

Контрольная работа 1

4 марта 2012 г.

Решения задач должны быть сделаны с необходимыми пояснениями, но лаконично. Результат может быть представлен в виде word-файла с непосредственным вводом текста и формул, либо с вставленными фото (лучше отсканированный вариант) решений, приготовленных вручную.

При выкладывании в кампус *выбирайте* тип работы КР N1. Фамилию указывать не требуется, так как это будет сделано автоматически.

Задание 1. Функция $f(x)$ задана указанном отрезке $[a, b]$. Построить ее график и график ее интеграла с переменным верхним пределом $S(x) = \int_{x_0}^x f(t) dt$

(Вариант 1) $[a, b] = [-2, 8]$, $x_0 = 0$,

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{если } -2 \leq x \leq 0, \\ x & \text{если } 0 < x < 2, \\ 4 - x & \text{если } 2 \leq x < 6, \\ 1 & \text{если } 6 \leq x \leq 8. \end{cases}$$

Найти аналитическое выражение для $S(x)$ на отрезке $[2, 6]$.

(Вариант 2) $[a, b] = [-3, 7]$, $x_0 = -3$,

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{если } -3 \leq x \leq -2, \\ -x & \text{если } -2 < x < 0, \\ -2 & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ x - 3 & \text{если } 1 \leq x \leq 3, \\ 5 - x & \text{если } 3 \leq x \leq 7, \end{cases}$$

Найти аналитическое выражение для $S(x)$ на отрезке $[1, 3]$.

(Вариант 3) $[a, b] = [-4, 4]$, $x_0 = -2$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{если } -4 \leq x \leq -2, \\ x + 1 & \text{если } -2 < x < 0, \\ 1 - x & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ -1 & \text{если } 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

Найти аналитическое выражение для $S(x)$ на отрезке $[0, 2]$.

(Вариант 4) $[a, b] = [-1, 8]$, $x_0 = 1$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ x - 2 & \text{если } 1 < x < 3, \\ 4 - x & \text{если } 3 \leq x < 5, \\ -2 & \text{если } 5 \leq x \leq 8. \end{cases}$$

Найти аналитическое выражение для $S(x)$ на отрезке $[1, 3]$.

(Вариант 5) $[a, b] = [-2, 6]$, $x_0 = 0$,

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{если } -2 \leq x \leq -1, \\ 3 & \text{если } -1 < x < 0, \\ 3 - x & \text{если } 0 \leq x < 2, \\ -2 & \text{если } 2 \leq x \leq 4, \\ x - 6 & \text{если } 4 \leq x \leq 6, \end{cases}$$

Найти аналитическое выражение для $S(x)$ на отрезке $[0, 2]$.

Задание 2. Построить фигуры, заданные неравенствами, и вычислить их площади

(Вариант 1) $x^2 + (y - 2)^2 \leq 4$, $0 \leq y \leq 4$,

(Вариант 2) $(x + 2)^2 - y^2 \geq 4$, $x \leq a$ ($a > 0$),

(Вариант 3) $xy \leq 16$, $x \leq y \leq 4x$,

(Вариант 4) $y \geq \sqrt{x^2 + 12}$, $x \geq 0$, $x + y \leq 6$,

(Вариант 5) $y^2 \leq 4x$, $y \leq 2/x$, $x \leq 4$

Задание 3. Найти длину кривой. Сделать эскиз.

(Вариант 1) $x = \frac{8t}{\pi} \cos t$, $y = \frac{8t}{\pi} \sin t$, $0 \leq t \leq \pi/2$,

(Вариант 2) $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$, $0 \leq \pi/2$,

(Вариант 3) $x = \sqrt{y^3}$, $0 \leq y \leq 4$,

(Вариант 4) $y = \ln \cos x$ ($0 \leq x \leq a < \pi/2$)

(Вариант 5) $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$

Задание 4. Найти объем полученный вращением данной фигуры вокруг данной оси. Построить фигуру.

(Вариант 1) $x + y \geq 2$, $y \geq 0$, $y \leq 2 - x^2/8$, ось Oy

(Вариант 2) $x + y \geq 2$, $y \geq 0$, $y \leq 2 - x^2/8$, ось Ox

(Вариант 3) $x^2 + y^2 \leq R^2$, $y \geq x$, $y \geq -x$, ось Oy

(Вариант 4) $x^2 + y^2 \leq R^2$, $y \geq x$, $y \geq -x$, ось Ox

(Вариант 5) $y \leq 2x - x^2$, $y \geq 0$, ось Ox

Задание 5. Вычислить несобственные интегралы

$$\text{(Вариант 1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

$$\text{(Вариант 2)} \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}$$

$$\text{(Вариант 3)} \int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\text{(Вариант 4)} \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx$$

$$\text{(Вариант 5)} \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

Задание 6. Исследовать сходимость несобственного интеграла

$$\text{(Вариант 1)} \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$$

$$\text{(Вариант 2)} \int_0^{\infty} \frac{(x+1) dx}{\sqrt{2+x+x^2+x^4}}$$

$$\text{(Вариант 3)} \int_0^{\infty} \frac{\sin x dx}{x^2 + 1}$$

$$\text{(Вариант 4)} \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x^3+1}} dx$$

$$\text{(Вариант 5)} \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x^4+1}} dx$$