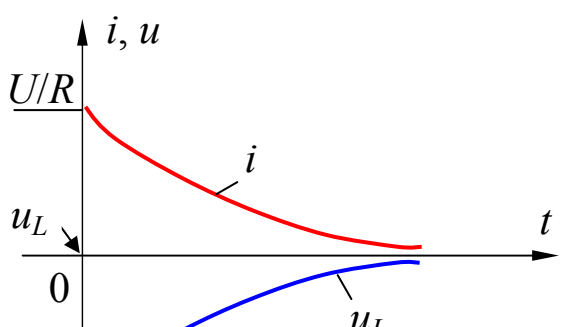
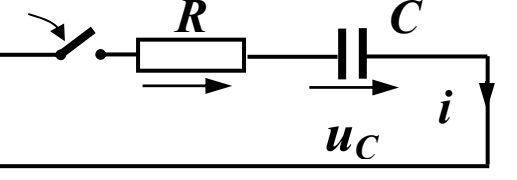
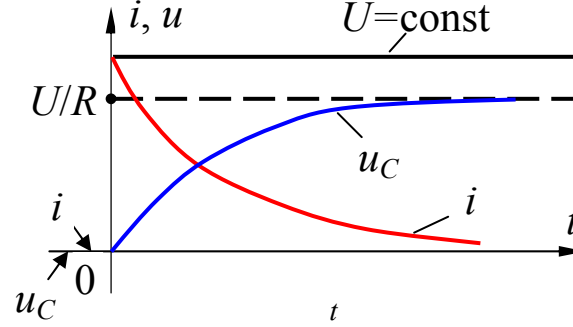
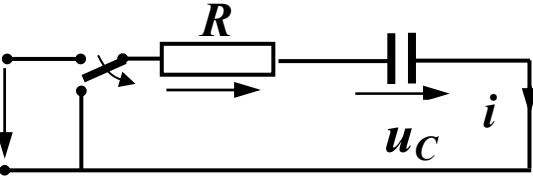
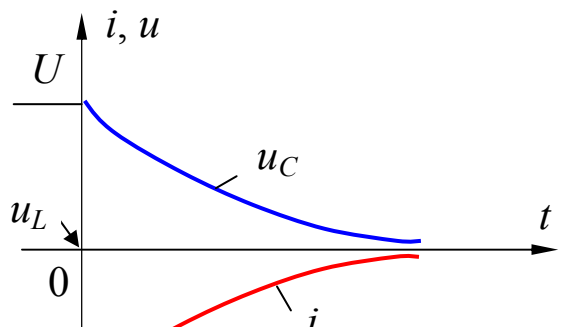
Напряжение на емкости u_C в первый момент после коммутации согласно второму закону коммутации остается равным напряжению U , так как до переключения рубильника все напряжение приходилось на емкость.

Затем с течением времени напряжение на емкости уменьшается в соответствии с уравнением $u_C = U(1 - e^{-t/\tau_2})$ и при $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля.

Ток в цепи i в первый момент после переключения рубильника изменяется скачком от 0 до $-U/R$. Он изменяет направление по сравнению с зарядным током (поз. 3, табл. 7.1). Это происходит потому, что в первый момент коммутации напряжения на емкости в соответствии со вторым законом коммутации остается равным U . Но по второму закону Кирхгофа сумма напряжений на емкости и на сопротивлении для этой цепи равна нулю. Для первого момента после коммутации имеем

$$u_C + iR = 0, \quad \text{отсюда} \quad i(0) = -\frac{u_C}{R} = -\frac{U}{R}.$$

Таблица 7.1

1	Включение цепи RL на постоянное напряжение	2	Включение цепи RL на постоянное напряжение
	  $i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right)$ $u_L = U e^{-\frac{t}{\tau_1}}$		  $i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_1}}$ $u_L = U e^{-\frac{t}{\tau_1}}$
3	Включение цепи RC на постоянное напряжение	4	Включение цепи RC на постоянное напряжение
	  $i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ $u_C = U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$		  $i = -\frac{U}{R} \left(e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$ $u_C = U e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

Затем с течением времени ток в цепи уменьшается в соответствии с уравнением $i = -U / Re^{-t/\tau_2}$ и при $t \rightarrow \infty$ спадает до нуля.

Длительность переходных процессов теоретически бесконечна, так как только при $t \rightarrow \infty$ ток в цепи и напряжения на индуктивности и емкости достигают (как это выяснено выше) своих установившихся значений.

Однако практически уже через время $t = 5\tau$, прошедшее после момента коммутации, переходный процесс можно считать завершённым.

Рассмотрим причины такого положения. Изменения величины $e^{-t/\tau}$ в зависимости от времени t , прошедшего с момента коммутации представлено в табл. 7.2.

Таблица 7. 2

t, c	0	1τ	2τ	3τ	4τ	5τ	∞
$e^{-t/\tau}$	1	0,37	0,14	0,05	0,02	0,007	0

В верхней строчке табл. 7.2 дано время, выраженное в долях $\tau/t = 0; t = \tau; t = 2\tau; t = 3\tau; t = 4\tau; t = 5\tau; t = \infty$.

В нижней строке этой таблицы даны численные значения экспоненты $e^{-t/\tau}$ при различных значениях t .

Из этой таблицы следует, что уже при $t = 4\tau$ величина $e^{-t/\tau} = 0,02$, т. е. составляет только 2 % от ее первоначального значения, равного единице. Это означает, что ток в цепи и напряжения на индуктивности и емкости практически достигли своих установившихся значений и переходный процесс уже практически завершён.

Экспериментальное исследование цепей RL и RC осуществляется с помощью осциллографа.

Цепь RL или RC подключается к генератору (Γ) звуковых частот (рис. 7.1), вырабатывающему прямоугольное напряжение частотой f . Вид этого напряжения показан на рис. 7.2,а.

Для получения осциллограммы тока осциллограф подключается к сопротивлению R параллельно (рис. 7.1). Фактически при этом на экране фиксируется осциллограмма напряжения на этом сопротивлении.

Однако, как известно из курса теоретических основ электротехники, напряжение на сопротивлении R и ток в этом сопротивлении всегда имеют одинаковую форму. Поэтому данная осциллограмма является одновременно и осциллограммой тока.

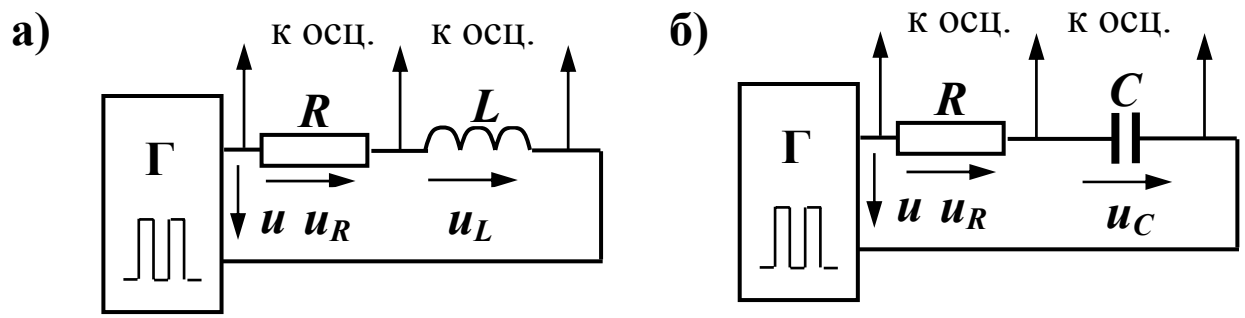


Рис. 7.1

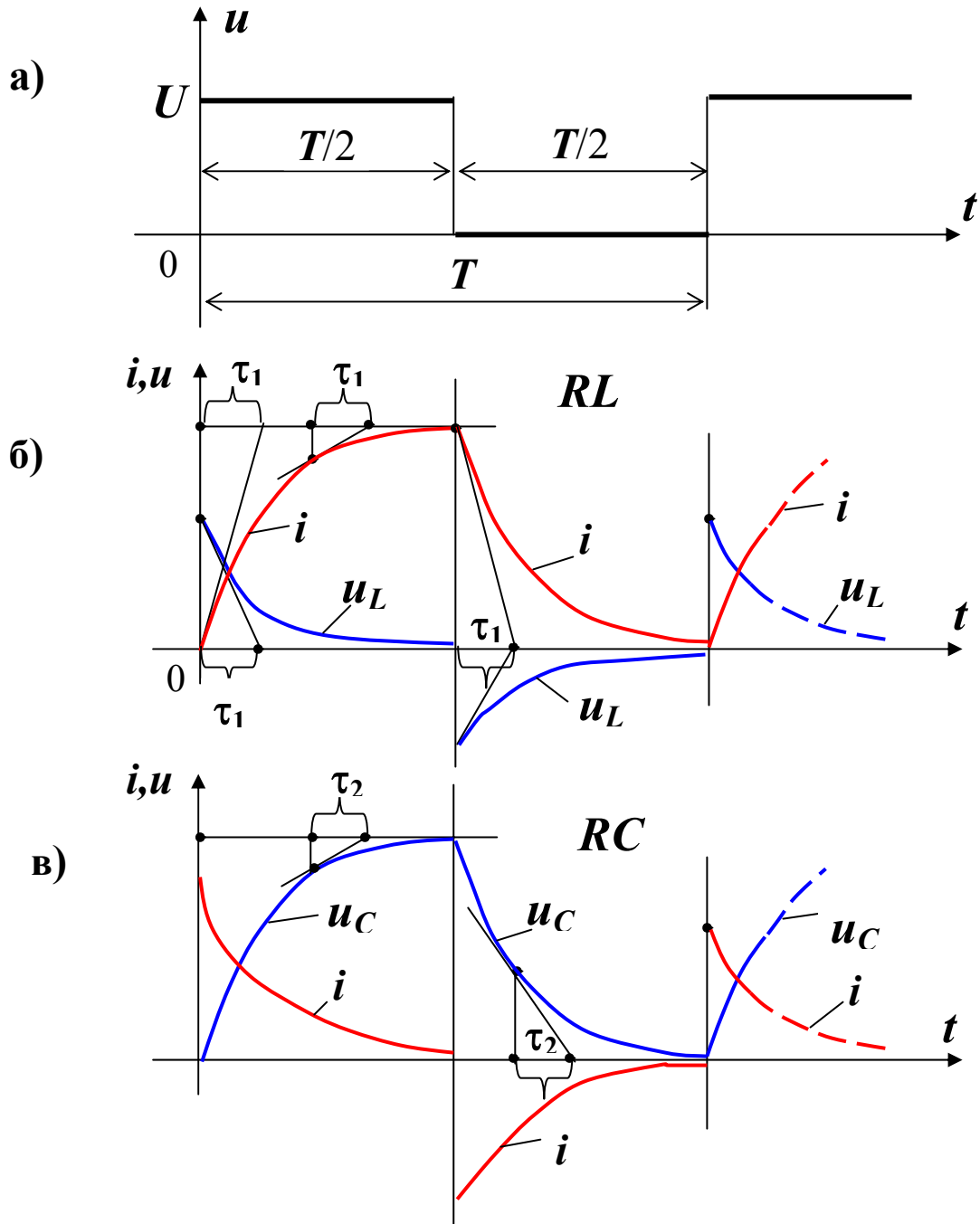


Рис. 7.2.

Для получения осциллограммы напряжения на индуктивности и напряжения на емкости осциллограф подключается к ним параллельно, как это показано на рис. 7.1.

Вид кривых токов и напряжений, полученных с помощью осциллографа для цепей RL и RC , находящихся под воздействием прямоугольного напряжения, показан на рис. 7.2,б и рис. 7.2,в.

При выбранном на этом рисунке положении осей координат моменту времени $t = 0$ соответствует появление на зажимах цепи напряжения $U = \text{const}$. Это означает фактически включение цепи под постоянное напряжение и определяет начало переходного процесса. Подробное описание поведения тока и напряжения на индуктивности тока и напряжения на индуктивности и емкости исследуемых цепей при таком переходном процессе дано выше.

Параметры цепей RL и RC подобраны таким образом, что за время одного полупериода приложенного прямоугольного напряжения переходный процесс практически завершается. Варианты параметров цепей RL , RC и частот источника f , подобранные таким образом, представлены в разделе IV данного описания.

Через время $t = T/2$ после подключения исследуемой цепи к источнику прямоугольного напряжения оно скачком (при выбранном на рис. 7.2 положении координатных осей) снижается до нуля. Это равносильно отключению цепи от постоянного напряжения и одновременному ее замыканию на внутреннее сопротивление источника (Γ), которым можно пренебречь по сравнению с сопротивлением цепи R . Возникающий при этом переходный процесс описан выше.

Заметим, что при использовании параметров и частот, указанных в разделе 4, этот переходный процесс также успевает практически завершиться за время действия второго полупериода прямоугольного напряжения.

Таким образом, в цепи RL и цепи RC , подверженной воздействию прямоугольного напряжения источника, периодически (с частотой $f = 1/T$) последовательно друг за другом совершается два переходных процесса:

- а) переходный процесс, связанный с включением цепи на постоянное напряжение (первый полупериод прямоугольного напряжения источника);
- б) переходный процесс, связанный с отключением цепи от постоянного напряжения и одновременным замыканием накоротко (второй полупериод прямоугольного напряжения источника).

Периодическое прямоугольное напряжение источника необходимо для того, чтобы получить на экране осциллографа стационарный график изменения тока цепи и напряжений на индуктивности и емкости при переходном процессе. Это достигается регулированием частоты развертки осциллографа до совпадения ее с частотой приложенного напряжения.

Внешний вид осциллограмм, получаемых на экране осциллографа, показан на рис. 7.2,б и 7.2,в. Заметим, что кривую тока и кривую напряжения получают на экране осциллографа по отдельности. Совмещают их на одном графике только при переносе на миллиметровую бумагу. При этом положение координатных осей рекомендуется принимать таким, как это показано на рис. 7.2.

Имея осциллограммы токов и напряжений можно графически определить постоянные тока и времени τ_1 и τ_2 , не зная параметров цепей.

Для этого надо взять любую точку на кривой тока или напряжения (рис. 7.2) и провести через нее касательную к кривой до пересечения ее с горизонтальной прямой, определяющей уровень установившегося тока (или установившегося напряжения). Затем из данной точки кривой опустить перпендикуляр на эту горизонтальную прямую.

Точки пересечения касательной и перпендикуляра с указанной выше горизонтальной прямой отсекут на ней отрезок, численно равный постоянной времени τ . В частном случае касательную к кривой можно проводить и из начала координат.

Найденное таким образом значение τ выражено в миллиметрах оси абсцисс. Для перевода ее в секунды необходимо предварительно найти масштаб времени α оси абсцисс. Если период прямоугольного напряжения T в секундах соответствует n миллиметрам на осциллограмме, то тогда масштаб оси абсцисс

$$\alpha = \frac{T}{n} = \frac{1}{nf} \text{ с/мм}, \quad (7.3)$$

где f – частота источника в Гц.

Теперь, зная постоянную времени, выраженную в миллиметрах, легко найти ее значение в секундах:

$$\tau(\text{с}) = \tau(\text{мм}) \cdot \alpha \quad (7.4)$$

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать цепь с последовательным соединением сопротивления R и индуктивности L на наборном поле, используя блоки переменного сопротивления и индуктивности лабораторного стенда, и подключить ее к генератору прямоугольного напряжения, как это показано на рис. 7,а. Установить параметры R и L , а также частоту f прямоугольного напряжения по табл. 7.3 для одного из приведенных там вариантов по указанию преподавателя.

2. Подключить осциллограф к сопротивлению R и получить на его экране кривую изменения тока цепи при воздействии на эту цепь прямоугольного периодического напряжения. Перенести эту кривую с экрана осциллографа на миллиметровую бумагу, сориентировав ее относительно осей координат так, как это показано на рис. 7.2,б.

3. Подключить осциллограф к индуктивности L и получить на его экране кривую изменения напряжения на индуктивности во времени при воздействии на эту цепь прямоугольно периодического напряжения. Перенести эту кривую с экрана осциллографа на один график с кривой тока, совместив ее с осями координат так, как это показано на рис. 7.2,б.

4. Используя полученные кривые тока и напряжения, найти графическую постоянную времени τ_1 , выбрав для этого на этих кривых по 1–2 точки. Методика графического нахождения τ_1 дана в разделе 3 настоящего описания. Все найденные значения τ_1 должны быть одинаковы между собой, так как величина τ_1 не зависит от тока напряжения цепи, а определяется только ее параметрами.

При определении величины τ_1 в секундах воспользуемся формулами (7.3) и (7.4) настоящего описания. Полученные таким образом значения τ_1 занести в табл. по форме 7.1.

Форма 7.1

Наименование	$\tau_{\text{экспер}}, \text{с}$	$\tau_{\text{теорет}}, \text{с}$	$\Delta = \frac{\tau_{\text{экспер}} - \tau_{\text{теорет}}}{\tau_{\text{экспер}}}$
RL			
RC			

Таблица 7.3

№ вари-анта	Параметры цепи			
	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	f , Гц
1	900	–	1	100
2	900	–	0,5	200
3	900	–	0,2	500
4	900	–	0,1	1000
5	500	–	2	100
6	500	–	1	200
7	500	–	0,4	500
8	500	–	0,2	1000
9	500	50	–	1000
10	500	20	–	2500
11	500	10	–	5000
12	900	100	–	1000
13	900	50	–	2000
14	900	20	–	5000
15	900	10	–	10000
16	820	82	–	1000

Рассчитать теоретическое значение τ_1 по формуле (7.1) и занести его в табл. по форме 7.1. Сравнить между собой экспериментальное и теоретическое значения τ_1 . Убедиться в том, что они близки между собой.

5. Рассчитать и построить теоретические кривые тока в цепи RL при включении ее на постоянное напряжение и при замыкании ее накоротко.

Для этого воспользоваться аналитическими зависимостями, приведенными в табл. 7.2 (поз. 1 и 2). Значения токов рекомендуется рассчитать при $t/\tau = 0$; $t = \tau$; $t = 2\tau$; $t = 3\tau$; $t = 4\tau$; $t = 5\tau$; $t = \infty$.

Численные значения $e^{-t/\tau}$ при этих t указаны в табл. 7.2. Результаты расчетов свести в табл. по форме 7.2. Величину U/R , входящую в теоретические формулы, следует взять из осциллограммы, оставив ее размерность в миллиметрах.

6. По данным таблицы построить теоретическую кривую тока на одном графике с экспериментальной кривой тока (пунктиром или другим цветом). Убедиться, что эти кривые практически совпадают между собой.

Форма 7.2

t, c	0	1τ	2τ	3τ	4τ	5τ	∞
e^{-t/τ_1}							
$(1 - e^{-t/\tau_1})$							
$\frac{U}{R}(1 - e^{-t/\tau_1})$							
$\frac{U}{R}e^{-t/\tau_1}$							

7. Собрать цепь с последовательным соединением сопротивления R и емкости C на наборном поле, используя блоки переменных сопротивления и емкости лабораторного стенда, и подключить ее к генератору прямоугольного напряжения, как это показано на рис. 7.1,б. Установить параметры R и C , а также частоту f прямоугольного напряжения по табл. 7.3 для одного из приведенных там вариантов по указанию преподавателя.

8. Подключить осциллограф к сопротивлению R и получить на экране осциллографа кривую изменения тока цепи во времени при воздействии на нее прямоугольного напряжения. Перенести эту кривую с экрана осциллографа на миллиметровую бумагу и нанести на полученный график оси координат так, как это показано на рис. 7.2,в.

9. Подключить осциллограф к емкости C и получить на его экране кривую изменения напряжения на емкости во времени при воздействии на цепь прямоугольного напряжения источника. Перевести эту кривую с экрана осциллографа на график кривой тока, совместив ее с осями координат так, как это показано на рис. 7.2,в.

10. Используя полученные кривые тока и напряжения, найти графически постоянную времени τ_2 , выбрав для этого по одной – две точки на кривых тока и напряжения. Методы графического нахождения τ_2 даны в разделе 3 настоящего описания. Все найденные значения τ_2 должны быть практически одинаковы между собой, поскольку величина τ не зависит от тока и напряжения, а определяется только параметрами цепи.

При определении величины τ_2 в секундах воспользоваться формулами (7.3) и (7.4) настоящего описания. Полученные таким образом значения τ_2 занести в табл. по форме 7.1.

Рассчитать теоретическое значение τ_2 по формуле (7.2) и занести его в табл. по форме 7.1. Сравнить между собой экспериментальное и теоретическое значения τ_2 . Убедиться в том, что они близки между собой.

11. Рассчитать и построить теоретические кривые напряжения на емкости в цепи RC при включении ее на постоянное напряжение и при замыкании ее накоротко.

Для этого воспользоваться аналитическими зависимостями, приведенными в табл. 7.1 (поз. 3 и 4). Значения напряжений на емкости следует рассчитывать при $\tau/t = 0$; $t = \tau$; $t = 2\tau$; $t = 3\tau$; $t = 4\tau$; $t = 5\tau$; $t = \infty$. Численные значения $e^{-t/\tau}$ при этих t указаны в табл. 7.2. Результаты расчетов свести в табл. по форме 7.3. Величину U , входящую в теоретические формулы, следует взять из осциллограммы, оставив ее размерность в миллиметрах.

12. По данным табл. по форме 7.3 на одном графике с экспериментальной кривой напряжения на емкости построить (пунктиром или другим цветом) теоретическую кривую напряжения на емкости и убедиться в том, что обе эти кривые практически совпадают между собой.

Форма 7.3

t, c	0	1τ	2τ	3τ	4τ	5τ	∞
e^{-t/τ_2}							
$(1 - e^{-t/\tau_2})$							
$U(1 - e^{-t/\tau_2})$							
Ue^{-t/τ_2}							

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы установок для исследования переходных процессов.
2. Перечень измерительных приборов и их краткие характеристики.

3. Таблицы опытных данных и расчетов по формам 7.1, 7.2, 7.3.
4. Осциллограммы переходных процессов и теоретические кривые этих процессов.
5. Выводы.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Изменится ли ток в цепи RL скачком при включении ее на постоянное напряжение? А напряжение на индуктивности?
2. Изменится ли ток в цепи RC скачком при отключении ее от постоянного напряжения? А напряжение на емкости?
3. Сформулируйте первый и второй законы коммутации.
4. Как изменится постоянная времени цепи RL , если увеличить в два раза прикладываемое к цепи напряжение?
5. Как изменится постоянная времени цепи RL , если индуктивность цепи увеличить в два раза?
6. Как изменится постоянная времени цепи RC , если сопротивление цепи уменьшить в два раза?
7. Цепь RL включается под действием постоянного напряжения U . Какова величина установившегося тока в цепи после завершения переходного процесса?
8. Цепь RL включается под действием постоянного напряжения U . Каковы значения тока в цепи и напряжения на индуктивности в первый момент после коммутации?
9. Цепь RC отключается от действия постоянного напряжения U и тут же замыкается накоротко. Каковы значения напряжения на емкости и тока цепи в первый момент после коммутации?
10. Цепь RC включается под действием постоянного напряжения U . Какова величина установившегося напряжения на емкости после завершения переходного процесса?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 11...44

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 8

Переходные процессы в цепи с последовательным соединением активного сопротивления, катушки индуктивности и конденсатора

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Приобретение навыков расчета и экспериментального исследования переходных процессов в цепи, содержащей соединенные последовательно сопротивление, катушку индуктивности и конденсатор.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Расчет и выбор параметров активного сопротивления R , катушки индуктивности L и конденсатора C для создания апериодического и колебательного переходных процессов.
2. Получение осциллограмм переходного тока i для апериодического и колебательного режимов.
3. Расчет эквивалентного активного сопротивления R_k и индуктивности L катушки по осциллограмме тока при колебательном переходном процессе.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Переходные процессы в электрических цепях возникают при коммутации цепи и связаны с перераспределением энергии, запасенной индуктивностями и емкостями. В лабораторной работе 7 исследовались цепи первого порядка, содержащей элементы R , L и R , C . В этих цепях, имеющих только один накопитель, обмен энергии осуществляется между внешним источником и индуктивностью или емкостью. Особенность переходных режимов цепи R , L , C с двумя накопителями заключается в сложном процессе обмена энергией между тремя элементами: источником напряжения, индуктивностью L и емкостью C . В то же время часть энергии превращается в тепло в сопротивлении R . В связи с изложенным выше на характер переходного процесса оказывает большое влияние соотношение параметров сопротивления R , индуктивности L и емкости C . В зависимости от величины R , L и C переходный процесс может быть апериодическим или колебательным.

Апериодический переходный процесс

При апериодическом переходном процессе ток i не изменяет знак (табл. 8.1, поз. 1, 2). Такой вид переходного процесса возможен при условии $R > 2\sqrt{L/C}$. Рассмотрим апериодический разряд емкости, предварительно заряженной до напряжения $u_c(0) = U$ (поз. 2, табл. 8.1). Энергия, запасенная емкостью, превратится в переходном процессе в тепло на сопротивлении R . При этом ток нарастает с 0 до максимального отрицательного значения и спадает до 0. С энергетической точки зрения это означает, что при разряде емкости отдаваемая ей энергия будет лишь в малой доле переходить в энергию магнитного поля индуктивности, а большая ее часть будет поглощаться сопротивлением.

Начиная с некоторого момента времени t_1 , когда ток начинает уменьшаться, в тепло будет переходить не только оставшаяся энергия электрического поля емкости, но и энергия, которая запаслась в магнитном поле индуктивности.

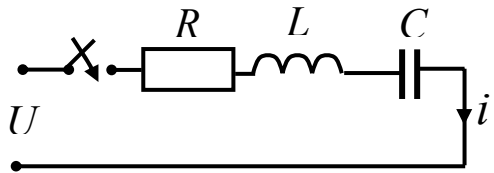
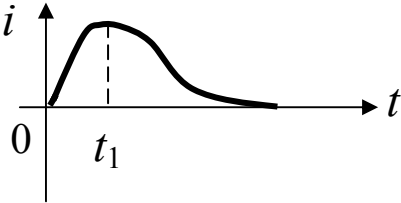
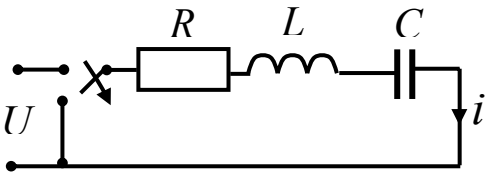
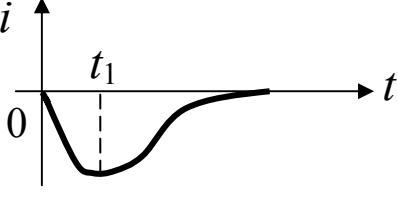
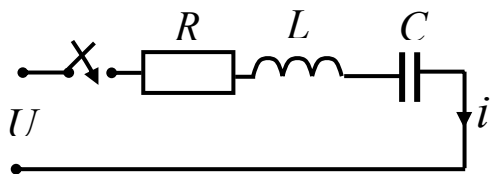
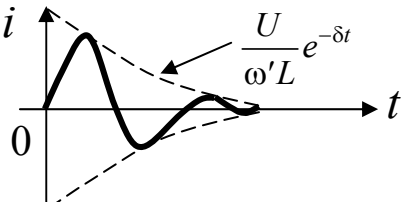
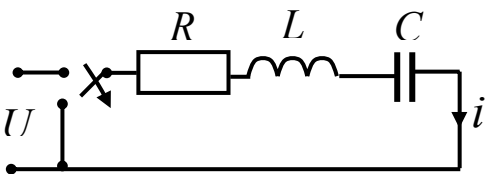
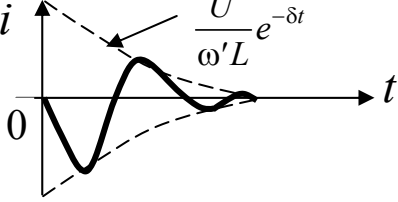
При включении цепи R, L, C на постоянное напряжение (поз. 1, табл. 8.1) происходит процесс накопления электрической энергии емкостью C от внешнего источника напряжения U . При апериодическом заряде емкости сопротивление R ограничивает ток i и соответственно долю энергии внешнего источника напряжения, которая переходит в энергию магнитного поля индуктивности. Поэтому ток в переходном процессе не изменяет знак.

Колебательный переходный процесс

При колебательном переходном процессе ток i изменяется по затухающему синусоидальному закону (поз. 3, 4, табл. 8.1). Такой вид переходного процесса возможен при условии $R < 2\sqrt{L/C}$.

Рассмотрим колебательный разряд емкости, заряженной предварительно до напряжения $u_c(0) = U$ (поз. 4, табл. 8.1). Энергия, запасенная емкостью, превратится в переходном процессе в тепло на сопротивлении R , при этом ток изменяется по затухающему синусоидальному закону и меняет знак. Это означает, что в переходном процессе индуктивность и емкость обмениваются энергией, т.е. энергия электрического поля емкости переходит в энергию магнитного поля индуктивности и это продолжается несколько циклов, пока суммарная энергия не превратится в тепло на сопротивлении.

Таблица 8.1

Аперiodический режим, $R > 2\sqrt{L/C}$	
1	Включение цепи R, L, C на постоянное напряжение
 	 
$i = \frac{U}{L(p_1 - p_2)} \left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t} \right);$ $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$	
$i = -\frac{u_c(0)}{L(p_1 - p_2)} \left(e^{p_1 t} - e^{p_2 t} \right);$ $u_c(0) = U; p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$	
Колебательный режим, $R < 2\sqrt{L/C}$	
3	Включение цепи R, L, C на постоянное напряжение
 	 
$i = \frac{U}{\omega' L} e^{-\delta t} \sin \omega' L;$ $\delta = \frac{R}{2L}; \quad \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$	
$i = \frac{u_c(0)}{\omega' L} e^{-\delta t} \sin \omega' L$ $u_c(0) = U; \quad \delta = \frac{R}{2L}; \quad \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$	

При включении цепи R, L, C на постоянное напряжение (поз. 3, табл. 8.1) происходит процесс накопления электрической энергии емкостью от внешнего источника напряжения U . При колебательном заряде ток i изменяет знак, т. е. происходит обмен энергией между индуктивностью и емкостью.

Расчет сопротивления R_k и индуктивности L катушки по осциллограмме тока колебательного процесса

При колебательном переходном процессе в цепи R, L, C ток изменяется где δ – коэффициент, характеризующий затухание синусоиды тока, $\omega't$ – частота периодических колебаний.

Эти величины зависят от параметров исследуемой цепи

$$\delta = \frac{R}{2L}; \quad \omega' = \frac{2\pi}{T'} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \delta^2} \cong \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (8.1)$$

где T' – период колебаний.

Быстрота затухания тока характеризуется декрементом колебаний Δ , равным отношению двух последующих амплитуд одного знака (рис. 2.1), т. е. токов в моменты времени t_1 и $(t_1 + T')$:

$$\Delta = \frac{i(t_1)}{i(t_1 + T')} = \frac{I_m e^{-\delta t_1}}{I_m e^{-\delta(t_1 + T')}}. \quad (8.2)$$

Более удобной для расчетов характеристикой является логарифмический декремент колебаний $\ln \Delta$, равный

$$\ln \Delta = \delta T' = \frac{R}{2L} T'. \quad (8.3)$$

В лабораторной работе исследуется катушка индуктивности, включенная последовательно с конденсатором C и сопротивлением R_n . Эта цепь (рис. 2.2) подключается к генератору прямоугольного напряжения с внутренним сопротивлением R_2 . По осциллограмме переходного процесса можно найти T' , $i(t_1)$, $i(t_1 + T')$. Эти данные позволяют в соответствии с выражением (8.1) найти индуктивность катушки:

$$L = \frac{T'^2}{4\pi^2 C}. \quad (8.4)$$

По логарифмическому декременту колебаний, равному

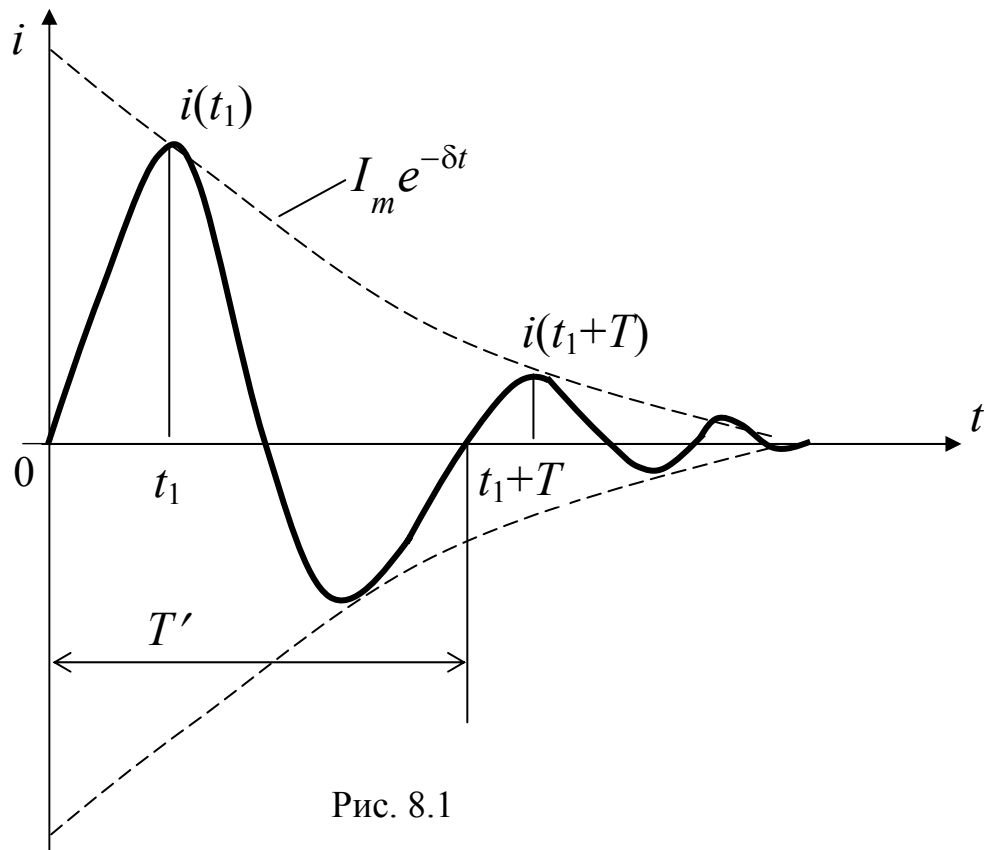


Рис. 8.1

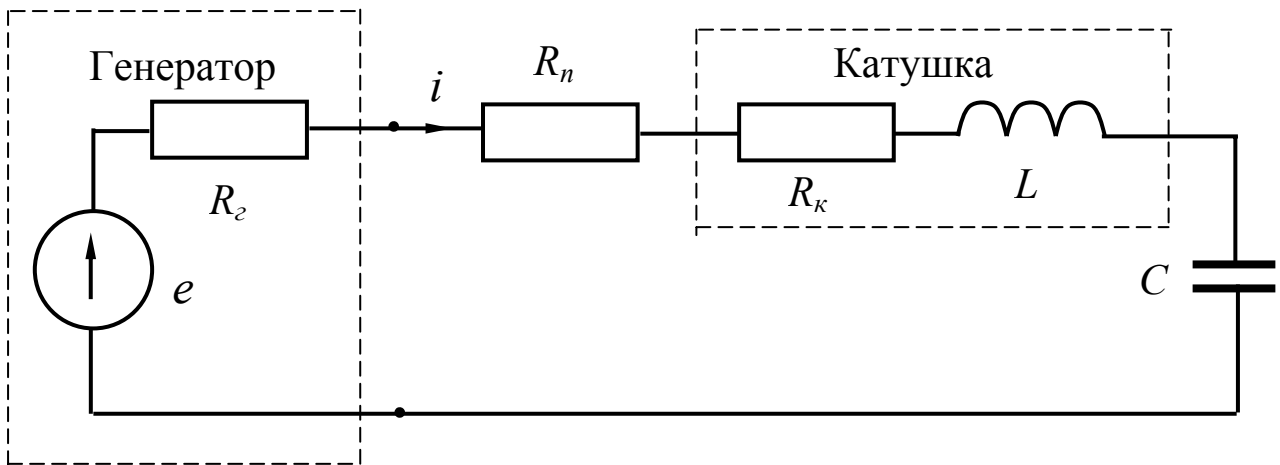


Рис. 8.2

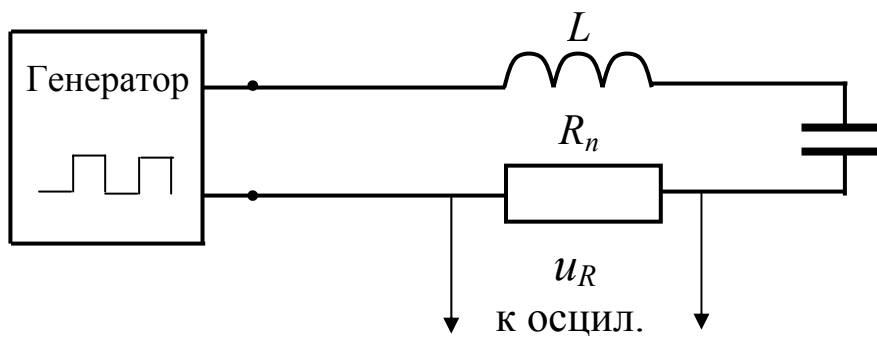


Рис. 8.3

$$\ln \Delta = \ln \frac{i(t_1)}{i(t_1 + T')}, \quad (8.5)$$

можно вычислить эквивалентное сопротивление контура:

$$R = \frac{2L \ln \Delta}{T'}, \quad (8.6)$$

и найти сопротивление катушки

$$R_k = R - R_z - R_n. \quad (8.7)$$

Такой метод определения параметров электротехнических устройств широко применяется в практике.

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать цепь (рис. 8.1) с последовательным соединением сопротивления R_n , катушки индуктивности L и емкости C на наборном поле, используя блоки переменных сопротивления, индуктивности, емкости. Подключить цепь к генератору прямоугольного напряжения, установить параметры L , C , а также частоту f прямоугольного напряжения генератора в соответствии с табл. 8.1 для одного из приведенных там вариантов по указанию преподавателя и записать эти величины в таблицу по форме 8.1.

Форма 8.1

№ п.п.	f , Гц	L , мГн	C , мкФ	R_n , Ом	Характер процесса	№ осциллограммы

Установить сопротивление $R_n = R_1$ по табл. 8.2 и записать в табл. по форме 8.1. Определить характер (апериодический и колебательный) переходного процесса в этом случае (табл. 8.1). Результат зафиксировать в табл. по форме 8.1.

Подключить осциллограф к сопротивлению R_n . Включить генератор. Зарисовать осциллограмму переходного процесса. Убедиться в том, что характер переходного процесса соответствует расчету.

2. Установить сопротивление $R_n = R_2$ по табл. 8.2. Определить характер переходного процесса. Параметры цепи и результат анализа занести в таблицу по форме 8.1. Включить генератор. Зарисовать осциллограмму переход-

ного процесса. Убедиться в том, что характер переходного процесса соответствует расчету.

3. По осциллограмме колебательного переходного процесса определить период колебаний T' , используя методику, изложенную в лабораторной работе 7. Занести значения T' в таблицу по форме 8.1. Занести в эту таблицу значение R, C и величину внутреннего сопротивления генератора R_2 . По осциллограмме в миллиметрах измерить максимальные положительные значения тока $i^*(t_1)$ и $i^*(t_1+T')$. По формуле (8.1) найти логарифмический декремент затухания $\ln\Delta$. По формуле (8.4) определить индуктивность катушки L . По формулам (8.6), (8.7) вычислить эквивалентное сопротивление контура R_3 и сопротивление катушки. Результаты занести в таблицу по форме 8.2.

Форма 8.2

$C,$ мкФ	$R_n,$ Ом	$R_2,$ Ом	T' мкс	$i^*(t_1)$ мм	$i^*(t_1+T')$	$\ln\Delta$	$L,$ мГн	$R,$ Ом	$R_3,$ Ом

Сопоставить расчетное значение индуктивности L (таблица по форме 8.1) с заданным параметром этой индуктивности (табл. 8.2).

Таблица 8.2

№ варианта	Параметры цепи				
	$f,$ Гц	$L,$ мГн	$C,$ мкФ	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема экспериментальной установки.
2. Перечень измерительных приборов и их характеристики.
3. Таблицы опытных данных по форме 8.1, 8.2.
4. Осциллограммы переходных процессов.
5. Выводы.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каким образом осуществляется обмен энергией в цепи R, L, C при апериодическом переходном процессе?
2. Каким образом осуществляется обмен энергией в цепи R, L, C при колебательном переходном процессе?
3. Каким образом характер переходного процесса зависит от параметров

R, L, C ?

4. Как связана частота собственных колебаний ω в переходном процессе цепи R, L, C с параметрами этой цепи?

5. Каким образом можно экспериментально определить параметры R и L катушки индуктивности, используя осциллограмму переходного процесса?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 23...44

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 9

Нелинейные элементы в цепях постоянного и переменного тока

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Исследование вольтамперных характеристик полупроводниковых диода и стабилитрона и анализ их применения в электротехнических устройствах.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Определение опытным путем вольтамперных характеристик (ВАХ) диода и стабилитрона на постоянном токе.

2. Расчет статического и дифференциального сопротивлений этих нелинейных элементов.

3. Ознакомление с применением диодов и стабилитронов в электротехнических устройствах: выпрямителях и стабилизаторах напряжения при переменном токе.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Все полупроводниковые элементы обладают нелинейными и несимметричными вольтамперными характеристиками (ВАХ). Для определения ВАХ полупроводниковых элементов на постоянном токе используется установка, схема которой изображена на рис. 9.1, где БПН – блок постоянного напряжения лабораторного стенда, R – сопротивление, ограничивающее ток, ПЭ – полупроводниковый элемент (диод или стабилитрон). Полупроводниковый диод имеет малое активное сопротивление в прямом направлении и большое сопротивление при обратной полярности приложенного напряжения. Его ВАХ приведена на рис. 9.1,а.

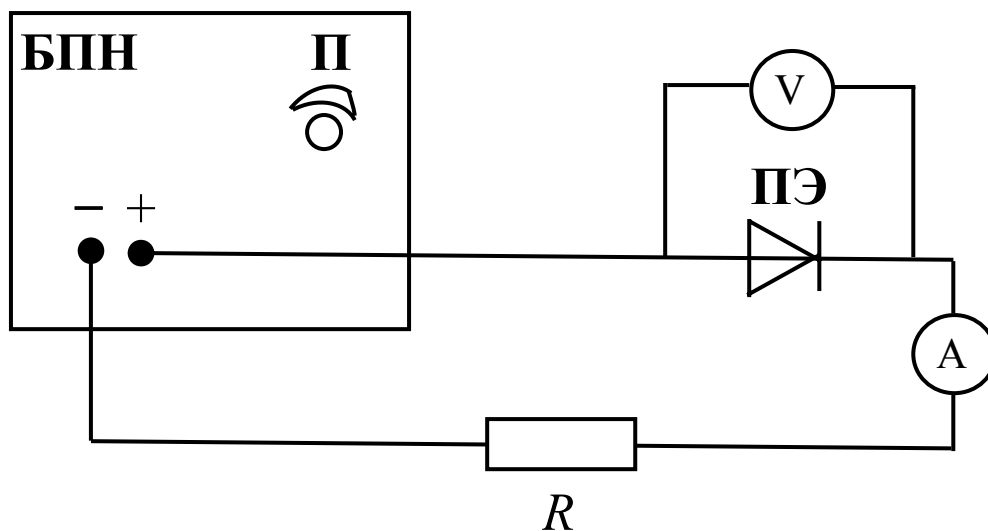


Рис. 9.1

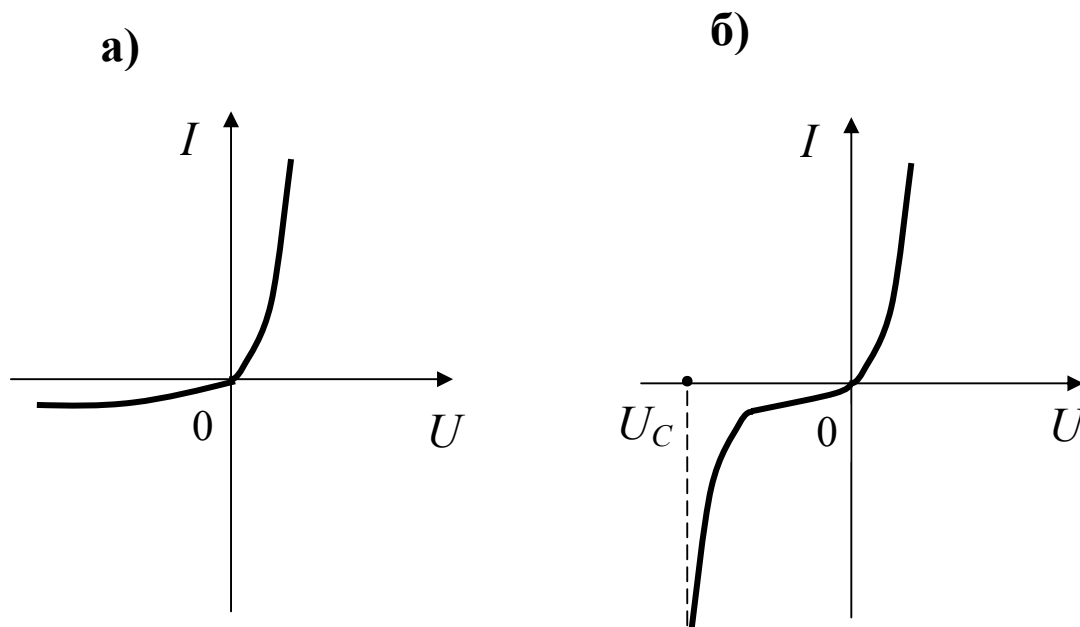


Рис. 9.2

Различают статическое сопротивление полупроводникового диода:

$$R_{ст}(I) = \frac{U}{I}, \quad (9.1)$$

и его дифференциальное сопротивление:

$$R_g(I) = \frac{dU}{dI} = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (9.2)$$

На разных участках ВАХ эти сопротивления будут различными, т. е. являются функциями тока I .

Стабилитрон – полупроводниковый диод с уменьшенной шириной – p - n перехода. В прямом направлении его ВАХ подобна диоду (рис. 9.2). В обратном направлении при напряжении источника, равном U_C , наступает

пробой перехода. После пробоя, напряжение стабилитрона остается практически неизменным $U_C = \text{const}$.

Нелинейные свойства указанных полупроводниковых приборов эффективно используются в различных устройствах автоматики, электротехники, радиотехники. В частности, полупроводниковые диоды применяются для выпрямления переменного тока, стабилитроны – для стабилизации или ограничения напряжения.

Если полупроводниковый диод подключен к источнику синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ (рис. 9.3,а), то при положительной полуволне этого напряжения все напряжение, за вычетом падения напряжения на диоде, прикладывается к сопротивлению R_1 (рис. 9,б). При отрицательной полуволне приложенного напряжения сопротивление диода очень велико и напряжение R_1 практически равно нулю, тем самым осуществляется выпрямление переменного тока.

На рис. 9.4,а приведена схема для ограничения амплитуды выпрямленного напряжения с использованием стабилитрона. Диод V_1 предназначен для выпрямления входного синусоидального напряжения u_1 . Форма выпрямленного напряжения u_2 представлена на рис. 9.4,б.

Это напряжение приложено к нелинейной цепи, содержащей стабилитрон V_2 и сопротивления R_1, R_2 . Выходное напряжение этой цепи u_3 зависит от тока ограничительного сопротивления R_2 : $u_3 = u_2 - R_2 i$.

Если напряжения стабилитрона $u_2 < U_C$, сопротивление стабилитрона большое и u_3 повторяет форму напряжения u_2 , при $u_2 > U_C$ наступает пробой стабилитрона, ток i возрастает, а напряжение u_3 остается неизменным и равным U_C .

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать на наборном поле схему (рис. 9.1) для определения ВАХ полупроводниковых приборов, используя амперметр и вольтметр постоянного тока и напряжения. Сопротивление R задано в табл. 9.1 и выдается преподавателем.

2. Установить в схему полупроводниковый диод и определить его вольтамперную характеристику, сделав по пять измерений напряжения и тока при прямой и обратной полярности приложенного напряжения. Регулирование напряжения осуществляется потенциометром Π блока постоянного напряжения УИЛСа.

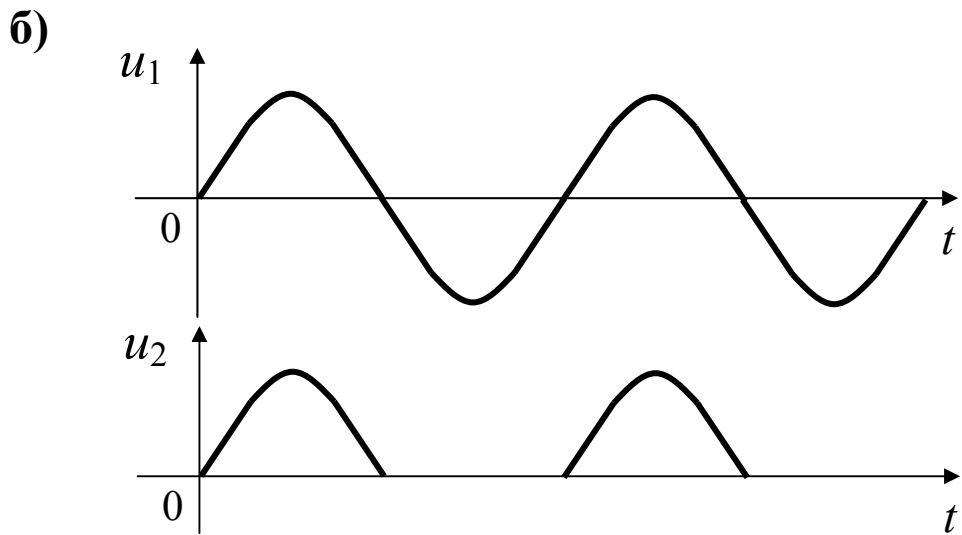
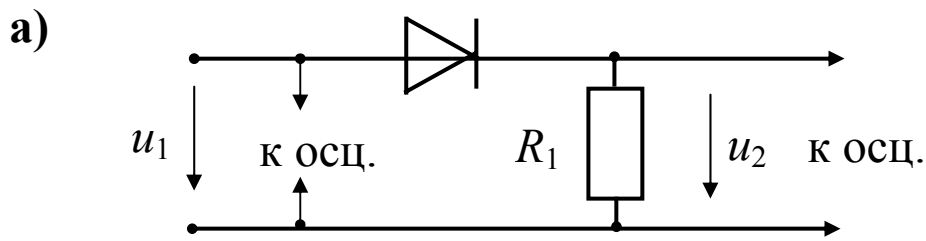


Рис. 9.3

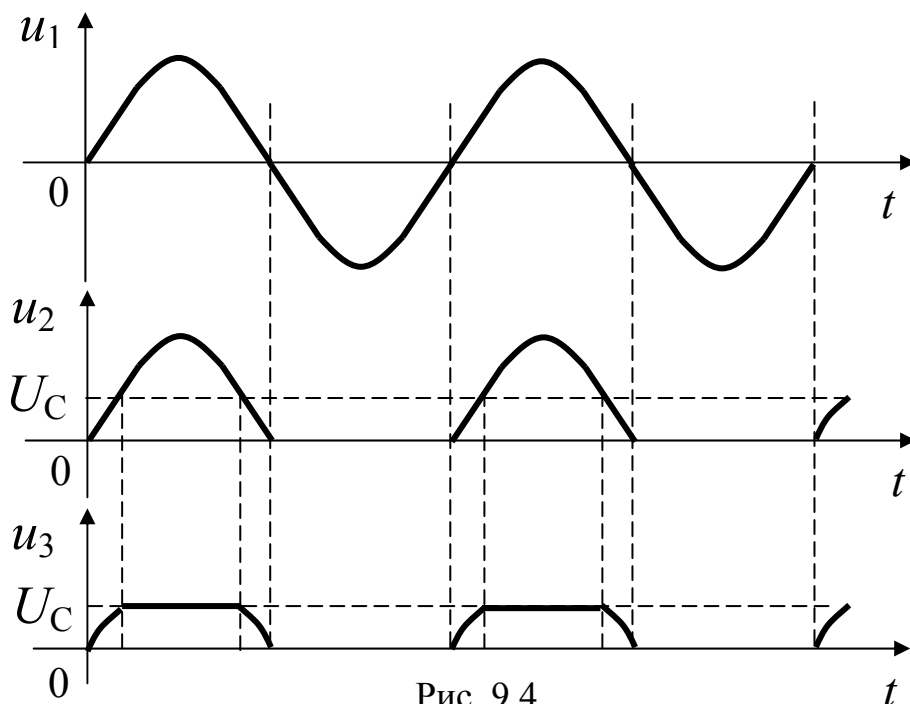
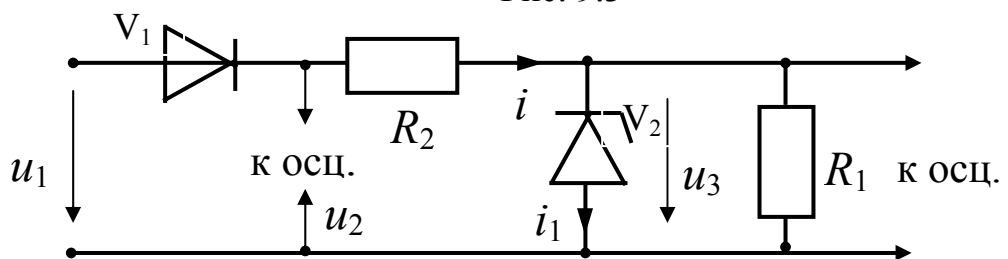


Рис. 9.4

Таблица 9.1

№ варианта	П а р а м е т р ы ц е п и				
	R , Ом	R_1 , Ом	R_2 , Ом	U_1 , Ом	f , Гц
1	750	300	75	13	50
2	750	300	75	14	50
3	750	300	75	15	50
4	750	300	75	13	50
5	510	200	100	14	50
6	510	200	100	15	50
7	510	200	100	13	50
8	510	200	100	14	50

3. Установить в схему полупроводниковый стабилитрон. Определить его вольтамперную характеристику, сделав по пять измерений тока и напряжений при прямой и обратной полярности приложенного напряжения. Результаты измерений п. 2.3 занести в таблицу по форме 9.1.

4. По результатам измерений п. 2,3 построить ВАХ диода и стабилитрона.

5. По формулам (9.1), (9.2) вычислить статическое и дифференциальное сопротивления диода и стабилитрона для всех точек измерений. Приращения ΔU и ΔI в формуле (9.2) определяются, как разность напряжений и токов в соседних точках. Результаты занести в таблицу по форме 9.1.

6. Построить зависимости $R_{ст}(I)$ и $R_{д}(I)$ для диода и стабилитрона.

Форма 9.1

Наименование полупровод- никового элемента	Вольтамперные характеристики							
	Прямое направление				Обратное направление			
	U , В	I , мА	$R_{ст}$, Ом	$R_{д}$, Ом	U , В	I , мА	$R_{ст}$, Ом	$R_{д}$, Ом

7. Собрать схему на наборном поле, изображенную на рис. 9.3,а. Величина R_1 задана в табл. 9.1. Сопротивление R_1 выдается преподавателем. Подключая осциллограф на вход этой цепи и к сопротивлению R_1 , зарисовать осциллограммы напряжений u_1 и u_2 . В качестве источника синусоидального напряжения использовать источник блока трехфазных переменных напряжений УИЛСа. Установить величину этого напряжения согласно табл. 9.1.

8. Собрать на наборном столе схему, изображенную на рис. 9.3а. Величины R_1 и R_2 заданы в табл. 9.1. Подключая осциллограф, зарисовать кривые напряжений u_2 и u_3 (рис. 9.4,б).

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы установки для определения ВАХ выпрямителя и ограничителя напряжений.
2. Перечень измерительных приборов и их характеристики.
3. ВАХ диода и стабилитрона.
4. Таблица опытных и расчетных данных.
5. Графики $R_{cm}(I)$ и $R_d(I)$ для диода и стабилитрона.
6. Осциллограммы напряжений u_1 , u_2 , u_3 выпрямителя и ограничителя напряжений.
7. Выводы.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие элементы электрической цепи называются нелинейными?
2. Какие характеристики нелинейных элементов являются статическими и какие динамическими?
3. Каким образом по характеристикам нелинейных элементов определяют статическое и дифференциальное сопротивления?
4. Какие характерные особенности работы имеют диод и стабилитрон?
5. Какие свойства диода используются в полупроводниковом выпрямителе? Как работает это устройство?
6. Какие свойства стабилитрона используются в полупроводниковом ограничителе напряжения? Как работает это устройство?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 317...378

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 10

Исследование явления феррорезонанса напряжений

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование феррорезонанса в цепи с последовательным соединением нелинейной индуктивности, конденсатора и резистора.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение вольтамперных характеристик (ВАХ) нелинейной индуктивности и конденсатора.
2. Расчет ВАХ резистора.
3. Расчет нелинейной ВАХ цепи с последовательным соединением R , C и нелинейной индуктивности.
4. Экспериментальное определение ВАХ с последовательным соединением R , C и нелинейной индуктивности.
5. Анализ ВАХ в режиме феррорезонанса. Триггерный эффект.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В электрических цепях, содержащих катушки с ферромагнитными сердечниками и конденсаторы, наблюдаются явления, связанные с нелинейными свойствами этих цепей. Это явление феррорезонанса. Рассмотрим цепь (рис. 10.1) с последовательным соединением R , C и нелинейной индуктивности, к которой приложено синусоидальное напряжение. Характеристика индуктивности нелинейна, поэтому ток i в цепи и напряжения u_R , u_L , u_C будут иметь несинусоидальную форму. Раскроем явления, возникающие в такой цепи, заменив несинусоидальный ток u_L , u_C , u_R , i эквивалентными синусоидами с действующими значениями U_L , U_R , U_C , I .

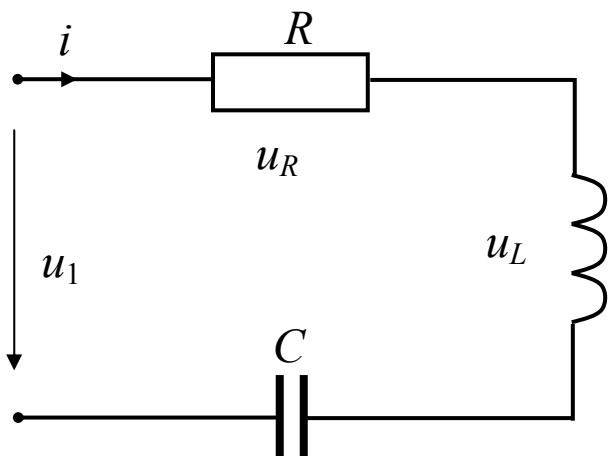


Рис. 10.1

Расчет ВАХ феррорезонансной цепи

По методу эквивалентных синусоид на рис. 10.2 приведены вольтамперные характеристики (в действующих значениях напряжения и тока) нели-

нейной индуктивности $U_L = F(I)$ (кривая 1, рис. 10.2), емкости $U_C = 1/\omega C$ (прямая 2) и резистора $U_R = RI$ (прямая 3).

По характеристикам элементов построим ВАХ цепи, изображенной на рис. 10.1. Для этого построения необходимо произвольно задаться некоторым током I . Затем для этого тока найти разность напряжений $|U_L - U_C|$ (напряжения индуктивности и емкости находятся в противофазе) и напряжение на резисторе U_R . Результирующее напряжение на входе цепи равно гипотенузе треугольника, построенного на катетах U_R и $|U_L - U_C|$, так как напряжение U_R и напряжение $|U_L - U_C|$ сдвинуты по фазе на угол $\pm \pi/2$ в зависимости от знака разности $(U_L - U_C)$. В результате

$$U_1 = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}. \quad (10.1)$$

С помощью такого приема находим для заданного действующего значения тока I соответствующее действующее значение входного напряжения U_1 . Задаваясь другими значениями тока и выполняя аналогичные операции по нахождению U_1 , построим результирующие ВАХ всей цепи $U_1 = F_3(I)$ (кривая 4, рис. 10.2).

Анализ явления феррорезонанса

Если плавно увеличить входное напряжение U_1 от 0 до U_a (рис. 10.2), то изображающая точка по кривой 4 переместится из точки 0 в точку a . При дальнейшем увеличении напряжения U_1 происходит скачкообразное увеличение тока от значения I_a до I_c . Дальнейшее увеличение напряжения перемещает изображающую точку по участку cd характеристики 4. В соответствии с этой характеристикой при уменьшении напряжения изображающая точка перемещается от точки d через точку c к точке b . Дальнейшее уменьшение U_1 вызывает скачкообразное уменьшение тока. Одновременно с этим скачкообразно изменяется и фаза тока. В точке a на характеристике 4 режим работы цепи такой, что ток отстает по фазе от входного напряжения, так как здесь $U_L > U_C$. В точке c ток будет опережать приложенное напряжение, поскольку в этой точке $U_C > U_L$. В точке b эквивалентная синусоида тока совпадает по фазе с приложенным напряжением, а действующие значения напряжений на емкости и нелинейной индуктивности равны $U_C = U_L$.

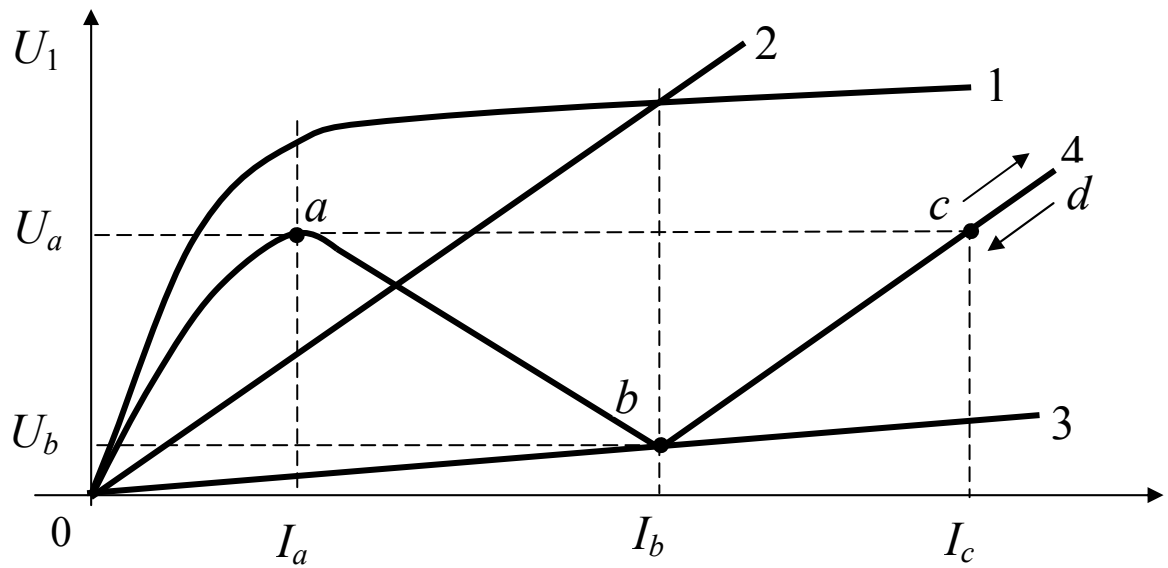


Рис. 10.2

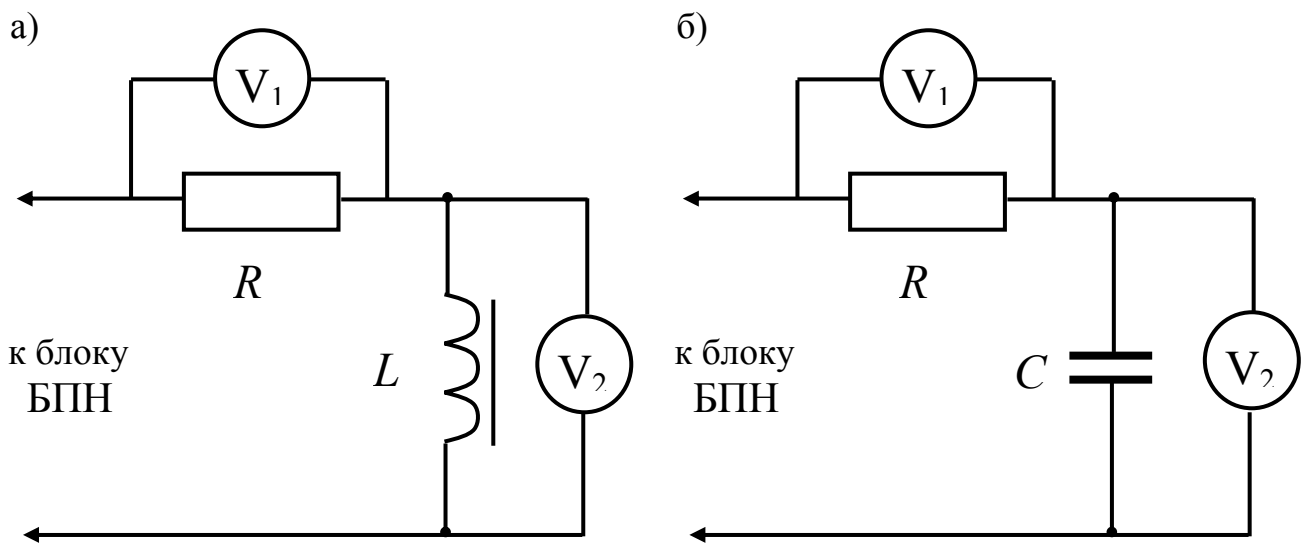


Рис. 10.3

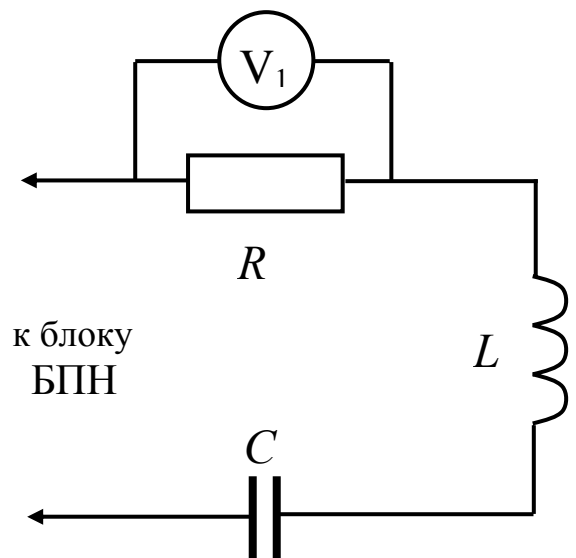


Рис. 10.4

При этом U_C и U_L больше напряжения источника. Таким образом, для данной точки характерен режим, подобный резонансу напряжений в цепи с последовательным соединением линейных элементов R, L, C . Однако в отличие от линейного резонанса участок a – в ВАХ цепи с нелинейным дросселем и конденсатором является неустойчивым. Именно этим обусловлены скачкообразные изменения величины и фазы тока, а также скачкообразные изменения напряжений на элементах цепи. Такие явления могут иметь место только в цепи переменного тока с нелинейным дросселем, имеющим ферромагнитный сердечник, и конденсатором, и чтобы подчеркнуть нелинейную природу этих явлений, они названы феррорезонансом.

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать на наборном поле схему для определения ВАХ нелинейной индуктивности $U_L = F_1(I)$ (рис. 10.3,а). Параметры феррорезонансной цепи заданы в табл. 10.1. В качестве нелинейной индуктивности используем индуктивность, которую укажет преподаватель, ведущий лабораторные занятия. В установке используем сопротивление R из блока переменных сопротивлений.

2. Установить частоту блока переменных напряжений (БПН) равной 1000 Гц. Изменяя напряжения БПН, записать показания вольтметров V_1 и V_2 , занести данные эксперимента в таблицу по форме 10.1. Зарисовать осциллограммы тока i до насыщения нелинейной индуктивности и после насыщения. Осциллограф подключить к сопротивлению R .

Форма 10.1

№ п.п.	О п ы т			Р а с ч е т
	$U_L, В$	$U_R, В$	№ осц.	$I, А$

3. Собрать на наборном поле лабораторную установку для определения ВАХ конденсатора $U_C = F_2(I)$ (рис. 10.3,б). В установке используем конденсатор блока переменных емкостей. Значение C задано в таблице 10.1. При частоте БПН 1000 Гц аналогично п. 2 снять ВАХ конденсатора и данные занести в таблицу по форме 10.2.

Форма 10.2

№ п.п.	О п ы т			Р а с ч е т
	$U_C, В$	$U_R, В$	№ осц.	$I, А$

4. На основе опытных данных построить ВАХ нелинейной индуктивности и конденсатора на одном графике. Полагая $R \cong 0$, по формуле (10.1) построить ВАХ исследуемой феррорезонансной цепи.

5. Собрать на лабораторном стенде схему (рис. 10.4) для определения ВАХ $U_1 = F_3(I)$. При частоте БПН 1000 Гц плавно увеличивать напряжение. Записать данные в таблицу по форме 10.3. Отметить значение напряжения U_a , при котором наступает скачкообразное увеличение тока от I_a до I_c в соответствии с рис. 10.2. Затем, монотонно уменьшая напряжение U_1 от максимального значения, определить U_b , при котором наступает скачкообразное уменьшение тока. Результаты занести в таблицу по форме 10.3.

Форма 10.3

№ п.п.	О п ы т		Р а с ч е т
	$U_1, В$	$U_R, В$	$I, А$

Таблица 10.1

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$R, Ом$	10	11	12	10	11	12	10	11
$C, мкФ$	1,9	1,75	1,8	1,85	1,8	1,8	1,8	1,8

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы экспериментальных установок.
2. Перечень измерительных приборов и их характеристики.
3. Таблицы опытных и расчетных данных.
4. Осциллограммы тока i .
5. Графики опытных и расчетных зависимостей $U_L = F_1(I)$, $U_C = F_2(I)$, $U_1 = F_3(I)$.
6. Выводы.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. В какой электрической цепи может возникнуть феррорезонанс?
2. В чем принципиальное различие феррорезонанса от резонансных явлений в линейных электрических цепях?
3. Почему форма тока i в исследуемой цепи при феррорезонансе несинусоидальная?
4. При каких условиях в исследуемой электрической цепи возникают

скачкообразные изменения тока (триггерный эффект) при плавном изменении напряжения?

5. Возможны ли триггерные явления в схеме рис. 10 при питании схемы от источника тока?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 396...417

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 11

Исследование управляемой нелинейной индуктивности

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение принципа действия и получение основных характеристик управляемой индуктивности.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение семейства вольтамперных характеристик нелинейной индуктивности при различных значениях управляющего тока.

2. Исследование характеристики вход-выход управляемой нелинейной индуктивности.

3. Исследование влияния величины управляющего постоянного тока на форму переменного тока в цепи рабочей обмотки нелинейной индуктивности.

4. Определение коэффициентов усиления по току, напряжению и мощности.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Управляемая нелинейная индуктивность (управляемый дроссель) является основным элементом магнитных усилителей, которые широко используются в системах автоматического управления и регулирования.

В работе исследуется простейший управляемый дроссель, собранный на одном тороидальном ферритовом сердечнике (рис. 11.1). Дроссель имеет две обмотки – рабочую с числом витков w_p и управляющую, число витков которой w_y . Эти обмотки электрически не связаны между собой.

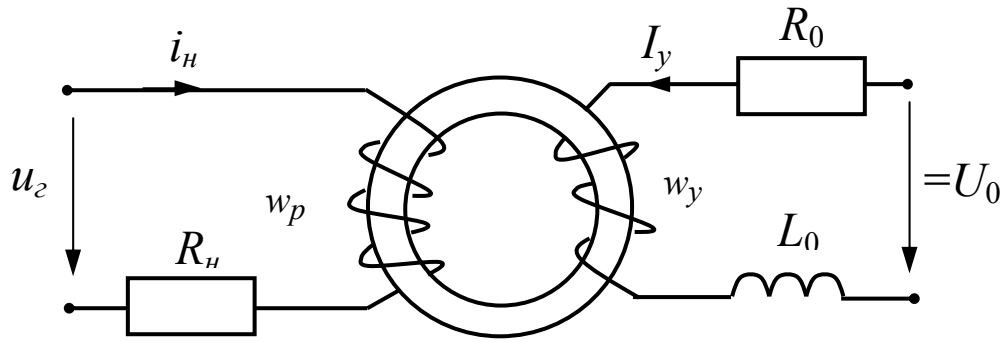


Рис. 11.1

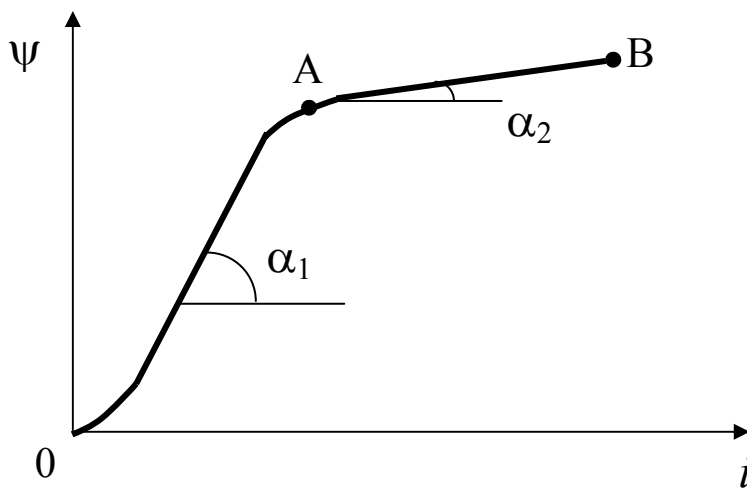


Рис. 11.2

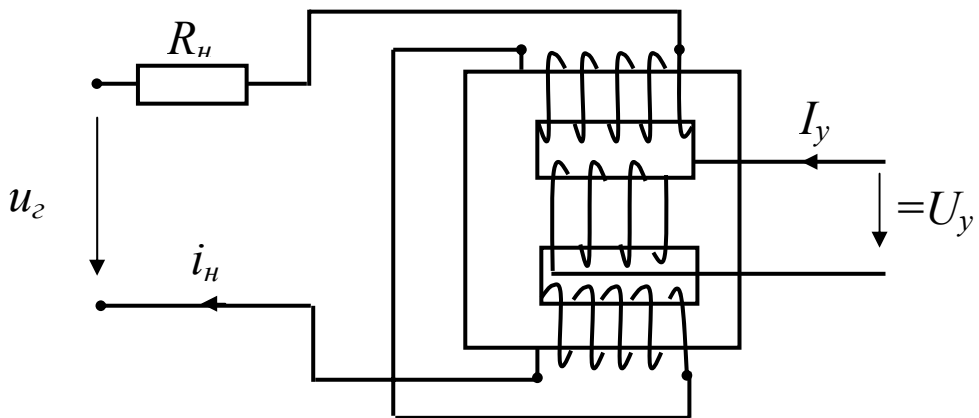


Рис. 11.3

Обмотка w_p включена последовательно с сопротивлением нагрузки R_H в цепь переменного тока. В ней протекает ток i , содержащий первую и высшие гармоники.

Обмотка управления w_y , которую также называют обмоткой подмагничивания, подключена к регулируемому источнику постоянного напряжения U_0 через дополнительные индуктивность L_0 и ограничительное сопротивление R_0 . Хотя переменный магнитный поток, созданный в сердечнике током i_n , наводит в управляющей обмотке переменную ЭДС, переменный ток в обмотке w_y практически не протекает, так как дополнительная индуктивность L_0 такова, что представляет для переменного тока весьма большое индуктивное сопротивление.

Принцип действия управляемого дросселя основан на зависимости индуктивности рабочей обмотки и, следовательно, ее индуктивного сопротивления от тока управления. При отсутствии тока управления $I_y = 0$ и относительно небольшом токе нагрузки сердечник дросселя не насыщен, индуктивность обмотки w_p и ее индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ максимальны. Этот режим работы дросселя соответствует участку 0А вебер-амперной характеристики дросселя (рис. 11.2), который можно считать линейным и соответственно, ток в цепи нагрузки – близким к синусоидальному (симметричным).

С увеличением тока управления сердечник дросселя насыщается, индуктивное сопротивление рабочей обмотки уменьшается, а ток в цепи нагрузки возрастает при неизменном действующем значении напряжения источника переменного тока.

При этом кривая тока в цепи становится несимметричной. Это происходит потому, что индуктивность дросселя оказывается различной для положительной и отрицательной (по отношению к подмагничивающему току) полуволн тока нагрузки. Действительно, динамическая индуктивность $L_\partial = d\psi / di = \operatorname{tg} \alpha$ имеет большие значения на участке 0А, чем на участке А-В вебер-амперной характеристики дросселя (рис. 11.2).

После достижения током управления некоторого значения ($I_y = I_{\text{насыщ.}}$) сердечник дросселя полностью насыщается. Дальнейшее увеличение тока I_y не приводит к изменению индуктивности рабочей обмотки и соответственно к изменению тока нагрузки. Этот режим работы дросселя соответствует линейному участку АВ его вебер-амперной характеристики (рис. 11.2). При этом кривая тока в цепи нагрузки является симметричной и близкой к синусоидальной.

Отметим, что на практике управляемые дроссели (магнитные усилители) обычно собираются на двух одинаковых торроидальных или одном Ш-образном сердечнике и имеют две рабочие обмотки (рис. 11.3), включенные встречно последовательно. При этом достигается симметрия кривой тока на-

грузки при любом режиме работы. Кроме того, так как при этом включении обмоток суммарный магнитный поток, сцепленный с обмоткой управления, равен нулю в любой момент времени, то в обмотке управления не индуцируется переменный ЭДС.

Основными характеристиками управляемого дросселя являются семейство вольтамперных характеристик (ВАХ) и характеристики "вход-выход". Семейство ВАХ, т.е. зависимости напряжения на рабочей обмотке от тока нагрузки $U_p(I_n)$ (рис. 11.4), получают при различных значениях тока управления.

Характеристики "вход-выход" представляют собой зависимость действующего значения тока нагрузки от тока управления $I_n(I_y)$ и зависимость действующего значения напряжения нагрузки от напряжения управления $U_n(U_y)$ (рис. 11.5) при неизменных значениях напряжения источника U_T и сопротивления нагрузки R_n .

Обычно у управляемого дросселя обмотка подмагничивания w_y имеет в несколько раз больше витков, чем рабочая обмотка w_p и при этом дроссель проектируют так, чтобы $I_y w_y = I_n w_p$. Это создает возможность с помощью малого тока I_y управлять большим током нагрузки I_n , т.е. получать эффект усиления. Количественно этот эффект характеризуется коэффициентом усиления. Различают коэффициенты усиления по току, напряжению и мощности.

Коэффициент усиления по току определяют как отношение приращения тока нагрузки к приращению тока управления:

$$K_i = \frac{\Delta I_n}{\Delta I_y} . \quad (11.1)$$

Коэффициент усиления по напряжению есть отношение приращения напряжения на нагрузке к приращению напряжения на обмотке управления

Для нахождения коэффициента K_i и K_u используется линейная часть характеристики "вход-выход" (рис. 11.5). Коэффициент усиления по мощности

$$K_p = \frac{\Delta P_n}{\Delta P_y} = \frac{\Delta I_n \Delta U_n}{\Delta I_y \Delta U_y} = K_i K_u \quad (11.3)$$

рассчитывается по найденным K_i и K_u .

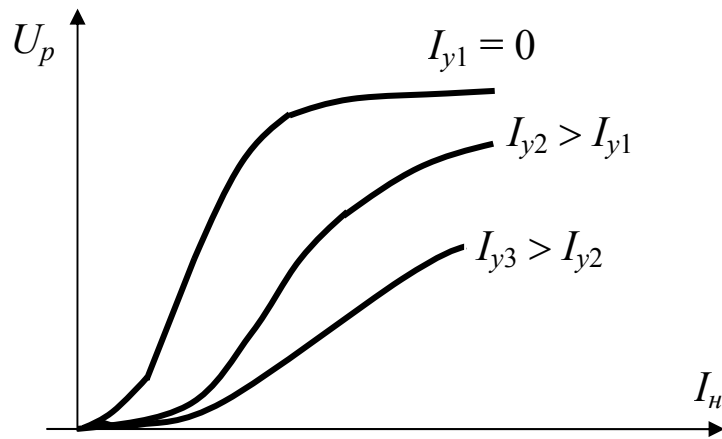


Рис. 11.4

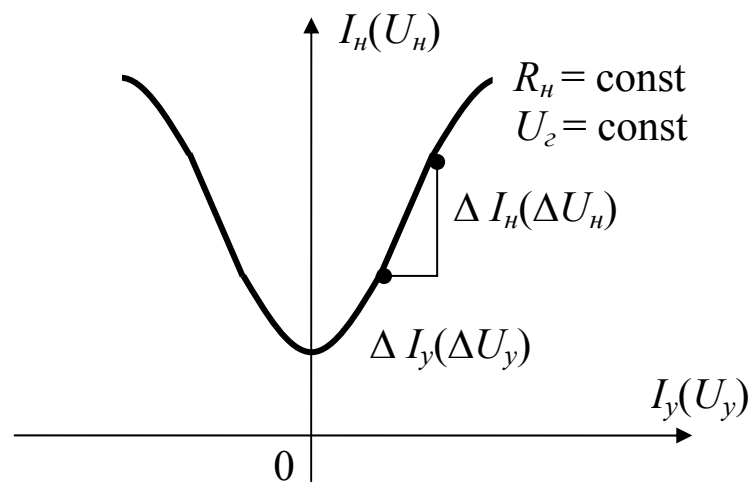


Рис. 11.5

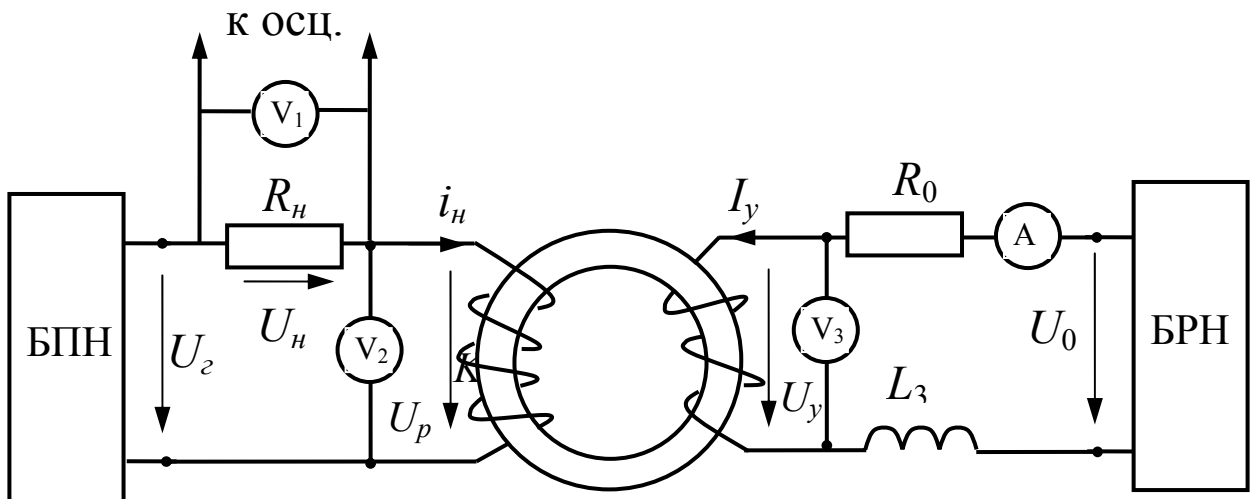


Рис. 11.6

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить опытным путем три вольтамперные характеристики управляемого дросселя при различных токах управления. Для этого собрать на наборном поле цепь по схеме рис. 11.6. Сопротивление R_n и управляемая катушка индуктивности выдаются преподавателем. В качестве R_0 используется блок переменных сопротивлений. Значение R_0 устанавливается в 100 Ом. В качестве ограничивающей индуктивности применяется дроссель блока переменной индуктивности. Управляемая индуктивность подключается к блоку регулируемого переменного напряжения (БПН) (частота 1000 Гц) и блоку регулируемого постоянного напряжения (БРН). Для измерения напряжений U_n и U_p используются вольтметры переменного напряжения V_1 и V_2 . Вольтметром V_3 и амперметром постоянного тока A измеряются U_y и I_y . Изменяя при помощи регулятора напряжение U_p на рабочей обмотке дросселя, снять зависимость $U_p(I_n)$ для трех значений тока управления: $I_{y1} = 0$; $I_{y2} = 0,05$ А; $I_{y3} = 0,1$ А. Ток в рабочей обмотке дросселя вычисляется как $I_n = U_n / R_n$. Результаты измерений занести в таблицу по форме 11.1. Построить графики этих зависимостей.

2. Определить характеристики "вход-выход" магнитного усилителя $U_n(U_y)$ и $I_n(I_y)$ при постоянном сопротивлении нагрузки $R_n = \text{const}$ и неизменном значении напряжения источника переменного тока $U_G = \text{const}$. Значение U_G задается преподавателем. При снятии характеристик необходимо, поддерживая в цепи по схеме рис. 11.6 постоянное значение U_G , изменять значение постоянного тока I_y в обмотке управления. Измеренные значения I_y , U_y , U_n занести в таблицу по форме 11.2. Ток I_n рассчитать, как $I_n = U_n / R_n$. По полученным данным построить зависимости $I_n(I_y)$, $U_n(U_y)$.

Форма 11.1

№ п.п.	$I_{y1} = 0$			$I_{y2} =$			$I_{y3} =$		
	$U_p, \text{В}$	$U_n, \text{В}$	$I_n, \text{А}$	$U_p, \text{В}$	$U_n, \text{В}$	$I_n, \text{А}$	$U_p, \text{В}$	$U_n, \text{В}$	$I_n, \text{А}$
1- 6									

Форма 11.2

№ п.п.	$U_y, \text{В}$	$I_y, \text{А}$	$U_n, \text{В}$	$I_n, \text{А}$
1- 5				

Форма 11.3

Коэффициенты усиления	k_i	k_u	k_p

3. Исследовать влияние насыщения сердечника управляемого дросселя на форму кривой тока в цепи нагрузки при измененном действующем значении напряжения в цепи нагрузки. Для этого подключить вход осциллографа к сопротивлению нагрузки R_n в схеме на рис. 11.6. При отсутствии тока в обмотке управления ($I_y = 0$) установить при помощи регулятора такое напряжение генератора U_G , при котором ток в цепи нагрузки еще остается синусоидальным. Зарисовать осциллограмму тока. Затем, увеличивая ток управления, получить несимметричную кривую тока в нагрузке и снять осциллограмму тока. Напряжение U_G при этом следует поддерживать неизменным. Дальнейшее увеличение тока управления при $U_G = \text{const}$ приводит к насыщению дросселя, и ток в цепи нагрузки снова становится близким к синусоидальному. Снять осциллограмму тока насыщения дросселя.

4. Рассчитать коэффициенты усиления по графикам $I_n(I_y)$ и $U_n(U_y)$. При определении K_i и K_u следует использовать формулы (11.1), (11.2). Коэффициент K_p находится как произведение K_i и K_u . Данные расчетов свести в табл. по форме 11.3.

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы измерений.
2. Перечень используемых приборов и их краткие характеристики.
3. Таблицы измерений и расчетов по формам 11.1, 11.2, 11.3.
4. Семейство ВАХ дросселя при различных токах управления.
5. Характеристики "вход-выход" магнитного дросселя с отмеченными на них значениями ΔU_n и ΔU_y , а также ΔI_y и ΔI_n .
6. Выводы о влиянии тока управления на величину и форму тока в цепи рабочей обмотки дросселя.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Почему магнитные усилители выполняются либо на Ш-образном сердечнике, либо на двух О-образных?
2. Почему с изменением величины тока в обмотке управления изменяется вид вольтамперной характеристики рабочей обмотки?
3. Что показывают характеристики "вход-выход" управляемого дросселя?
4. В чем заключается эффект усиления в магнитном усилителе?
5. Какие различают коэффициенты усиления магнитного усилителя?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 399...417

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 12

Исследование выпрямительных цепей с емкостным фильтром

I. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование влияния емкостного фильтра на форму выпрямленного напряжения.

II. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследование влияния емкости фильтра на форму выпрямленного напряжения.
2. Исследование влияния сопротивления нагрузки на форму выпрямленного напряжения.
3. Расчет однополупериодного выпрямителя с фильтром и сопоставление результатов с опытом.

III. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Если на выходе выпрямителя параллельно нагрузке R_n (рис. 12.1) подсоединить конденсатор емкостью C , то форма напряжения на нагрузке u_n (рис. 12.2,б) получится более сложной по сравнению с формой этого напряжения, когда C отсутствует (рис. 12.1,а). Чтобы пояснить это, рассмотрим стационарные электромагнитные процессы (рис. 12.1,б) в выпрямителе при параллельном соединении R_n и C . Для упрощения расчетных выражений для напряжения и тока примем сопротивление полупроводникового диода в проводящем состоянии равным нулю, а в непроводящем – бесконечности. Поэтому в интервале времени $t_1 < t < t_2$, когда потенциал анода выше потенциала катода, вентиль открыт и все напряжение источника $u = U_m \sin \omega t$ приложено к нагрузке: $u = u_c = u_n$.

Следовательно, на этом интервале происходит заряд емкости

$$i_c = C \frac{du}{dt} = CU_m \cos \omega t$$

и увеличивается ток нагрузки

$$i_n = \frac{u_n}{R_n} = \frac{U_m}{R_n} \sin \omega t,$$

так как увеличивается напряжение на емкости. При этом ток диода

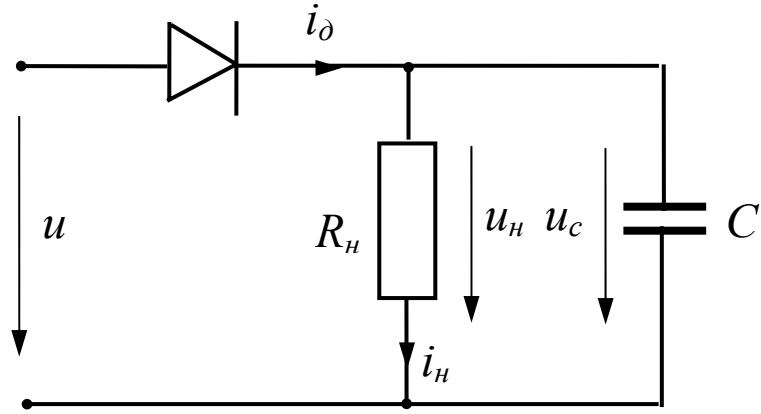


Рис. 12.1

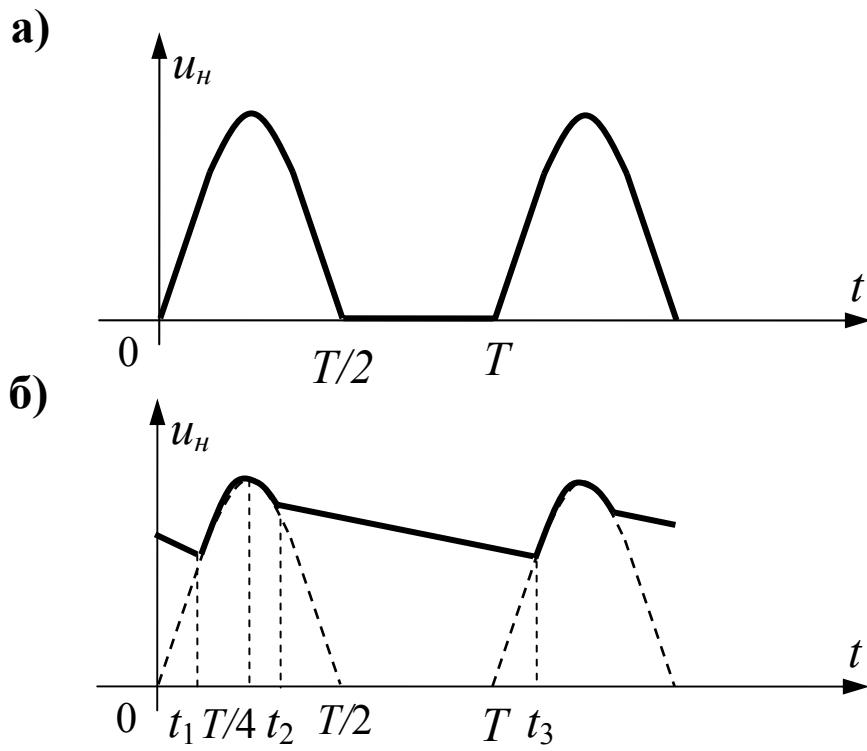


Рис. 12.2

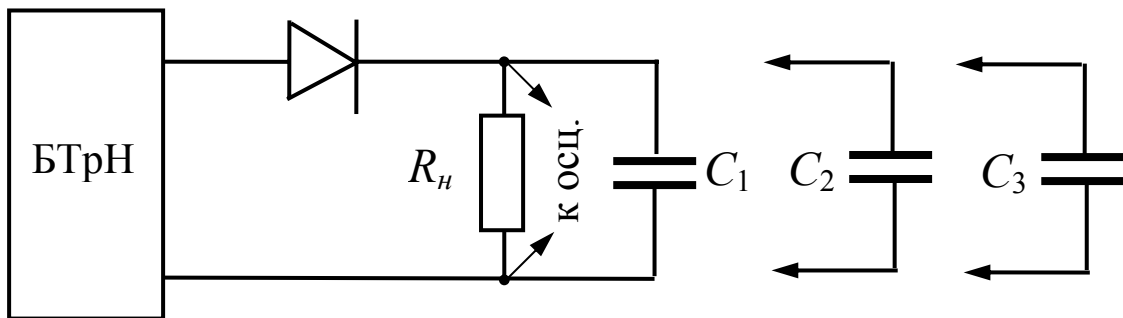


Рис. 12.3

$$i_{\partial} = i_c + i_n = \omega C U_m \cos \omega t + \frac{U_m}{R_n} \sin \omega t. \quad (12.1)$$

Рассматривая процесс во времени, заметим, что напряжение источника $u = U_m \sin \omega t$ при $t = T/4$ имеет максимум, а при $t > T/4$ мгновенные значения этого напряжения начинают уменьшаться. Диод обладает односторонней проводимостью, и следовательно, емкость не может возвращать энергию в источник. Поэтому наступает такой момент t_2 , когда потенциал анода полупроводникового вентиля становится меньше потенциала катода, вентиль запирается ($i_n = 0$) и емкость разряжается на сопротивление нагрузки. В интервале $t_2 < t < t_3$ напряжение на емкости u_c в соответствии с общим решением дифференциального уравнения

$$R_n C i_{\partial} = \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

для контура, по которому замыкается ток разряда емкости, изменяется по закону

$$u_c = A e^{-(t-t_2)/R_n C}, \quad (12.2)$$

где t_2 – момент сопряжения первого и второго интервалов.

Постоянная интегрирования

$$A = u_c(t_2) = U_m \sin \omega t_2, \quad (12.3)$$

так как в момент $t = t_2$ напряжение на емкости скачком измениться не может. Значение этого момента времени определяется из выражения

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \left(\pi - \operatorname{arctg} \omega C R_n \right). \quad (12.4)$$

Последнее вытекает из решения уравнения (12.11) при $i_{\partial} = 0$. В рассматриваемом интервале напряжение на емкости постепенно уменьшается, достигая в момент времени $t = t_3$ значения, когда потенциал анода вентиля становится больше потенциала катода. Начиная с этого времени емкость C вновь заряжается и процесс периодически повторяется, так как для однополупериодной схемы (рис. 12.2,б)

$$t_3 = t_1 + T, \quad (12.5)$$

где $T = 2\pi / \omega$ – период синусоидальных колебаний входного напряжения $u = U_m \sin \omega t$.

Момент времени $t = t_1$ для однополупериодной схемы выпрямления находится из решения уравнения

$$U_m \sin(\omega t_1) = U_m \sin(\omega t_2) e^{-(t+T-t_2)/R_n C}$$

или в более наглядной форме

$$e^{-(t+T)/R_n C} \sin \omega t_1 = U_m e^{t_2/R_n C} \sin \omega t_2. \quad (12.6)$$

Решение трансцендентального уравнения (12.6) для определения времени t_1 можно осуществить методом итерации или графоаналитическим путем. Для этого по одной из осей прямоугольной системы координат откладывается текущее время t , а по другой – соответствующее значение коэффициента

$$N = e^{-(t+T)/R_n C} \sin \omega t.$$

Тогда при $N = N_1 = U_m e^{t_2/R_n C} \sin \omega t_2$, где значения ω , R_n , C , t_2 известны, определяется значение $t = t_1$.

Если изменяется сопротивление нагрузки R_n или емкость конденсатора фильтра C , то изменяется постоянная времени этой цепи $\tau = R_n C$. При увеличении τ конденсатор разряжается медленнее, а при уменьшении τ – быстрее, что оказывает влияние на значение моментов сопряжения t_1 , t_2 , t_3 и, как следствие, на форму напряжения нагрузки u_n . Причем с увеличением $\tau = R_n C$ форма напряжения становится более гладкой и уменьшаются пульсации.

IV. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать на наборном поле исследуемую цепь согласно схеме рис. 12.3. Диод выдается преподавателем. В качестве R_n используется блок переменного сопротивления. Емкость набирается из конденсаторов $C_1 = 5 \text{ мкФ}$, $C_2 = 10 \text{ мкФ}$, $C_3 = 20 \text{ мкФ}$ блока переменной емкости. Параметры R_n и C устанавливаются по варианту согласно табл. 12.1. Электрическая цепь согласно рис. 12.3 подключается к одному из источников блока трехфазных напряжений

(БТрН) частоты 50 Гц. Действующее значение входного напряжения U устанавливается в соответствии с табл. 12.1. Параметры схемы и входного напряжения занести в табл. по форме 12.1. В этом эксперименте необходимо подключить осциллограф к R_n и зарисовать осциллограмму напряжения u_n .

Определить по осциллограмме, используя методику изложенную в работе 1 t_1, t_2, t_3 и значения $u_n(t_1), u_n(t_2), u_n(t_3)$. Результаты эксперимента свести в таблицу по форме 12.1.

Форма 12.1

З а д а н о					В ы ч и с л е н о					
$U,$ В	$U_m,$ В	$f,$ Гц	$R_n,$ Ом	$C,$ мкФ	$t_1,$ мс	$t_2,$ мс	$t_3,$ мс	$u_n(t_1),$ В	$u_n(t_2),$ В	$u_n(t_3),$ В

2. По заданным значениям R_n, C, U_m и $\omega = 2\pi f$, используя формулы (12.4), (12.5) и уравнение (12.6) расчетным путем определить интервалы заряда и разряда емкости C , моменты сопряжения этих интервалов t_1, t_2, t_3 и $u_n(t_1), u_n(t_2), u_n(t_3)$. Результаты занести в таблицу по форме 12.1.

Таблица 12.1

№ варианта	П а р а м е т р ы ц е п и			
	$U, В$	$f, Гц$	$R_n, Ом$	$C, мкФ$
1	18	50	950	20
2	16	50	950	25
3	14	50	950	30
4	18	50	950	35
5	16	50	900	20
6	14	50	900	25
7	18	50	900	30
8	16	50	900	35

3. Определить влияние емкости C на форму выпрямленного напряжения. Для этого при заданном R_n зарисовать осциллограммы выпрямленного напряжения u_n при $C_1 = 5\text{мкФ}, C_2 = 10\text{мкФ}, C_3 = 20\text{мкФ}$. Эти осциллограммы совместить на одном графике.

4. Определить влияние величины R_n на форму выпрямленного напряжения. Для этого при заданной емкости C зарисовать осциллограммы напряжения

U_m при $R_n = 900$; $R_n = 500$; $R_n = 200$. Эти осциллограммы совместить на одном графике.

V. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема исследуемой электрической цепи.
2. Основные расчетные данные.
3. Таблица по форме 6.1.
4. Осциллограммы и графики расчетных и экспериментальных значений выпрямленного напряжения u_n .
5. Анализ полученных результатов.
6. Выводы по работе.

VI. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каково влияние R_n на форму выпрямленного напряжения?
2. Каково влияние C на форму выпрямленного напряжения?
3. Как определить момент времени t_2 , когда отключается полупроводниковый диод?
4. Как определить момент времени t_1 , когда полупроводниковый диод включается?
5. Каково влияние постоянной времени τ фильтра на форму выпрямленного напряжения?

Л и т е р а т у р а: [1], с. 433...474

3.5. Методические указания к проведению практических занятий

Занятие 6

Расчет несинусоидальных процессов в линейных электрических цепях

Основные положения

Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи можно представить в виде ряда Фурье, который в общем виде содержит постоянную составляющую, основную или первую гармонику, имеющую период, равный периоду самой функции и высшие гармоники, частота которых в целое число раз больше частоты первой гармоники:

$$u(t) = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + U_{km} \sin(\omega t + \psi_k) + \dots, \quad (6.1)$$

где U_0 – постоянная составляющая, равная среднему значению несинусоидального напряжения за период, $U_1 \sin(\omega t + \psi_1)$ – основная или первая гармоника. Она имеет тот же период $T = 2\pi/\omega$, что и данное несинусоидальное напряжение. Все остальные гармоники, имеющие частоту, не равную частоте ω , называются высшими гармониками. Номер гармоники означает, во сколько раз угловая частота больше основной частоты ω . Следует отметить, что число гармоник стремится к бесконечности, а амплитуды по мере увеличения номера гармоники уменьшаются и стремятся к нулю $U_{mm} \rightarrow 0$. Поэтому обычно можно ограничиться некоторым конечным числом ряда.

Ряд Фурье (6.1) можно записать и в виде суммы синусного и косинусного рядов:

$$\begin{aligned} u(t) = & U_0 + U'_{1m} \cos \omega t + U'_{1m} \cos 2\omega t + U'_{1m} \cos 3\omega t + \dots + \\ & + U''_{1m} \sin \omega t + U''_{1m} \sin \omega t + U''_{1m} \sin \omega t + \dots, \end{aligned} \quad (6.2)$$

где $U'_{km} = U_{km} \sin \psi_k$; $U''_{km} = U_{km} \cos \psi_k$; $\psi_k = \frac{U'_{km}}{U''_{km}}$.

Действующие значения несинусоидальных периодических токов и напряжений.

Для тока

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}, \quad (6.3)$$

аналогично для напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}. \quad (6.4)$$

Пример 6.1. Мгновенное значение несинусоидального напряжения представлено в виде ряда

$$u = 2 + 12 \sin(\omega t + \pi/3) + 4 \sin(2\omega t + \pi/4).$$

Требуется найти действующее значение напряжения.

Решение. Действующее значение несинусоидального напряжения определим по выражению (6.4):

$$U = \sqrt{2^2 + \frac{12^2}{2} + \frac{4^2}{2}} = 13,1 \text{ В.}$$

Мощность в цепи при несинусоидальном токе и напряжении

Активная мощность при несинусоидальном режиме равна сумме постоянной мощности и активных мощностей всех гармоник.

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + \dots \quad (6.5)$$

Полной мощностью называется произведение действующих значений несинусоидального напряжения и тока

Для периодических несинусоидальных процессов вводят понятие о коэффициенте мощности λ , определяя его из соотношения

$$\lambda = \frac{P}{UI}. \quad (6.6)$$

По аналогии с синусоидальным током вводят понятие о реактивной мощности Q , которая определяется как сумма реактивных мощностей отдельных гармоник.

Расчет линейных цепей с несинусоидальными ЭДС

Расчет основан на принципе наложения, а именно мгновенное значение несинусоидального тока в любой ветви в данный момент времени равно алгебраической сумме мгновенных значений отдельных гармоник тока в данный момент времени. В результате этого расчет можно свести к решению n задач с синусоидальными ЭДС (n – число гармоник) и одной задачи с постоянной ЭДС.

При расчете постоянной составляющей тока необходимо учесть, что индуктивное и емкостное сопротивления соответственно равны:

$$X_{L0} = 0, \quad X_{C0} = \infty, \quad (6.7)$$

При расчете гармонических составляющих тока необходимо учесть, что индуктивное и емкостное сопротивления зависят от частоты, т. е. от номера гармоники

$$X_{LK} = k\omega L = kX_{L1}, \quad X_{Ck} = 1/k\omega C = X_{C1}/k. \quad (6.8)$$

Пример 6.2. (этот пример из контрольной работы №2 задача 5). Для цепи рис.6.1 дано $X_{L1} = \omega L = 3 \text{ Ом}$, ; $u = 10 + 5\sqrt{2} \sin \omega t + 2\sqrt{2} \sin 3\omega t$.

Требуется определить действующее и мгновенные значения тока на входе цепи.

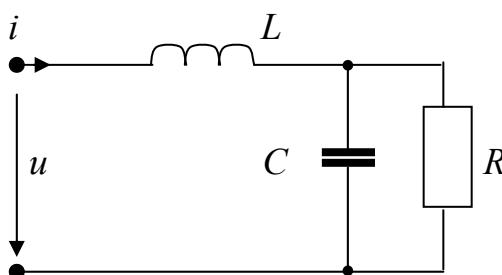


Рис. 6.1

Решение 1. Постоянная составляющая тока равна

$$I_0 = U_0 / R = 10/4 = 2,5 \text{ А.}$$

2. Действующее и мгновенные значения тока первой гармоники найдем комплексным методом:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_1}; \quad \dot{U}_1 = 5;$$

$$\underline{Z}_1 = jX_{L1} - \frac{jRX_{C1}}{R - jX_{C1}} = j3 - \frac{j16}{4 - j4} = j3 - \frac{-64 + j64}{4^2 + 4^2} = 2 + j;$$

$$\dot{I}_1 = \frac{5}{2 + j} = 2 - j; \quad I_1 = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ А}; \quad i_1 = \sqrt{10} \sin(\omega t - 0,46) \text{ А.}$$

3. Определим действующее и мгновенные значения тока третьей гармоники:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_3}{\underline{Z}_3}; \quad \dot{U}_3 = 2; \quad \underline{Z}_3 = j3X_{L3} - \frac{jR \frac{X_{C1}}{3}}{R - j \frac{X_{C1}}{3}} = j9 - \frac{j5,3}{4 - j4} = 0,39 + j12,1;$$

$$\dot{I}_3 = \frac{2}{0,39 + j12,1} = 0,005 - j0,16; \quad I_3 = 0,16 \text{ А}; \quad i_3 = \sqrt{0,32} \sin(3\omega t - 1,57) \text{ А.}$$

4. Действующее значение тока на входе цепи

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{6,25 + 5 + 0,0256} = 3,3 \text{ А.}$$

5. Мгновенное значение тока на входе цепи

$$i = I_0 + i_1 + i_3 = 2,5 + \sqrt{10} \sin(\omega t - 0,46) + \sqrt{0,32} \sin(3\omega t - 1,57) \text{ А.}$$

Задание для самостоятельной работы

Задача 6.1. Для цепи рис. 6.2 дано $X_{L1} = \omega L = 3 \text{ Ом}$; $R = X_{C1} = 1/\omega C = 4 \text{ Ом}$; $u = 10 + 5\sqrt{2} \sin \omega t + 2\sqrt{2} \sin 3\omega t$.

Требуется определить действующее и мгновенные значения тока на входе цепи.

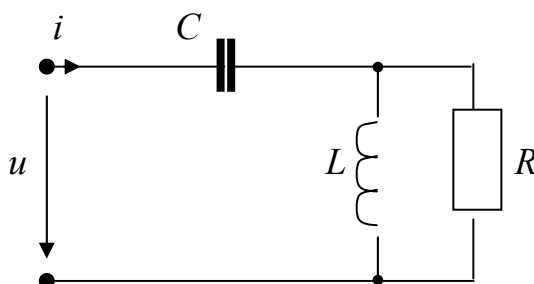


Рис.6.2

Занятие 7

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях. Классический метод

Основные положения

Законы коммутации

Для учета влияния энергетического состояния цепи на момент коммутации и для записи законов коммутации введено понятие тока $i_L(-0)$ в индуктивности и напряжения $u_C(-0)$ на емкости в последний момент перед коммутацией, а также понятие тока $i_L(+0)$ в индуктивности и напряжения $u_C(+0)$ на емкости в первый момент после коммутации. Напомним, что за момент коммутации принято время $t = 0$. В соответствии с этим законы коммутации записываются в виде:

первый закон коммутации $i_L(-0) = i_L(+0)$ или $\psi(-0) = \psi(+0)$ — ток и потокосцепление в индуктивности не могут изменяться скачком (мгновенно).

второй закон коммутации $u_C(-0) = u_C(+0)$ или $q(-0) = q(+0)$ - напряжение на емкости и его заряд не могут изменяться скачком (мгновенно).

Начальные условия

Независимыми начальными условиями принимают токи $i_L(-0)$ в индуктивностях и напряжения $u_C(-0)$ на емкостях (для краткости их называют начальными условиями).

Классический метод

В основе классического метода лежит составление дифференциального уравнения с помощью законов Кирхгофа и уравнений элементов для мгновенных значений токов и напряжений и решение этого дифференциального уравнения

Пример 7.1 Катушка индуктивности, по которой протекает постоянный ток, замыкается накоротко (рис.7.1,а). Активное сопротивление катушки $R_k = 100$ Ом, $R=300$ Ом, индуктивность $L=2$ Гн, $U=100$ В. Требуется определить ток i_L переходного процесса в индуктивности.

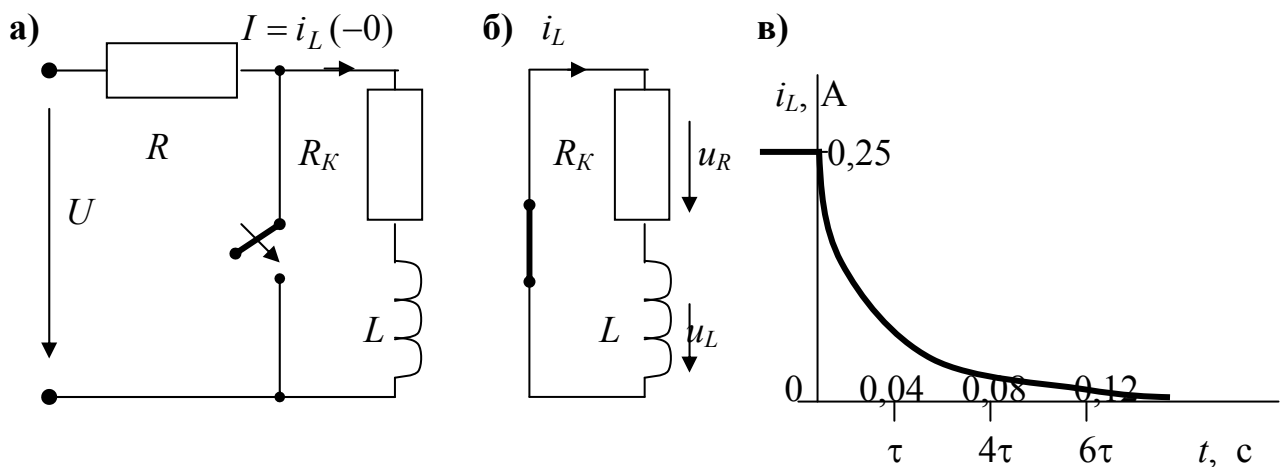


Рис. 7.1

Решение.1. Определим начальные условия $i_L(-0)$, т.е. установившийся постоянный ток в цепи (рис.7.2,а) до коммутации:

$$i_L(-0) = \frac{U}{R_1 + R_k} = \frac{100}{300 + 100} = 0,25 \text{ А.}$$

2. Для цепи, образовавшейся после коммутации (рис.7.2,б), составляем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$u_L + u_R = 0.$$

3. Дифференциальное уравнение будет иметь вид:

$$L \frac{di_L}{dt} + R_k i_L = 0.$$

4. Дифференциальное уравнение получили однородным. Поэтому $i_{np} = 0$. 5. Ток переходного процесса равен

$$i_L = i_{Lcv} = A e^{\lambda t}.$$

5. Характеристическое уравнение будет иметь вид:

$$L\lambda + R_k = 0,$$

где $\lambda = -\frac{R_k}{L} = -\frac{100}{2} = -50 \frac{1}{c}; \quad \tau = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ с.}$

6. Согласно первому закону коммутации

$$i_L(-0) = i_L(+0) = U/(R_1 + R_k) = 0,25.$$

7. Определим постоянную интегрирования A

$$i_L(0) = 0,25 = A e^{-50 \cdot 0}; \quad A = 0,25.$$

Следовательно, ток i_L в катушке равен

$$i_L = \frac{U}{R_1 + R_k} e^{\lambda t} = 0,25 e^{-50t}.$$

На рис. 7.1, в приведен график зависимости $i_L(t)$.

Задание для самостоятельной работы

Задача. 7.1. В цепи, по которой протекает постоянный ток, происходит коммутация (рис. 7.2). R_1 подключается параллельно к R_2 . Дано $R_1 = 100 \text{ Ом}$, $R_2 = 300 \text{ Ом}$, индуктивность $L = 2 \text{ Гн}$, $U = 100 \text{ В}$. Требуется определить ток i_L переходного процесса в индуктивности.

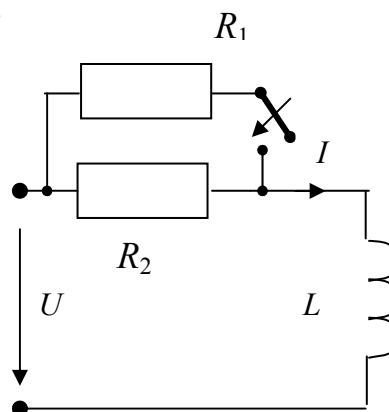


Рис.7.2

Занятие 8

Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях.

Операторный метод

Основные положения

Как известно, переходные процессы в линейных электрических цепях с постоянными параметрами описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Решение таких уравнений можно выполнить с помощью интегрального преобразования Лапласа. Этот способ решения также называют **операторным методом расчета**. В данном методе действительные функции времени t , называемые оригиналами, т. е. функциями времени, заменяют их изображениями, т. е. функциями комплексной переменной p . Преобразование Лапласа выбрано потому, что оно заменяет операции дифференцирования и интегрирования функций времени простыми алгебраическими операциями над их изображениями. Это позволяет дифференциальные уравнения для оригиналов перевести в алгебраические уравнения для их изображений. Затем полученные решения алгебраических уравнений в виде операторных изображений искомых токов и напряжений переводят в область функции времени t , т. е. находят оригиналы $i(t)$, $u(t)$.

Решение рекомендуем вести в следующей последовательности:

1. Составляем операторную схему замещения для цепи, образовавшейся после коммутации;
2. Для операторной схемы п. 1 составляем систему уравнений в операторной форме по законам Кирхгофа либо используем другие методы для составления уравнений (методы контурных токов, узловых напряжений и т. д.);
3. Решаем алгебраическое уравнение (систему) п. 3 и определяем операторные токи в ветвях операторной схемы замещения;
4. Определяем искомые мгновенные значения токов переходного процесса из полученных операторных токов.

Пример 8.1. Цепь (рис. 8.1), у которой $R=10$ Ом и $L=0,2$ Гн, с нулевыми начальными условиями, включается под постоянное напряжение $U = 100$ В. Найти операторный ток в цепи $I(p)$.

Решение. Согласно закону Ома в операторной форме при нулевых начальных условиях

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = \frac{U}{p(R + pL)} = \frac{100}{p(10 + 0,2p)},$$

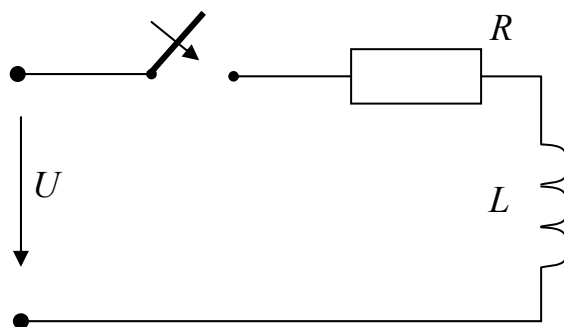


Рис. 8.1

где $U(p) = U/p$ – изображение постоянного напряжения.

$$Z(p) = R + pL = (10 + 0,2p).$$

Пример 8.2. Цепь из примера 8.1 подключается к напряжению, изменяющемуся по экспоненциальному закону: $u(t) = 100e^{-1000t}$. Найти операторный ток $I(p)$.

Решение. Согласно таблице соответствия операторное изображение $u(t)$ имеет вид

$$u(t) = Ue^{-at} \leftrightarrow \frac{U}{p+a} = \frac{100}{p+1000}.$$

Следовательно, изображение тока

$$I(p) = \frac{U}{(p+a)(R+pL)} = \frac{100}{(p+1000)(10+0,2p)}.$$

Задание для самостоятельной работы

Задача 8.1. В цепи (рис. 8.2), у которой $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом, $L = 0,2$ Гн и постоянное напряжение $U = 100$ В, происходит коммутация (положение ключа после коммутации указано пунктиром). Требуется определить мгновенное значение тока i_L переходного процесса в индуктивности.

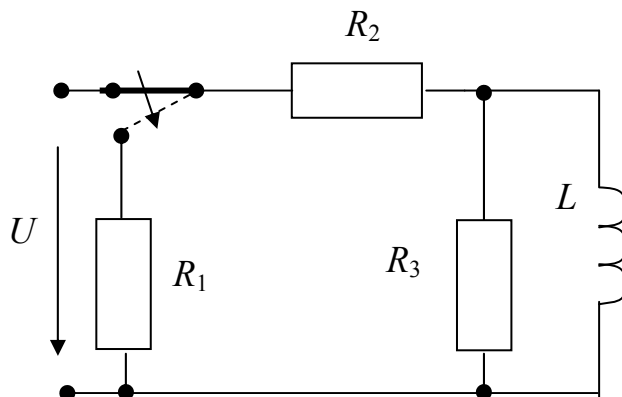


Рис. 8.2

Занятие 9

Расчет магнитных цепей постоянного тока

Пример 9.1. Какова должна быть величина тока в обмотке электромагнита (рис. 9.1) для создания силы притяжения $f = 2000$ Н. Число витков обмотки $w = 628$. Электромагнит состоит из сердечника (поз. 1, рис. 9.1) и ярма (поз. 2, рис. 9.1). Параметры магнитопровода – $\ell_1 = 0,25$ м, $\ell_2 = 0,6$ м. Сечения магнитопровода, ярма и сердечника одинаковы: $S_1 = S_2 = S = 25 \cdot 10^{-4}$ м². Величина зазора – $\Delta = 0,001$ м. Кривые намагничивания материала сердечника (кривая 1) и ярма (кривая 2) приведены на рис. 9.1.

Решение. Сила притяжения, создаваемая электромагнитом, зависит от величины магнитного потока в зазоре и сечения зазора S_Δ :

$$f = \frac{\Phi^2}{2\mu_0 S_\Delta};$$

поэтому можно найти величину магнитного потока, необходимого для создания этой силы:

$$\Phi = \sqrt{f \cdot 2\mu_0 \cdot S_\Delta} = \sqrt{2000 \cdot 2 \cdot 1,257 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 25 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Схема замещения магнитной цепи изображена на рис. 9.3, где R_{M1} – магнитное сопротивление сердечника, R_{M2} – магнитное сопротивление ярма, $R_{M\delta}$ – магнитное сопротивление двух зазоров. По второму закону Кирхгофа для магнитной цепи МДС равна сумме магнитных напряжений участков:

$$F = wF = U_{M1} + U_{M2} + U_{M\Delta} = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_\delta \cdot 2\Delta.$$

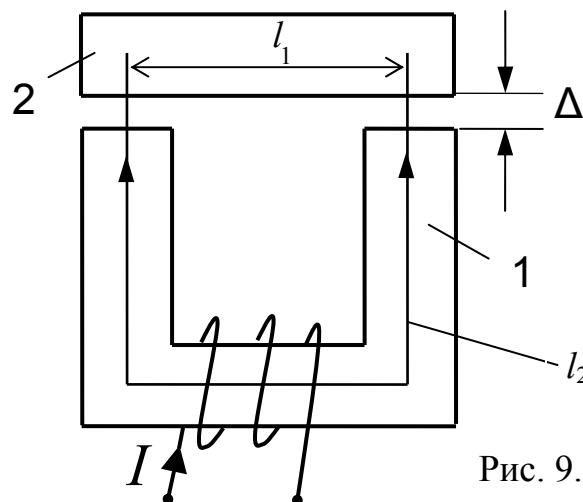


Рис. 9.1

Площади сечения сердечника, ярма и зазора одинаковы, поэтому магнитная индукция на всей участках

$$B_1 = B_2 = B_\Delta = \frac{\Phi}{S} = \frac{25 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ Тл.}$$

По кривым намагничивания (рис. 9.2) для сердечника (рис. 9.1, поз. 1) и ярма (рис. 9.1, поз. 2) определим напряженности магнитного поля: $H_1 = 375 \text{ А/м}$, $H_2 = 275 \text{ А/м}$.

Напряженность магнитного поля в зазоре равна

$$H_{\Delta} = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{1,257 \cdot 10^{-6}} = 795545 \text{ А/м.}$$

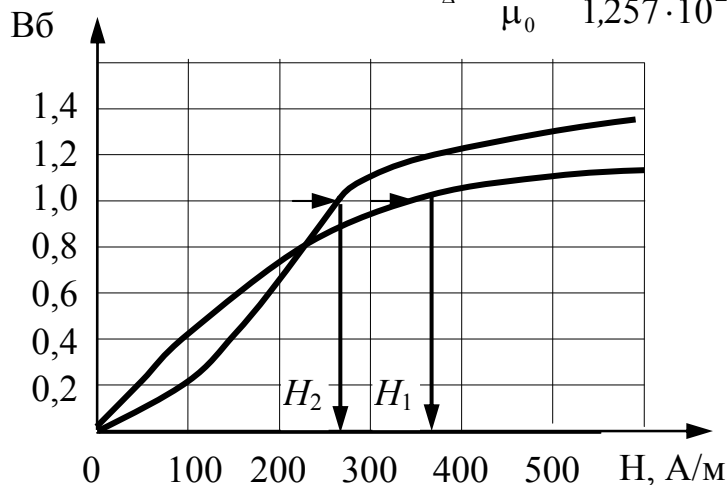


Рис. 9.2

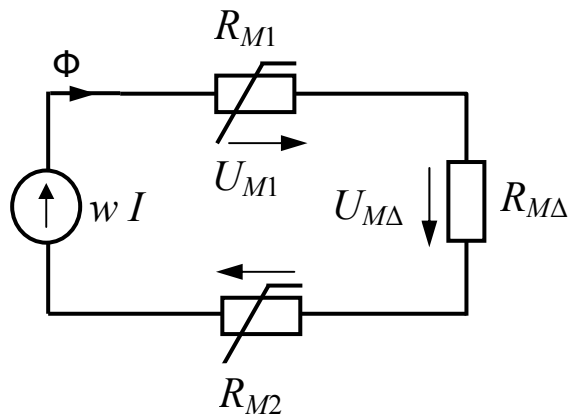


Рис. 9.3

В результате необходимая МДС вычисляется как

$$F = H_1 \ell_1 + H_2 \ell_2 + H_{\delta} \cdot 2\Delta = 375 \cdot 0,25 + 275 \cdot 0,6 + 795545 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 1860 \text{ А,}$$

а ток в обмотке электромагнита, необходимый для создания силы в 2000 Н, равен

$$I = \frac{F}{w} = \frac{1860}{628} = 3 \text{ А.}$$

Задание для самостоятельной работы

Задача 9.1. Известно, средняя длина l магнитопровода (рис. 9.4,а) $l = 40$ см, величина зазора $\Delta = 3$ мм, площадь сечения магнитопровода $S = 2 \cdot 10^{-2} \text{ мм}^2$, количество витков $w = 500$, кривая намагничивания сердечника (рис. 9.4,б), магнитный поток $\Phi = 24 \text{ мВб}$. Определить величину тока I в катушке.

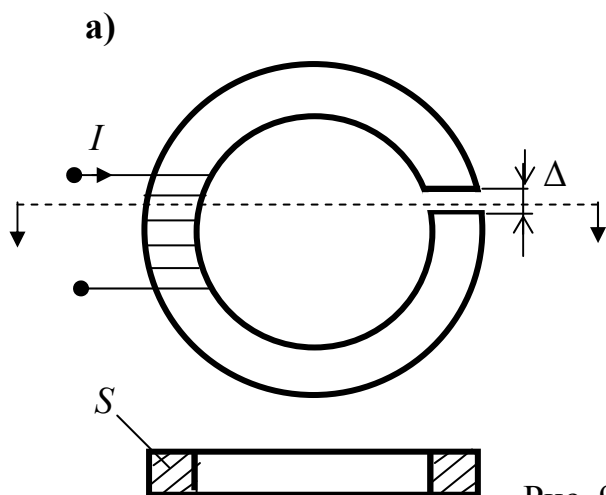
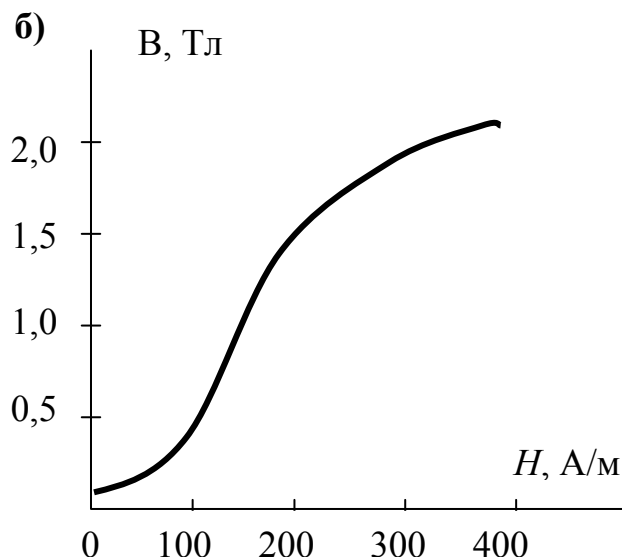


Рис. 9.4



4. БЛОК КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Общие указания

Блок контроля освоения дисциплины включает.

1. Контрольную работу и методические указания к ее выполнению.

Каждая задача из контрольной работы имеет варианты. Порядок выбора варианта указан в методических указаниях к выполнению контрольной работы.

2. Блок тестов текущего (промежуточного) контроля.

Разработаны 6 тестов: 5.1, 5.2, 5.3, 6.1, 6.2, 7 текущего контроля по каждой теме дисциплины (тест 7 составлен для двух тем – 7.1 7.2). Кроме этого, предлагаются ко всем разделам (5, 6, 7) тренировочные (репетиционные) тесты. После работы (время не ограничено) с тренировочными тестами можно проверить ответы - они приведены на 188 с. Завершив работу с тренировочным тестом, студент получает у своего тьютора контрольный тест. Время ответа и число попыток для ответа на контрольный тест ограничено. Напоминаем, что блок тестов предназначен для студентов, обучающихся по дистанционной форме обучения. Студенты других форм обучения могут использовать блок тестов для самоконтроля.

3. Блок итогового контроля по дисциплине « ТОЭ. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи»

Студенты всех форм обучения специальностей 140601.65, 140602.65, 140211.65 сдают экзамен, а студенты специальности 210106.65 теоретический зачет. В данном блоке приводятся вопросы для подготовки к экзамену и теоретическому зачету. На экзамене и теоретическом зачете, кроме вопросов, будет дана задача, которая близка по содержанию к задачам из контрольной работы и примерам из практических занятий. Поэтому в процессе подготовки к экзамену рекомендуем повторить методику решения задач из контрольной работы и задач из практических занятий. Студенты всех форм обучения специальностей 140601.65, 140602.65 сдают, кроме экзамена, зачет по лабораторным работам. Контрольные вопросы к зачету по лабораторным работам приводятся в конце каждой лабораторной работы.

4.1. Задание на контрольную работу и методические указания к ее выполнению

Данная контрольная работа является второй. Первая контрольная работа была представлена в УМК «ТОЭ. Стационарные процессы в линейных электрических цепях». Во второй контрольной работе рассматриваются задачи по расчету линейных цепей несинусоидального тока, переходных процессов в линейных электрических цепях, а также установившихся и переходных процессов в нелинейных электрических цепях.

Номер варианта студенты выбирают по трем последним цифрам своего шифра. Пояснения даны в соответствующих таблицах.

К контрольному заданию, сдаваемому на проверку, предъявляются следующие требования: 1) каждая контрольная работа выполняется в тетради, на обложке которой указывается фамилия, имя и отчество студента (в именительном падеже), специальность, шифр, наименование предмета, номер контрольной работы, домашний адрес с индексом предприятия связи. На каждом листе тетради оставляются поля 4-5 см для замечаний рецензента; 2) условие каждой задачи должно быть переписано в тетрадь и должно предшествовать решению; 3) буквенные обозначения электрических и магнитных величин должны применяться в соответствии с ГОСТ 1494-77. Условные графические обозначения элементов электрической цепи должны соответствовать ЕСКД (М. Государственный комитет по стандартам: 1981); 4) общий план решения и все математические действия должны иметь достаточно полные пояснения, однако не следует перегружать решения подробными промежуточными преобразованиями.

В табл. 1 приведены номера задач контрольных работ с учетом дифференциации по специальностям.

Таблица 1

Номер специальности	Номера задач в контрольных работах
140601.65, 140602.65	1, 2, 3, 5, 6,
140211.65	1, 2, 3, 4, 5, 6,
210106.65	1, 2, 3, 4, 5,

КОНТОЛЬНАЯ РАБОТА 2

ЗАДАЧА 1

К электрической цепи, схема которой показана на рис. 1, приложено периодическое несинусоидальное напряжение u частотой $f=50$ Гц. Форма этого напряжения задана в табл. 2. Параметры L, R, C известны и выбираются из табл. 3 по номеру цепи и номеру приложенного напряжения.

Требуется рассчитать ток i , протекающий в этой цепи. При расчетах ограничимся тремя первыми членами ряда Фурье. Данные для расчета приведены в табл. 2, 3 и 4.

Таблица 2

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
Номер схемы выбирается по последней цифре шифра										
Номер формы напряжения	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1
Номер формы напряжения выбирается по последней цифре шифра										
$U_m, В$	19,62	39,5	78,5	157	314					
Значение U_m выбирается по третьей от конца цифре шифра										

Таблица 3

Номер напряжения	Наименование параметра	Номер схемы				
		1	2	3	4	5
1	$R, Ом$	2	3	4	5	10
	$L, мГн$	6,36	9,5	12,73	16	32
	$C, мкф$	1590	1062	796	636	318
2	$R, Ом$	2	3	4	5	10
	$L, мГн$	3,18	4,75	6,37	8	16
	$C, мкф$	795	531	398	318	159
3	$R, Ом$	2	3	4	5	10
	$L, мГн$	3,18	4,75	6,37	8	16
	$C, мкф$	795	531	398	318	159
4	$R, Ом$	2	3	4	5	10
	$L, мГн$	2,12	3,2	4,25	5,34	12,7
	$C, мкф$	530	353	266	212	106
5	$R, Ом$	2	3	4	5	10
	$L, мГн$	1,06	1,6	2,12	2,7	5,34
	$C, мкф$	265	176	133	106	53

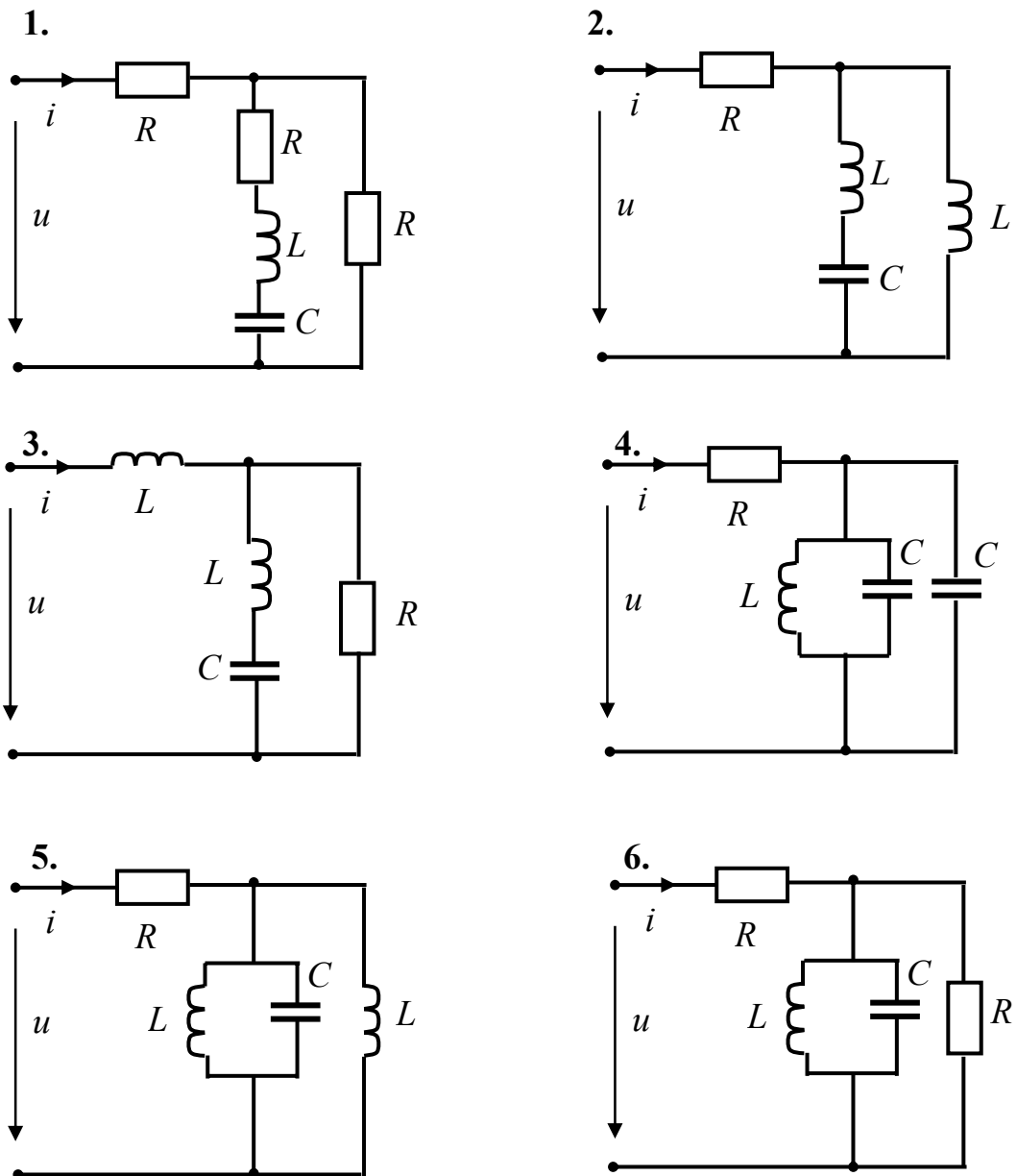


Рис. 1

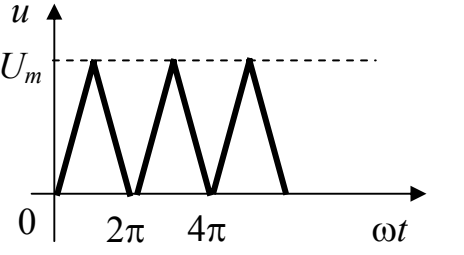
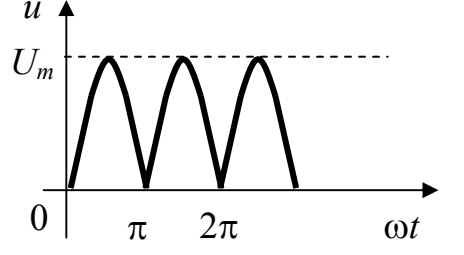
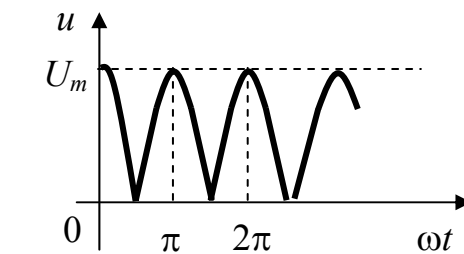
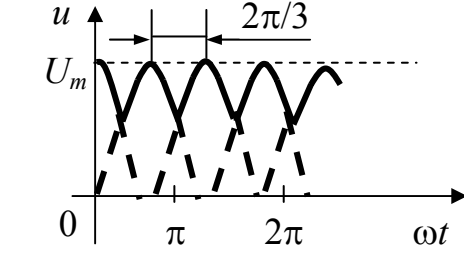
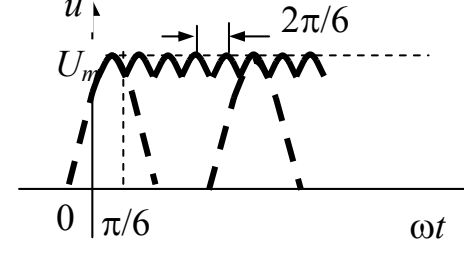
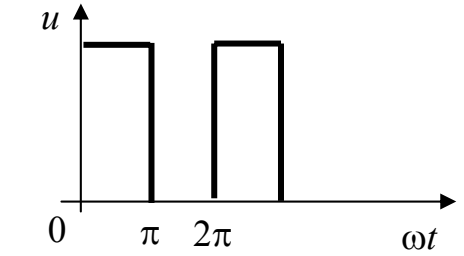
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Перед решением этой задачи необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету линейных цепей несинусоидального тока: [1], т. 1, с. 299...304; [2], с. 179...184; [3], с. 400...414; [5], с. 155...171.

Алгоритм расчета линейной цепи, находящейся под воздействием периодического несинусоидального напряжения, заключается в следующем.

1. Путем разложения несинусоидального напряжения в ряд Фурье это напряжение представляем в виде суммы постоянной составляющей и гармоник частоты $k\omega$ ($k = 1, 2, 3, \dots$), где $\omega = 2\pi f$.

Таблица 4

№	График	Формула разложения в ряд Фурье
1.		$u = \frac{U_m}{2} - \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 1\omega t}{1^2} + \frac{\cos 3\omega t}{3^2} + \frac{\cos 5\omega t}{5^2} + \dots \right)$
2.		$u = \frac{2U_m}{2} - \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} + \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} + \dots \right)$
3.		$u = \frac{2U_m}{2} + \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 2\omega t}{1 \cdot 3} - \frac{\cos 4\omega t}{3 \cdot 5} + \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} - \dots \right)$
4.		$u = \frac{3\sqrt{3}U_m}{2\pi} + \frac{R\sqrt{3}U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 3\omega t}{2 \cdot 4} - \frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} + \frac{\cos 9\omega t}{8 \cdot 10} - \dots \right)$
5.		$u = \frac{3U_m}{\pi} + \frac{6U_m}{\pi} \left(\frac{\cos 6\omega t}{5 \cdot 7} - \frac{\cos 12\omega t}{11 \cdot 13} + \frac{\cos 18\omega t}{17 \cdot 19} - \dots \right)$
6.		$u = \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$

2. Рассчитываем токи в цепи от воздействия постоянной составляющей несинусоидального напряжения.

3. Рассчитываем комплексные токи в цепи от воздействия гармоники частоты $k\omega$.

4. Для найденных комплексных токов записываем соответствующие мгновенные значения.

5. В соответствии с методом наложения (суперпозиции) определяем искомые несинусоидальные токи как сумму токов по пп. 2 и 4.

Отметим, что формулы разложения в ряд Фурье для большинства несинусоидальных периодических напряжений, используемых в различных областях электроники, приводятся в электротехнических, математических и иных справочниках. В табл. 4 дано несколько примеров такого разложения. Особенность этих формул состоит в том, что, кроме гармонических составляющих вида $\sin(\omega t + \psi)$, в них могут содержаться гармонические составляющие вида $-\sin(\omega t + \psi)$, $\cos(\omega t + \psi)$, $-\cos(\omega t + \psi)$. Поэтому в п. 1 алгоритма необходимо привести ряд Фурье к виду, соответствующему комплексному виду. Это приведение осуществляется с помощью известных тригонометрических соотношений:

$$\begin{aligned} -\sin \omega t &= \sin(\omega t + 180^\circ), \\ \pm \cos \omega t &= \sin(\omega t \pm 90^\circ). \end{aligned}$$

Так, например, формула разложения, приведенная на поз. 3 табл. 4, после приведения приобретает вид

$$u = \frac{2U_m}{\pi} + \frac{4U_m}{3\pi} \sin(2\omega t + 90^\circ) + \frac{4U_m}{15\pi} \sin(4\omega t - 90^\circ) + \dots$$

Пример 1. К цепи, изображенной на поз. 6 (рис. 1), приложено периодическое несинусоидальное напряжение u , (поз. 6 табл. 4.) Частота напряжения $f = 50$ Гц, максимальное напряжение $U_m = 314$ В. Параметры цепи $R = 5$ Ом, $L = 5,34$ мГн, $C = 212$ мкФ.

Требуется: рассчитать ток i цепи, ограничившись первыми тремя членами ряда Фурье.

Решение 1. Представим напряжение u рядом Фурье. Для этого воспользуемся формулой разложения в ряд Фурье, данной в табл. 4, приведем ее к виду, удобному для применения метода наложения:

$$\begin{aligned} u &= \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \sin \omega t + \frac{2U_m}{3\pi} \sin 3\omega t = \\ &= 157 + 200 \sin \omega t + 66,7 \sin 3\omega t \quad \text{В.} \end{aligned}$$

2. Рассчитаем ток от воздействия постоянной составляющей напряжения ($f = 0$). В этом случае $U_0 = 157$ В, $R = 5$ Ом, $X_L(0) = 0$, $X_C(0) = \infty$. Ветвь с емкостью не пропускает постоянного тока (обрыв цепи), а через ветвь с индуктивностью постоянный ток проходит без сопротивления (короткое замыкание). Поэтому постоянная составляющая тока проходит только через ветвь с сопротивлением R и сразу замыкается на индуктивность L . Ток в сопротивлении R , включенном параллельно L и C , нет. Таким образом:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{157}{5} = 31,4 \text{ А.}$$

3. Определим комплексные токи первой и третьей гармоник.

3.1. Первая гармоника ($f = 50$ Гц), $u_1 = 200 \sin \omega t$ В, $R = 5$ Ом.

Реактивные сопротивления для первой гармоники

$$X_L(\omega) = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 3,34 \cdot 10^{-3} = 1,67 \text{ Ом,}$$

$$X_C(\omega) = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 212 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом.}$$

Комплексное сопротивление цепи $\underline{Z}(\omega) = \underline{Z}_R(\omega) + \underline{Z}_{RLC}(\omega)$, где

$$\underline{Z}_R(\omega) = R; \quad \underline{Z}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{\underline{Y}_{RLC}(\omega)}.$$

В свою очередь, проводимость параллельного участка цепи

$$\underline{Y}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L(\omega)} + \frac{1}{-jX_C(\omega)} =$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{j1,67} + \frac{1}{-j15} = 0,2 - j0,544 \text{ См.}$$

Тогда сопротивление параллельного участка цепи

$$\underline{Z}_{RLC}(\omega) = \frac{1}{0,2 - j0,544} = 0,62 + j1,64 \text{ См.}$$

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z}(\omega) = \underline{Z}_R(\omega) + \underline{Z}_{RLC}(\omega) = 5 + 0,62 + j1,64 = 5,85e^{j16,3^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексный ток определяется как отношение комплексного напряжения к комплексному сопротивлению. Расчет будем вести в амплитудных значениях тока и напряжения.

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{m1}}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{200e^{j0}}{5,85e^{j16,3}} = 17,1e^{-j16,3^\circ} \text{ А.}$$

3.2. Третья гармоника ($f = 150$ Гц).

$$u_3 = 66,7 \sin 3\omega t \text{ В; } R = 5 \text{ Ом; } X_L = (3\omega) = 3X_L(\omega) = 3 \cdot 1,67 = 5 \text{ Ом;}$$

$$X_C(3\omega) = \frac{1}{3}X_C(\omega) = \frac{15}{3} = 5 \text{ Ом.}$$

Расчет можно производить аналогично предыдущему с учетом изменившихся величин реактивных сопротивлений. Однако в данном конкретном случае расчет будет упрощен, если заметить, что на параллельном участке L, C имеет место резонанс токов (индуктивное и емкостное сопротивления одинаковы). Сопротивление этого участка имеет бесконечно большое значение, и тока на этом участке не будет. Он протекает только через два следующих друг за другом активных сопротивления. Сдвиг фаз между напряжением и током при этом отсутствует, как в чисто реактивной цепи. Поэтому

$$\dot{I}_{m3} = \frac{\dot{U}_{m3}}{2R} = \frac{66,7e^{j^\circ}}{10} = 6,67e^{j^\circ} \text{ А.}$$

4. Для найденных комплексных амплитуд \dot{I}_{m1} и \dot{I}_{m3} запишем соответствующие мгновенные значения:

$$i_1 = 17,1 \sin(\omega t - 16,3^\circ) \text{ А;}$$

$$i_3 = 6,67 \sin 3\omega t \text{ А.}$$

Методом наложения определим несинусоидальный ток в цепи.

$$i = I_0 + i_1 + i_3 = 31,4 + 17,1 \sin(\omega t - 16,3^\circ) + 6,67 \sin 3\omega t \text{ А.}$$

ЗАДАЧА 2

Электрические цепи, изображенные на рис. 2, подключены к источнику постоянного напряжения U . Ключом K производится коммутация в этих цепях. Параметры цепей заданы в табл. 5.

Требуется:

1. Определить токи и напряжение на элементах цепи в переходном процессе, решив задачу классическим методом.

2. Построить эпюры напряжения и токов, используя полученные математические выражения.

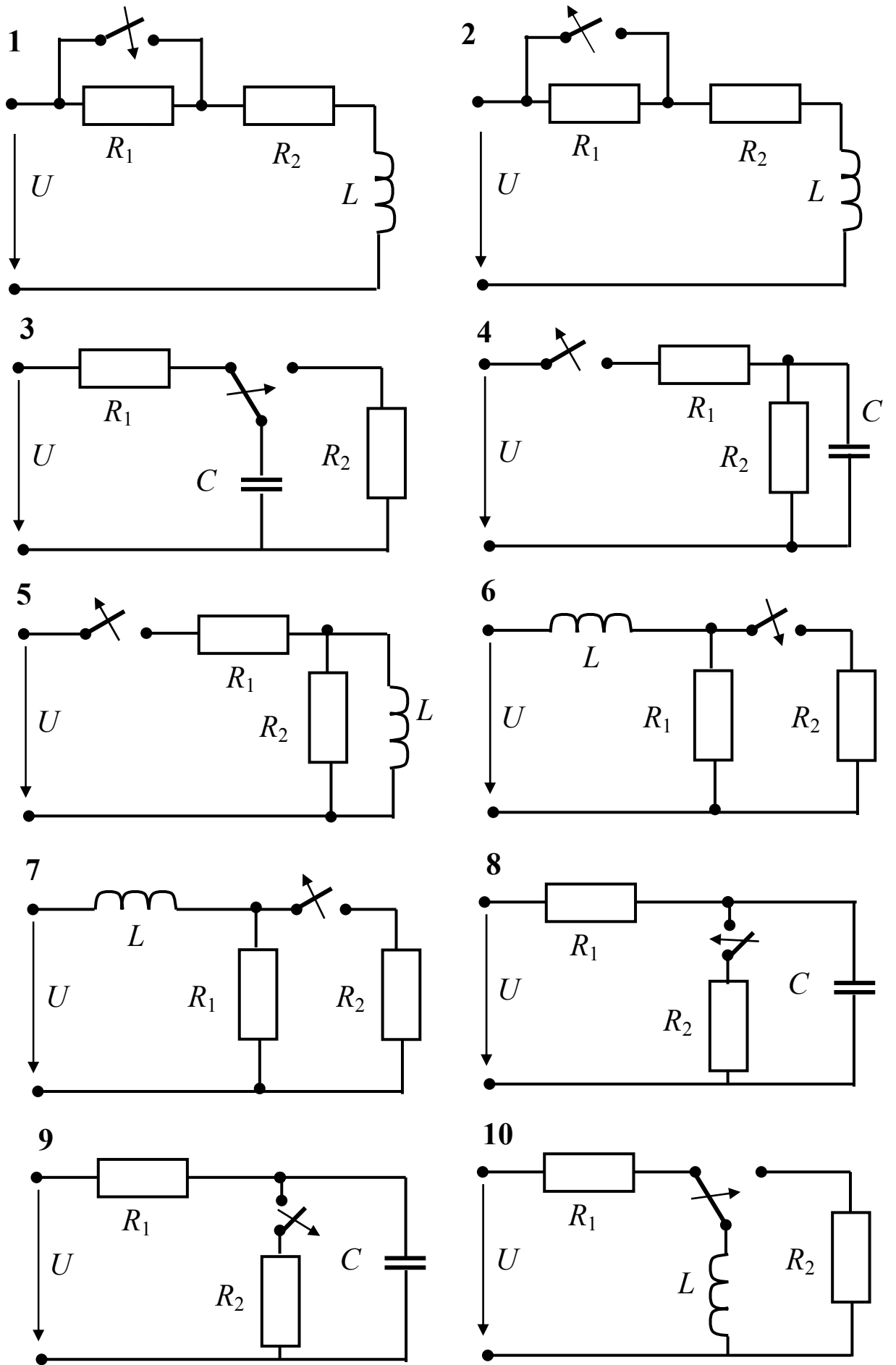


Рис. 2

Таблица 5

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	1	2	3	4	5	6	7	8	10	5
L , мГн	0,1	0,2	-	-	0,5	0,6	0,7	-	1	0,5
C , мкФ	-	-	30	40	-	-	-	20	-	-
Схема и значения L , C выбираются по последней цифре шифра										
R_1 , Ом	10	20	30	40	50	10	20	30	40	50
R_2 , Ом	10	20	30	40	50	10	20	30	40	50
Значения R_1 и R_2 выбираются по предпоследней цифре шифра										
U , В	10	20	30	40	50	10	20	30	40	50
Значение U выбирается по третьей от конца цифре шифра										

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Перед решением данной задачи необходимо изучить материалы курса, относящиеся к расчету переходных процессов в линейных цепях классическим методом: [1], т. 1, с. 319...332; [2], с. 230...249; [3], с. 465...504; [5], с. 172...198, [6]. Расчет переходного процесса в линейной электрической цепи классическим методом состоит из следующих этапов.

1. Определим начальные условия переходного процесса.

2. По законам Кирхгофа составляем дифференциальные уравнения для цепи, образовавшейся после коммутации. Для цепей с емкостью составляем уравнение относительно напряжения на емкости u_C , а для цепи с индуктивностью - относительно тока индуктивности i_L .

3. Находим решение дифференциального уравнения по п. 2 в виде суммы принужденной и свободной составляющих.

4. По полученным аналитическим выражениям строим эпюры напряжений и токов.

Пример 2. В цепи, изображенной на рис. 2, вариант 9, требуется определить напряжение и токи в переходном процессе.

$$R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}; C = 10 \text{ мкФ}; U = 20 \text{ В}.$$

Решение.

1. Определим начальные условия переходного процесса, т.е. $u_C(-0)$.

$$u_C(-0) = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{ В}.$$

По законам коммутации

$$u_C(-0) = u_C(0) = 10 \text{ В.}$$

2. Составим по второму закону Кирхгофа дифференциальное уравнение цепи:

$$u_{R1} + u_C = U; \quad u_{R1} = R_1 i = R_1 C \frac{du_C}{dt}.$$

В результате получим дифференциальное уравнение

$$R_1 C \frac{du_C}{dt} + u_C = U.$$

3. Решение уравнения в общем виде $u_C = u_{СПР} + u_{ССВ}$, где принужденная составляющая $u_{СПР} = U$, а свободную составляющую $u_{ССВ}$ определим из однородного уравнения:

$$R_1 C \frac{du_{ССВ}}{dt} + u_{ССВ} = 0.$$

в виде $u_{ССВ} = A \cdot e^{pt}$, где p определим из характеристического уравнения

$$R_1 C p + 1 = 0; \quad p = -\frac{1}{R_1 C} = 10^4 \frac{1}{c}.$$

Постоянную интегрирования A найдем с учетом начального условия $u_C(0) = 10 \text{ В}$, известно, что $u_C = u_{СПР} + u_{ССВ} = U + Ae^{pt} = 20 + Ae^{-10^4 t}$, поэтому при $t = 0$ получим уравнение

$$u_C(0) = 20 + A = 10, \quad A = -10 \text{ В.}$$

В результате получим напряжение и ток переходного процесса:

$$u_C = 20 - 10e^{-10^4 t} \text{ В};$$

$$u_{R1} = U - u_C = 10e^{-10^4 t} \text{ В};$$

$$i = \frac{u_{R1}}{R_1} = 1e^{-10^4 t} \text{ А.}$$

4. По мгновенным токам и напряжениям строим временные диаграммы.

ЗАДАЧА 3

К электрическим цепям, изображенным на рис. 2, подключено постоянное напряжение U . Ключом K осуществляется коммутация в этих электрических цепях. Параметры цепи заданы в табл. 5.

Требуется: 1. Определить токи в переходном процессе. Задачу решить операторным методом.

2. Построить графики токов в переходном процессе.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Перед решением этой задачи необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету переходных процессов операторным методом: [1], т. 1, с. 368...381; [2], с. 230...249; [3], с. 465...504; [5], с. 202...222.

Расчет переходного процесса в линейных электрических цепях операторным методом состоит из этапов:

1. Определим независимые начальные условия, т.е. токи индуктивностей $i_L(0)$ и напряжения на емкостях $u_C(0)$ в момент коммутации.
2. Составим операторную схему замещения электрической цепи.
3. Для операторной схемы замещения по п. 2 запишем систему уравнения согласно законам Кирхгофа или методу контурных токов.
4. Решая систему по п. 3, определяем операторные токи в ветвях цепи.
5. Используя теорему разложения или таблицы, находим мгновенные значения токов в цепи, соответствующие операторным токам по п. 4.

Пример 3. Определить напряжения и токи в переходном процессе в цепи, изображенной на рис. 2, вариант 9. $R_1 = R_2 = 10$ Ом; $C = 10$ мкФ; $U = 20$ В.

Решение. 1. Начальные условия:

$$u_C(-0) = u_C(0) = \frac{U \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 10 \text{ В.}$$

2. Составим операторную схему замещения рис. 3.

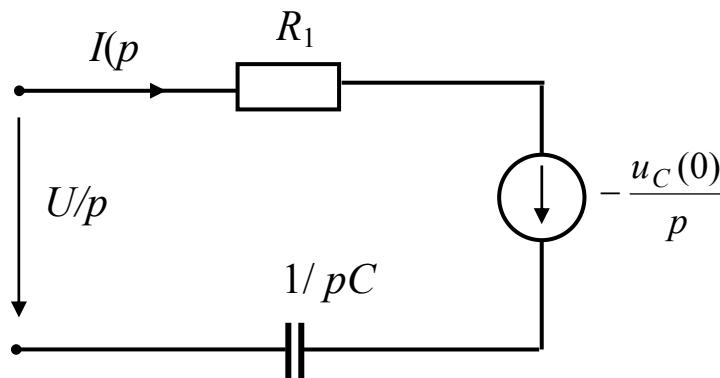


Рис. 3

3. Запишем уравнение для операторной схемы замещения по второму закону Кирхгофа:

$$R_1 I(p) + \frac{1}{pC} I(p) = \frac{U}{p} - \frac{u_C(0)}{p}.$$

4. Определим операторное изображение тока:

$$I(p) = \frac{\frac{U - u_C(0)}{p}}{R_1 + \frac{1}{pc}} = \frac{U - u_C(0)}{R_1 \left(p + \frac{1}{R_1 C} \right)} = \frac{1}{p + 10^4}.$$

5. По изображению найдем оригинал:

$$I(p) = \frac{1}{p + 10^4} \leftrightarrow i = 1e^{-10^4 t} \text{ А,}$$

и мгновенные значения напряжений u_R и u_C :

$$u_R = R_1 i = 10e^{-10^4 t} \text{ В,}$$

$$u_C = U - u_R = (20 - 10e^{-10^4 t}) \text{ В.}$$

ЗАДАЧА 4

На рис. 4 показаны схемы электрических цепей постоянного тока с одним нелинейным элементом. Вольтамперные характеристики (ВАХ) нелинейных элементов цепей при положительных значениях тока ($I \geq 0$) и напряжения ($U \geq 0$) заданы аналитически двумя способами: либо $I = \alpha U + \beta U^2$, либо $U = aI + bI^2$. Значения коэффициентов α и β или a и b , а также параметры линейных сопротивлений и источников энергии приведены в табл. 6.

Требуется:

1. Рассчитать токи во всех ветвях схемы.
2. Определить напряжение на нелинейном элементе.

Таблица 6

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	9	8	7	6	5	4	3	2	1	9
E , В	12	-	6	-	12	-	6	6	20	10
J , А	2	1	-	2	-	2	-	1	1	2
Схема и значения E и J выбираются по последней цифре шифра										
R_1 , Ом	10	20	16	20	40	20	12	24	12	16
R_2 , Ом	16	12	24	20	24	16	18	24	12	10
Значения R_1 и R_2 выбираются по предпоследней цифре шифра										
α , См	1	-	-	3	-	2	-	1	-	3
β , См·В ⁻¹	0,2	-	-	0,3	-	0,4	-	0,4	-	0,5
a , Ом	-	12	10	-	12	-	16	-	10	-
b , Ом·А ⁻¹	-	2	3	-	3	-	2	-	2	-
Значения α , β , a , b выбираются по третьей от конца цифре шифра										

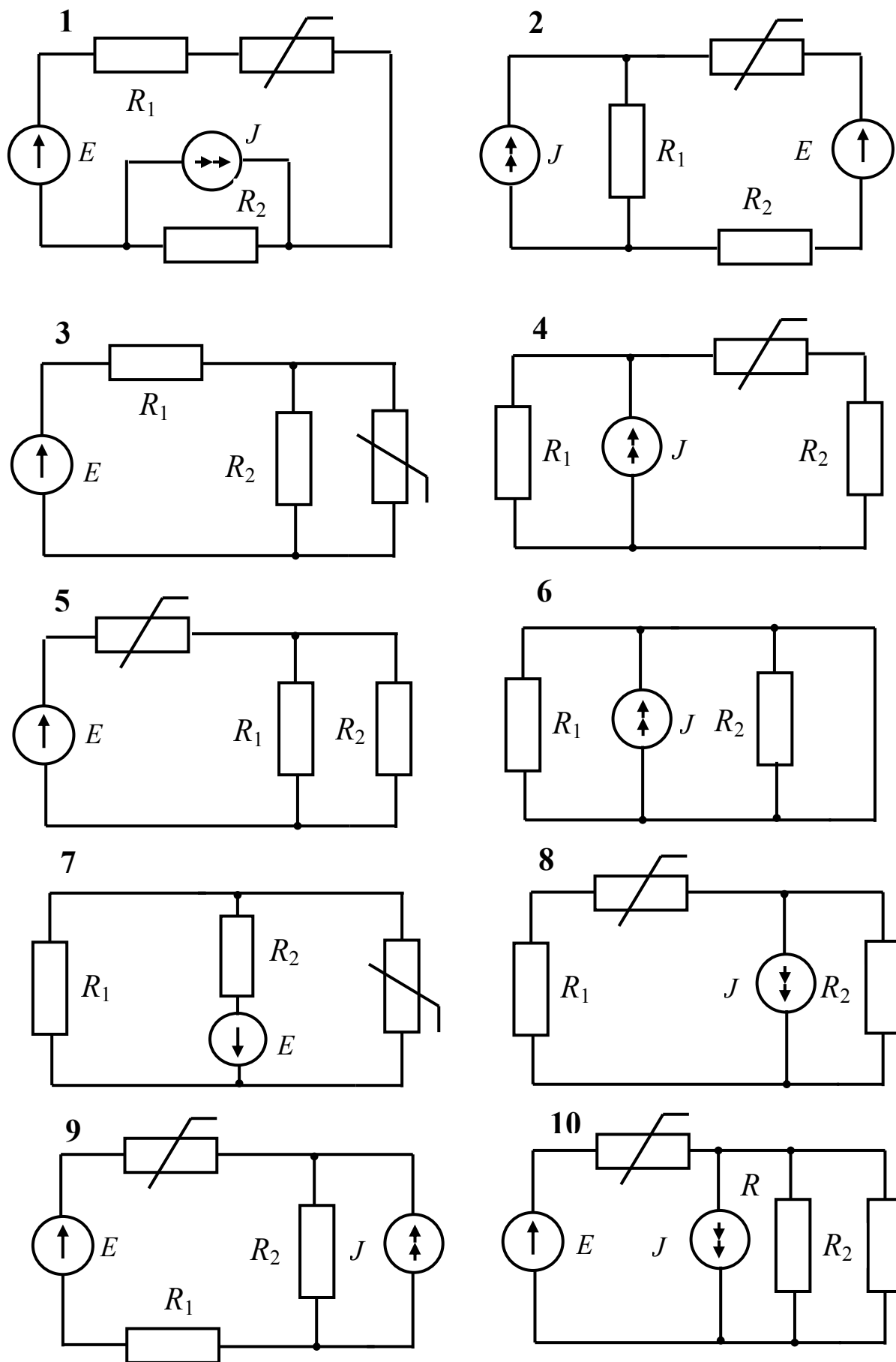


Рис. 4

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Перед решением этой задачи следует изучить материал курса, относящийся к расчету нелинейных цепей постоянного тока: [1], т. 2, с. 55...70. Благодаря тому, что связи между напряжениями и токами нелинейных элементов в данной задаче представлены (аппроксимированы) квадратичными зависимостями, расчет цепи может быть выполнен аналитически. Целесообразно принять следующий порядок решения задачи:

1. Преобразуем источники тока в эквивалентные ЭДС.

2. Для преобразованной цепи составим уравнения по законам Кирхгофа. В зависимости от конфигурации цепи может быть одно нелинейное уравнение или система уравнений.

3. Исключаем из системы уравнений токи и напряжения на линейных элементах, выразив их через напряжение или ток нелинейного элемента. При этом система приводится к одному квадратному уравнению относительно тока нелинейного элемента, если характеристика последнего задана в виде $U = aI + bI^2$, или напряжения на нелинейном элементе, если его ВАХ имеет вид $I = \alpha U + \beta U^2$.

4. Решая квадратные уравнения, из пары корней выбираем тот, который удовлетворяет условиям $I \geq 0$, $U \geq 0$.

5. По найденным значениям тока или напряжения на нелинейном элементе определяем все остальные токи в цепи.

Пример 4. Для цепи, изображенной на рис. 4, вариант 10, рассчитать напряжения и токи на участках цепи, если $R_1 = 2$ Ом; $R_2 = 1$ Ом; $E = 11$ В; $J = 0,5$ А, а характеристика нелинейного элемента задана выражением $U(I) = aI + bI^2$, где $a = 1$ Ом; $b = 2$ Ом·А⁻¹.

Решение. 1. Преобразуем источник тока J , R_1 в эквивалентный источник напряжения, где значение эквивалентной ЭДС составляет

$$E_1 = J \cdot R_1 = 1 \text{ В.}$$

2. Для преобразованной электрической цепи (рис. 5) запишем систему уравнений по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} U(I) + R_1 I_1 = E + E_1; \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 = E_1; \\ I - I_1 - I_2 = 0. \end{cases}$$

3. Нелинейная характеристика задана в виде $U(I)$, поэтому выразим ток I_1 в первом уравнении системы через ток I . Из третьего уравнения системы

$$I_2 = I - I_1.$$

Подставляя I_2 во второе уравнение, выразим I_1 через I :

$$I_1 = \frac{E_1 + R_2 I}{R_1 + R_2}.$$

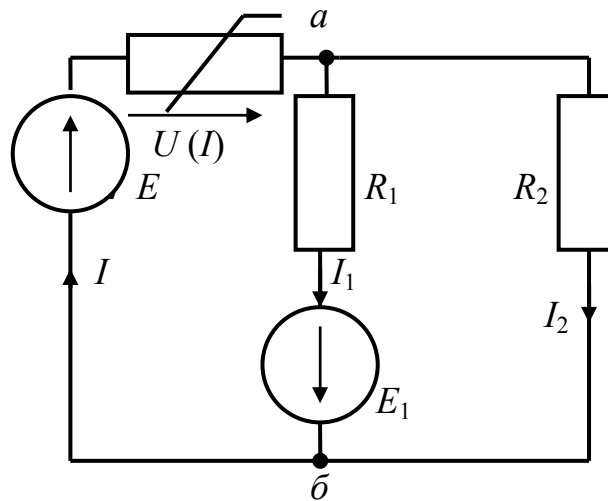


Рис. 5

Подставим выражение для I_1 и нелинейную зависимость $U(I) = aI + bI^2$ в первое уравнение и получим квадратное уравнение относительно тока I :

$$bI^2 + \left(a + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) I + \frac{R_1 E_1}{R_1 + R_2} - E - E_1 = 0,$$

которое после подстановки исходных данных принимает вид $6I^2 + 5I - 34 = 0$.

4. Решение этого уравнения $I = 2$ А; $I = -2,8$ А, причем решение $I = -2,8$ не удовлетворяет условиям $I \geq 0$ и поэтому не имеет физического смысла.

5. В результате токи и напряжения в цепи равны:

$$I = 2 \text{ А}; \quad U = aI + bI^2 = 10 \text{ В}; \quad U_{a\bar{b}} = E - U = 1 \text{ В};$$

$$I_2 = \frac{U_{a\bar{b}}}{R_2} = 1 \text{ А}; \quad I_1 = \frac{U_{a\bar{b}} + E_1}{R_1} = 1 \text{ А}.$$

ЗАДАЧА 5

Сердечник и якорь П-образного магнита, показанного на рис. 6, имеет прямоугольные сечения различной площади. Размеры сердечника и якоря, величина зазора δ между ними, число витков обмотки w и величина силы притяжения якоря f_y приведены в табл. 7.

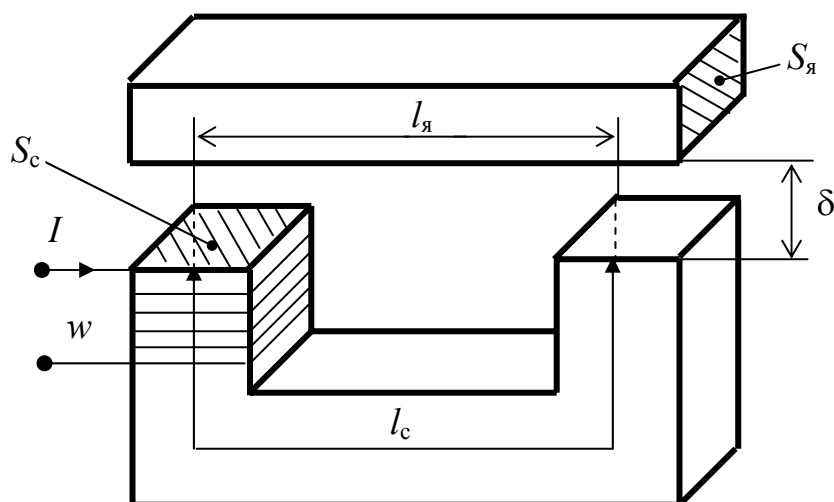


Рис. 6

Таблица 7

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$f_{я}, \text{Н}$	25	20	30	25	20	40	30	25	20	40
$S_c, \text{мм}^2$	120	100	150	100	120	150	150	100	100	105
$S_{я}, \text{мм}^2$	100	120	130	120	150	120	130	130	120	150
Значения $f_{я}, S_c, S_{я}$ выбираются по последней цифре шифра										
$l_c, \text{мм}$	200	250	300	200	400	400	300	250	200	250
$l_{я}, \text{мм}$	90	100	100	120	150	100	120	100	90	120
Значения l_c и $l_{я}$ выбираются по предпоследней цифре шифра										
$\delta, \text{мм}$	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
w	150	120	200	250	100	150	200	250	100	120
Значения δ и w выбираются по третьей от конца цифре шифра										

Сердечник электромагнита изготовлен из электротехнической стали Армко, а якорь – из высоколегированной стали 1511. Характеристики этих сталей приведены в табл. 8.

Таблица 8

Тип Стали	Характеристики стали									
	Армко	В, Тл	0	0,12	0,40	0,65	0,90	1,15	1,30	1,35
Н, А/м		0	100	160	200	260	320	400	500	600
1511	В, Тл	0	0,44	0,63	0,72	0,81	0,90	1,0	1,07	1,14
	Н, А/м	0	100	160	200	260	325	410	500	600

Требуется:

1. Определить величину постоянного тока в обмотке электромагнита, обеспечивающего заданную силу притяжения.
2. Рассчитать и построить зависимость индуктивности обмотки электромагнита от величины тока в ней.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Для решения этой задачи необходимо изучить материал, относящийся к расчету магнитных цепей при постоянных потоках, а также ознакомиться с графическим методом расчета нелинейных цепей: [1], т. 2, с. 83...93; [2], с. 375...388; [5], с. 35...49.

Пренебрегая потоками рассеивания, П-образный электромагнит можно эквивалентировать магнитной цепью, состоящей из последовательно включенных: источника магнитодвижущей силы F_M , двух нелинейных магнитных сопротивлений, соответствующих сердечнику и якорю электромагнита, и линейного магнитного сопротивления воздушного зазора (рис. 7). Для такой цепи целесообразно использовать графический метод расчета и принять следующий порядок решения задачи.

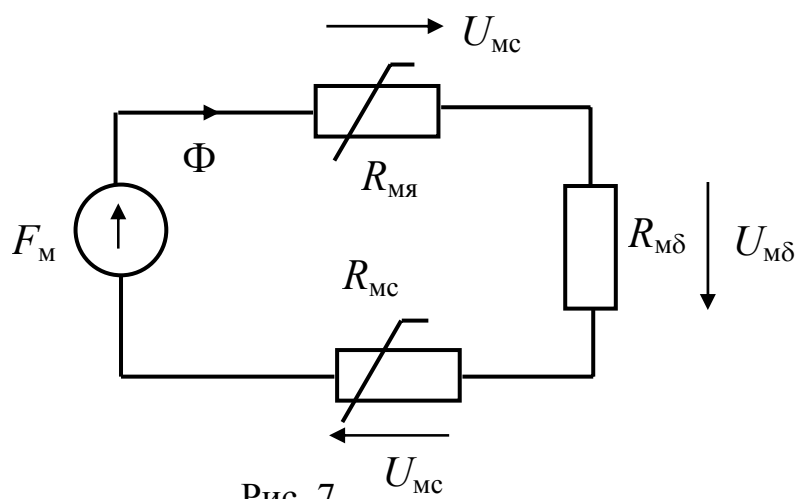


Рис. 7

1. Используя кривые намагничивания сталей сердечника и якоря, построим вебер-амперные характеристики нелинейных магнитных сопротивлений: $\Phi_e = f_1(U_{Mс})$ и $\Phi_я = f_2(U_{Mя})$, где $\Phi_e = B \cdot S_c$, $\Phi_я = B \cdot S_я$, $U_{Mс} = H \cdot l_c$, $U_{Mя} = H \cdot l_я$.

2. Построим вебер-амперную характеристику зазора δ с учетом того, что магнитный поток электромагнита на своем пути дважды проходит через воздушный зазор.

3. Используя второй закон Кирхгофа для магнитной цепи $F_M = U_{Mя} + U_{Mс} + U_{M\delta}$ и сложив соответствующим образом вебер-амперные характеристики, построим результирующую вебер-амперную характеристику магнитной цепи.

4. Считая магнитное поле в зазоре однородным, определяем магнитный поток Φ в зазоре, который создает требуемую силу притяжения $f_я = \Phi^2 / \mu_0 S_\delta$, где $S_\delta = 2S_c$ – площадь зазора между сердечником и якорем.

5. По найденной ранее результирующей вебер-амперной характеристике магнитной цепи электромагнита и известному значению потока Φ находим магнитодвижущую силу $F_m = I \cdot w$ и ток обмотки.

6. Индуктивность обмотки электромагнита определяем в виде $L(I) = \Phi \cdot w / I$, где величина магнитного потока Φ для различных значений тока находится по результирующей вебер-амперной характеристике. Зависимость $L(I)$ строится не менее чем по шести точкам при изменении тока от $0,2 I_0$ до $1,2 I_0$, где I_0 - ток в обмотке электромагнита, обеспечивающий заданную по условию задачи силу притяжения.

ЗАДАЧА 6

Электрические цепи с нелинейным инерционным сопротивлением, изображенные на рис. 8, подключены к источнику синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$, $\omega = 1000$ рад/с. Вольтамперная характеристика по действующим значениям нелинейного инерционного элемента задана аналитическим выражением $U(I) = \alpha I^2$. Исходные данные приведены в табл. 9.

Требуется:

1. Используя комплексный метод, составить по законам Кирхгофа уравнение электрической цепи.

2. Решить систему нелинейных уравнений и найти комплексный ток на входе электрической цепи. Записать мгновенные значения этого тока.

Таблица 9

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
R , Ом	-	-	-	-	100	-	-	-	-	-
L , Гн	0,1	-	0,2	0,1	-	0,2	-	0,1	0,2	-
C , мкФ	-	10	10	10	-	-	20	10	10	-
Схемы R , L , C выбираются по последней цифре шифра										
α В/А ²	20	40	60	20	40	60	20	40	60	20
Значения α выбираются по предпоследней цифре шифра										
U_m , Ом	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Значение U_m выбирается по третьей от конца цифре шифра										

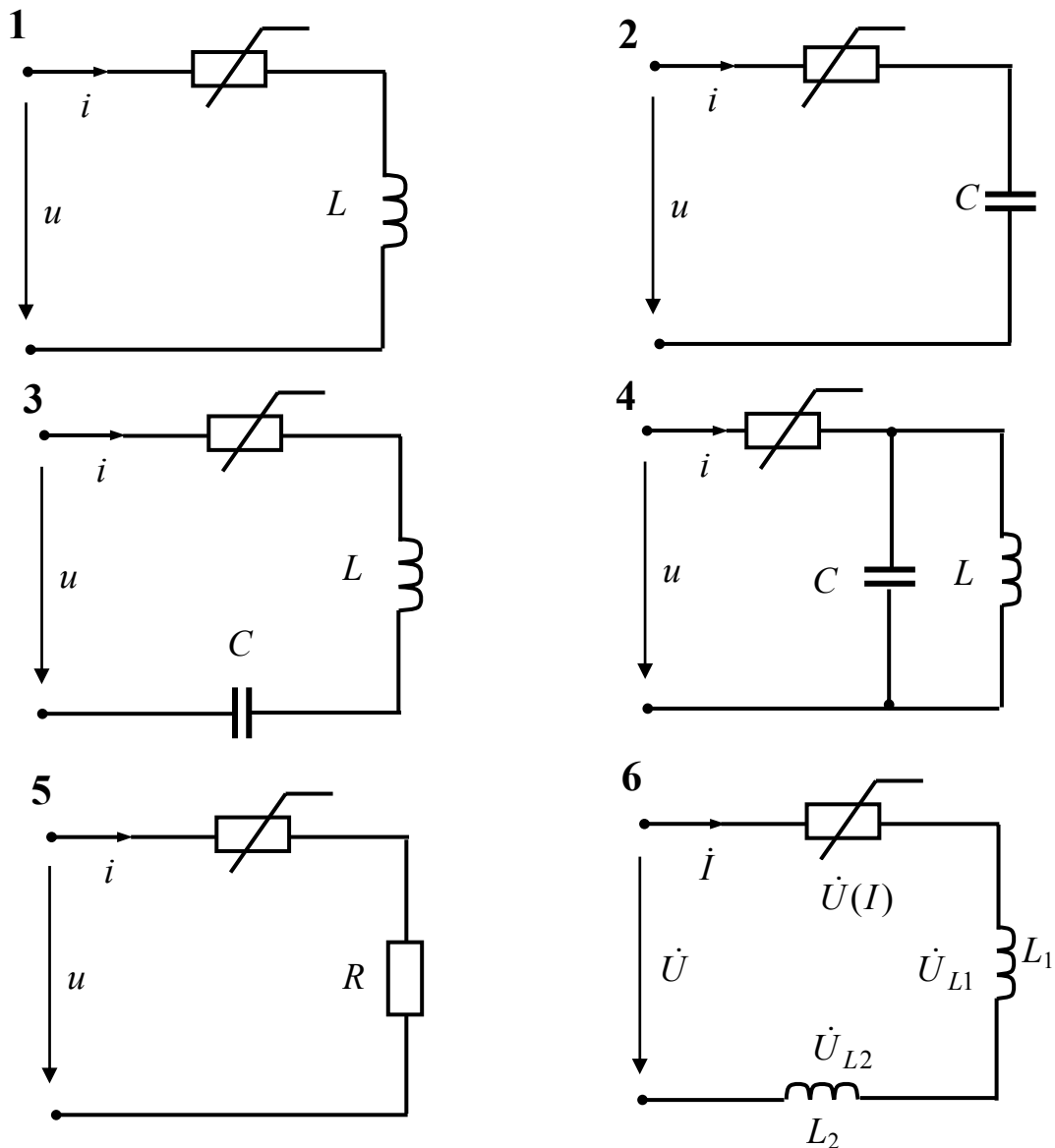


Рис. 8

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Перед решением этой задачи следует изучить материал курса, относящийся к расчету установившихся режимов в нелинейных цепях с инерционными элементами: [1], т. 2, с. 95...100.

В нелинейных электрических цепях с инерционными элементами, находящихся под воздействием синусоидального напряжения, токи и напряжения всех элементов цепи также синусоидальны. Данное свойство цепей позволяет использовать комплексный метод расчета.

Решение задачи состоит из следующих этапов.

1. По законам Кирхгофа записываем комплексные уравнения цепи, в которых комплексное напряжение инерционного элемента нелинейно зависит от действующего значения тока через этот элемент.

2. По вольтамперной характеристике определим зависимость активного сопротивления нелинейного элемента от тока: $R(I) = \frac{U_{нэ}(I)}{I}$.

3. Преобразуем исходное уравнение таким образом, чтобы неизвестным было комплексное значение тока \dot{I} .

4. Решаем нелинейное комплексное уравнение и определяем комплексный ток \dot{I} в исследуемой цепи.

5. По комплексному току записываем мгновенный ток в цепи.

Пример 5. Рассчитаем входной ток нелинейной цепи (рис.8, п.6), подключенной к источнику напряжения $u = 200 \sin 1000t$ при $L_1 = 0,05$ Гн, $L_2 = 0,05$ Гн, $U_{нэ}(I) = 100I^2$.

Решение.

1. По второму закону Кирхгофа составим комплексное уравнение:

$$\dot{U}_{нэ}(I) + \dot{U}_{L1} + \dot{U}_{L2} = \dot{U}.$$

2. Определим зависимость активного сопротивления инерционного элемента от тока:

$$R(I) = \frac{U_{нэ}(I)}{I} = \frac{\alpha I^2}{I} = \alpha I.$$

3. Выразим напряжение на элементах цепи через ток \dot{I} и запишем комплексное значение входного напряжения:

$$\dot{U}_{нэ}(I) = R(I)\dot{I} = \alpha I \cdot \dot{I}; \quad \dot{U}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I};$$

$$\dot{U}_{L2} = j\omega L_2 \dot{I}; \quad \dot{U} = \frac{200}{\sqrt{2}} e^{j0} = 141 \text{ В.}$$

Подставим эти напряжения в исходное уравнение и получим нелинейное комплексное уравнение

$$\dot{I}[\alpha I + j\omega(L_1 + L_2)] = \dot{U},$$

которое с учетом исходных данных имеет вид

$$\dot{I}[100I + j100] = 141.$$

4. Преобразуем это уравнение с учетом того, что

$$\dot{I} = I e^{j\omega t}; \quad \dot{U} = 141 e^{j0}.$$

$$[100I + j100] = \sqrt{100^2 I^2 + 100^2} e^{j\gamma} ;$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \frac{100}{100I} .$$

В результате получим комплексное уравнение

$$I e^{j\psi_i} \sqrt{100^2 I^2 + 100^2} e^{j\gamma} = U e^{j0} .$$

По этому уравнению можно записать уравнение для модулей и аргументов:

$$\begin{cases} I \sqrt{100^2 I^2 + 100^2} = 141 \\ \psi_i + \operatorname{arctg} \frac{100}{100I} = 0 . \end{cases}$$

Первое уравнение системы имеет решение $I = 1$ А. Из второго уравнения следует $\psi_i = -45^\circ$. В результате комплексный ток в цепи составит $I = 1 e^{-j45^\circ}$.

5. Расчетному комплексному току соответствует мгновенный ток цепи, равный $i = 1,41 \sin(1000t - 45^\circ)$.

4.2. Текущий контроль

Раздел 5. Тренировочный тест 5

1. Мгновенное значение несинусоидального напряжения представлено в виде ряда

$u = 4 + 3\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/3) + 1,4\sin(2\omega t + \pi/4)$. Чему равно действующее значение напряжения?

1. 5,1 В. 2. 3 В. 3. 1,41 В. 4. 8 В.

2. Известны несинусоидальные ток i и напряжение u на входе цепи:

$$i = 2 + 4\sqrt{2}\sin(\omega t + 20^\circ) + 2\sqrt{2}\sin(2\omega t + 13^\circ) + \sqrt{2}\sin(3\omega t - 17^\circ),$$
$$u = 2 + 8\sqrt{2}\sin(\omega t + 35^\circ) + 4\sqrt{2}\sin(2\omega t + 63^\circ) + 2\sqrt{2}\sin(3\omega t + 37^\circ).$$

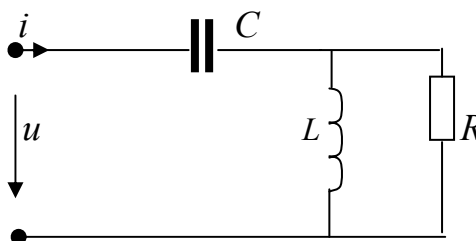
Чему равна полная мощность?

1. 23 ВА. 2. 46 ВА. 3. 0 ВА. 4. 4 ВА. 5. 32 ВА.

3. Для цепи дано $X_L = \omega L = 3 \text{ Ом}$, $R = 4$, $X_C = 1/\omega C = 4 \text{ Ом}$;

$u = 10 + 5\sqrt{2}\sin\omega t + 2\sqrt{2}\sin 3\omega t$. Определите постоянную составляющую тока на входе цепи.

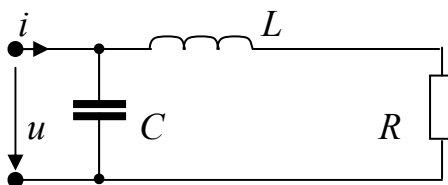
1. 2,5 А
2. 0,9 А.
3. 1,4 А.
4. 0 А.



4 Для цепи дано $X_L = \omega L = 3 \text{ Ом}$, $R = 4 \text{ Ом}$, $X_C = 1/\omega C = 4 \text{ Ом}$,

$u = 10 + 5\sqrt{2}\sin\omega t + 2\sqrt{2}\sin 3\omega t$. Определите постоянную составляющую тока на входе цепи.

1. 2,5 А
2. 0,9 А.
3. 1,4 А.
4. 0 А.



5. Мгновенное значение несинусоидального напряжения представлено в виде ряда

$u = 8 + 3\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/3) + 1,4\sin(2\omega t + \pi/4)$. Чему равно действующее значение напряжения?

1. 5,1 В.

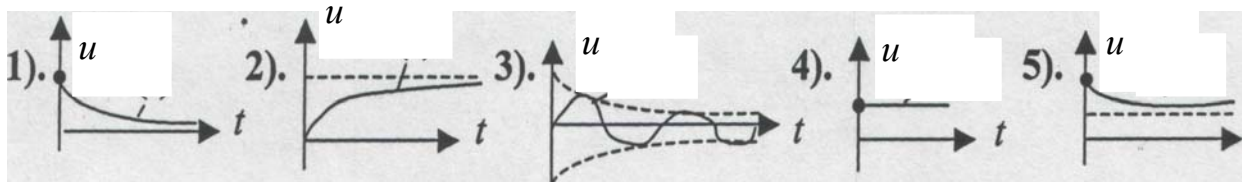
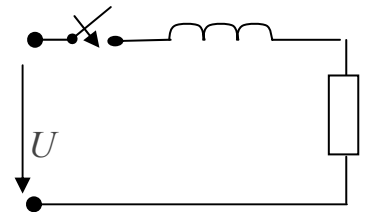
2. 3 В.

3. 1,41 В.

4. 8,6 В.

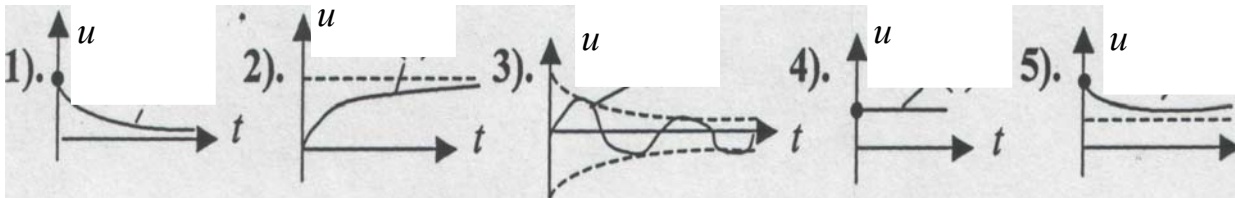
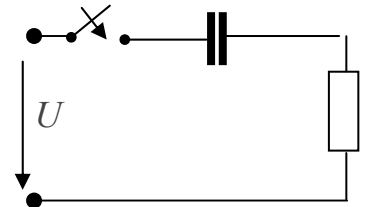
6. Цепь с последовательным соединением сопротивления R и индуктивности L включается под действие постоянного напряжения U .

Требуется указать характер изменения напряжения $u_L(t)$ на индуктивности в переходном процессе, возникшего после включения



7. Цепь с последовательным соединением сопротивления R и емкости C включается под действие постоянного напряжения U .

Требуется указать характер изменения напряжения $u_C(t)$ на емкости в переходном процессе, возникшего после включения



8. Можно ли в операторном методе для расчета использовать законы Кирхгофа.

1. нет; 2. да; 3. только первый закон Кирхгофа; 4. только второй закон Кирхгофа; 5. не достаточно данных для ответа.

9. Требуется ли вводить дополнительную ЭДС в операторной схеме замещения индуктивного элемента при ненулевых начальных условиях.

1. нет; 2. да; 3. не достаточно данных

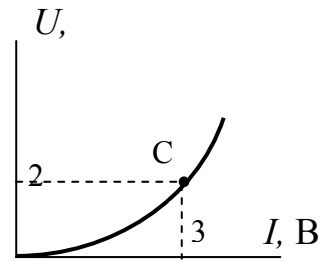
10. Требуется ли вводить дополнительную ЭДС в операторной схеме замещения емкостного элемента при нулевых начальных условиях.

1. нет; 2. да; 3. не достаточно данных

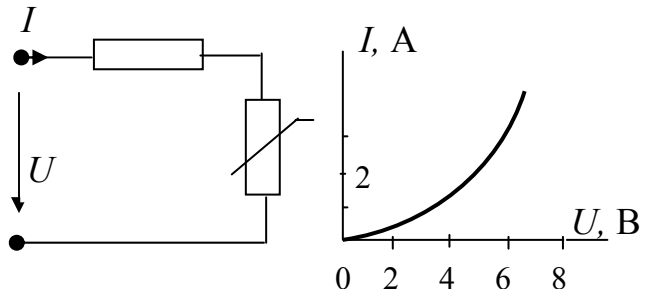
Раздел 6. Тренировочный тест 6

1. Определите статическое сопротивление в точке С.

- 3 2 0,66 1,5 6
 1. 2. 3. 4. 5.

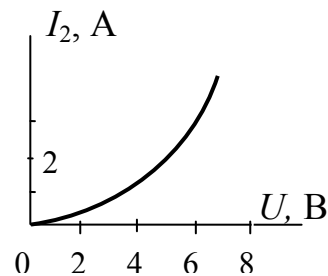
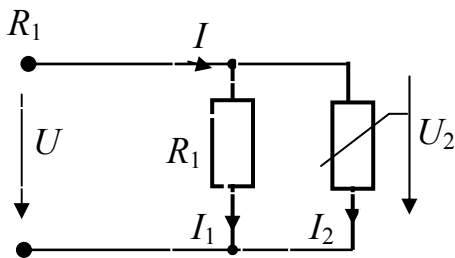


2. Известны постоянное напряжение $U = 4$ В, $R = 2$ Ом, вольтамперная характеристика нелинейного сопротивления. Определить ток I , А



- 0,7 2,5 3 3,5 4
 1. 2. 3. 4. 5.

3. Найдите ток I (А), если $U_2 = 6$ В, $R_1 = 2$ Ом, $I_2, (U)$ – представлена на графике.



- 2 3 4 5 6
 1. 2. 3. 4. 5.

4. Какой магнитный поток называется потоком рассеяния?

1. Поток, у которого весь путь проходит по воздуху.
2. Поток, у которого часть пути проходит по воздуху, а остальная часть по сердечнику.
3. Поток, у которого весь путь проходит по сердечнику.
4. Для ответа не достаточно данных.

5. Дано: напряженность магнитного поля $H = 400$ А/м, длина замкнутого магнитопровода $l = 0,25$ м, число витков обмотки 100. Определить постоянный ток (ампер) через обмотку.

1. 10, 2. 2, 3. 1, 4. 0,25, 5. 100.

6. Дано: катушка индуктивности, у которой напряженность магнитного поля $H = 400$ А/м, длина замкнутого магнитопровода $l = 0,4$ м, постоянный ток через обмотку 2 А. Определить число витков обмотки катушки.

1. 80, 2. 100, 3. 200, 4. 300, 5. 400.

7. Дано: $H = 200$, А/м ; $l = 0,2$ м. Определить магнитное напряжение (ампер).

1. 200, 2. 100, 3. 40, 4. 1000, 5. 400

8. Что произойдет с магнитным потоком в сердечнике, если магнитная проницаемость этого сердечника увеличится?

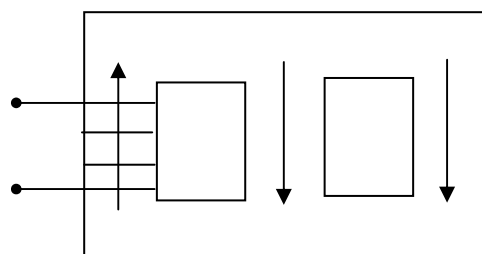
1 – уменьшится, 2 – увеличится, 3 – не изменится, 4 – не достаточно данных для ответа.

9. В первом и третьем стержнях магнитопровода

потоки соответственно равны $\Phi_1 = 3$ Вб, $\Phi_3 = 1$ Вб. Φ_1 Φ_2 Φ_3

Определить поток Φ_2

- 2 4 3 1 $\sqrt{10}$
 1 2 3 4 5

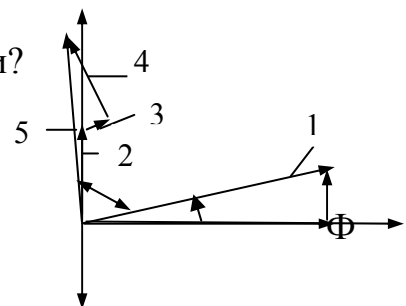


10. Магнитное сопротивление ферромагнитного сердечника по сравнению с магнитным сопротивлением воздуха?

1. Больше , 2. Меньше, 3. Равно, 4. Для ответа не достаточно данных.

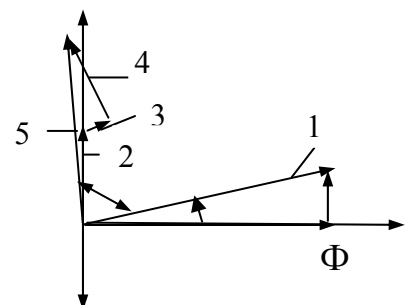
Раздел 7. Тренировочный тест 7

1. Какой магнитный поток называется потоком рассеяния?
 1. Поток, у которого часть пути проходит вне сердечника по воздуху.
 2. Поток, у которого весь путь проходит вне сердечника по воздуху.
 3. Поток, у которого весь путь проходит по сердечнику.
2. Укажите правильную формулу для определения потокосцепления.
 1. $\psi_s = w \Phi_s$.
 2. $\psi_s = w/\Phi_s$.
 3. $\psi_s = \Phi_s/w$.
3. С какой целью используют в дросселе сердечник, изготовленный из ферромагнитных сталей?
 1. Из конструктивных соображений.
 2. Для увеличения магнитного потока.
 3. Для увеличения магнитного сопротивления.
 4. Для уменьшения потерь мощности в сердечнике.
4. Уравнение, описывающее электромагнитные процессы в дросселе, имеет вид $u = Ri + \frac{d\psi}{dt}$. Укажите, какой процесс отражает сопротивление R ?
 1. Потери мощности в активном сопротивлении обмотки.
 2. Потери мощности в ферромагнитном сердечнике.
 3. Потери мощности в активном сопротивлении обмотки и ферромагнитном сердечнике.
5. Что является причиной нелинейных свойств дросселя?
 1. Ферромагнитный сердечник.
 2. Активное сопротивление обмотки.
 3. Сопротивление индуктивности рассеяния.
6. Какой вектор на векторной диаграмме указывает на падение напряжения на сопротивлении обмотки?
 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____
 5. _____



- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

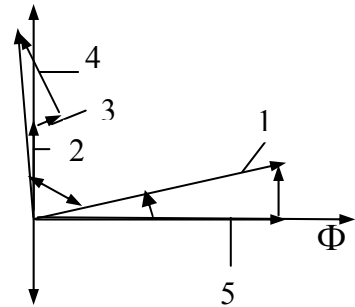
7. Какой вектор на векторной диаграмме указывает на падение напряжения на сопротивлении индуктивности рассеяния обмотки?
 1. _____
 2. _____
 3. _____
 4. _____
 5. _____



- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

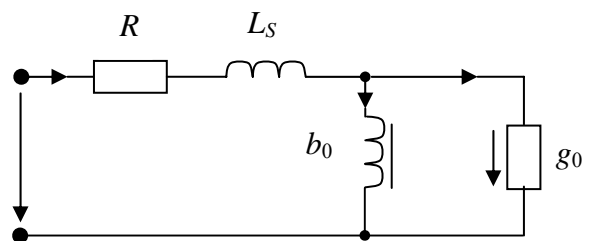
8. Какой вектор на векторной диаграмме указывает реактивную составляющую тока дросселя?

- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |



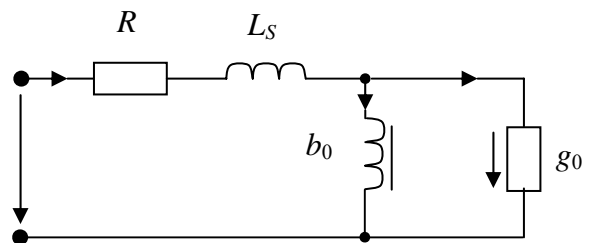
9. Какой элемент на схеме замещения дросселя отражает потери мощности в сердечнике?

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| R | L_S | b_0 | g_0 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |



10. Какой элемент на схеме замещения дросселя обусловлен наличием потока рассеяния.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| R | L_S | b_0 | g_0 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |



ПРАВИЛЬНЫЕ ОТВЕТЫ НА ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ТЕСТЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

№ теста	Раздел, тема	Номер вопроса / Номера правильных ответов										
		Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	Раздел 5	Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Правильный ответ	1	2	4	1	4	1	2	2	2	1
6	Раздел 6	Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Правильный ответ	3	1	5	2	3	1	2	2	1	2
7	Раздел 7	Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		Правильный ответ	1	1	2	1	1	3	4	5	4	2

4.3. Итоговый контроль

№ п.п	Вопросы к экзамену и теоретическому зачету
1	Расчет линейных цепей с несинусоидальными ЭДС
2	Мощность в цепи при несинусоидальных токе и напряжении
3	Переходные процессы. Законы коммутации. Начальные условия
4	Классический метод расчета переходных процессов
5	Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии - индуктивностью
6	Расчет переходных процессов в цепях с одним накопителем энергии – емкостью
7	Расчет переходных процессов в цепях, содержащих элементы R, L, C
8	Метод переменных состояния
9	Применение интегрального преобразования Лапласа для расчета переходных процессов (операторный метод)
10	Операторные уравнения и схемы замещения элементов R, L, C
11	Методика расчета переходных процессов операторным методом
12	Элементы нелинейных электрических цепей, их характеристики и параметры
13	Нелинейные свойства ферромагнитных материалов
14	Расчеты электрической цепи при последовательном и параллельном соединении нелинейных резистивных элементов
15	Законы и параметры магнитных цепей
16	Расчета нелинейных цепей с инерционными элементами при воздействии синусоидального напряжения
17	Метод эквивалентных синусоид и области его применения
18	Электромагнитные процессы в катушке с ферромагнитным сердечником
19	Схема замещения и векторная диаграмма катушки с ферромагнитным сердечником
20	Аналитическая связь между электрическими и магнитными явлениями

21	Переходные процессы в нелинейных электрических цепях, метод условной линеаризации и примеры его применения
22	Переходные процессы в нелинейных электрических цепях, метод кусочно-линейной аппроксимации

Содержание

1. Информация о дисциплине	3
1.1. Предисловие.....	3
1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы.....	6
2. Рабочие учебные материалы	7
2.1. Рабочая программа.....	7
2.2. Тематический план дисциплины.....	16
2.3. Структурно-логическая схема дисциплины.....	26
2.4. Временной график изучения дисциплины	27
2.5. Практический блок.....	27
2.6. Рейтинговая система оценки знаний.....	32
3. Информационные ресурсы дисциплины	33
3.1. Библиографический список.....	33
3.2. Опорный конспект.....	34
Введение.....	34
<i>Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы</i>	34
<i>Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе</i>	66
<i>Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе</i>	83
Глоссарий	102
3.3. Технические и программные средства обеспечения дисциплины....	108
3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ.....	108
3.5. Методические указания к проведению практических занятий.....	156
4. Блок контроля освоения дисциплины	166
4.1. Задание на контрольную работу и методические указания к ее выполнению.....	167
4.2. Текущий контроль	188
4.3. Итоговый контроль.....	194

Виноградов Александр Леонидович

Прокофьев Владимир Николаевич

Теоретические основы электротехники. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи

Учебно-методический комплекс

Редактор И.Н. Садчикова

Сводный темплан 2008 г.

Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97

Санитарно-эпидемиологическое заключение № 78.01.07.953.П.005641.11.03
от 21.11.2003 г.

Подписано в печать		Формат 60 x 84 1/16
Б.кн.-журн.	П.л.	Бл. Изд-во СЗТУ
Тираж		Заказ

Северо - Западный государственный заочный технический университет

Издательство СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 5