*ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1*

По предприятиям легкой промышленности региона получена информация, характеризующая зависимость объема выпуска продукции (Y, млн. руб.) от объема капиталовложений (X, млн. руб.)

Требуется:

1. Построить диаграмму рассеяния для переменных «объёмы продаж» -Y и «индекс потребительских расходов» - X
2. Оценить тесноту взаимосвязи.
3. Оценить значимость вычисленного коэффициента парной корреляции.
4. Найти параметры уравнения линейной регрессии, дать экономическую интерпретацию коэффициента регрессии.
5. Вычислить остатки; найти остаточную сумму квадратов; оценить дисперсию остатков S2ε; построить график остатков.
6. Проверить выполнение предпосылок МНК.
7. Осуществить проверку значимости параметров уравнения регрессии с помощью t-критерия Стьюдента (α = 0,05)
8. Вычислить коэффициент детерминации, проверить значимость уравнения регрессии с помощью F- критерия Фишера (α = 0,05), найти среднюю относительную ошибку аппроксимации. Сделать вывод о качестве модели.
9. Осуществить прогнозирование среднего значения показателя Y при уровне значимости α = 0,1, если прогнозное значения фактора Х составит 80% от его максимального значения.
10. Представить графически: фактические и модельные значения Y, точки прогноза.
11. Составить уравнения нелинейной регрессии:

* гиперболической;
* степенной;
* показательной.

Привести графики построенных уравнений регрессии.

1. Для указанных моделей найти коэффициенты детерминации и средние относительные ошибки аппроксимации. Сравнить модели по этим характеристикам и сделать вывод.

Вариант 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 66 | 58 | 73 | 82 | 81 | 84 | 55 | 67 | 81 | 59 |
| Y | 133 | 107 | 145 | 162 | 163 | 170 | 104 | 132 | 159 | 116 |

Решение:

1.Диаграмма рассеяния имеет вид:

2. Средние значения случайных величин х и у:

Рассчитаем стандартные ошибки случайных величин х и у:

=11.07

=24.42

Рассчитаем коэффициент корреляции:

*=*= 0.994

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *y* | *x* |  |  |  |  |  |
| 1 | 133 | 66 | -6,1 | -4,6 | 28,06 | 21,16 | 37,21 |
| 2 | 107 | 58 | -32,1 | -12,6 | 404,46 | 158,76 | 1030,41 |
| 3 | 145 | 73 | 5,9 | 2,4 | 14,16 | 5,76 | 34,81 |
| 4 | 162 | 82 | 22,9 | 11,4 | 261,06 | 129,96 | 524,41 |
| 5 | 163 | 81 | 23,9 | 10,4 | 248,56 | 108,16 | 571,21 |
| 6 | 170 | 84 | 30,9 | 13,4 | 414,06 | 179,56 | 954,81 |
| 7 | 104 | 55 | -35,1 | -15,6 | 547,56 | 243,36 | 1232,01 |
| 8 | 132 | 67 | -7,1 | -3,6 | 25,56 | 12,96 | 50,41 |
| 9 | 159 | 81 | 19,9 | 10,4 | 206,96 | 108,16 | 396,01 |
| 10 | 116 | 59 | -23,1 | -11,6 | 267,96 | 134,56 | 533,61 |
| сумма | 1391 | 706 |  |  | 2418,4 | 1102,4 | 5364,9 |
| ср. Знач | 139,1 | 70,6 |  |  |  |  |  |

3. Оценим значимость коэффициента корреляции. Рассчитаем значение t–статистики:

t == =25,324

Полученное значение коэффициента корреляции значимо.

4. Построение линейной модели парной регрессии.

Определим линейный коэффициент парной корелляции:

Уравнение линейной регрессии имеет вид: ŷ = a + b × x

Значения параметров a и b линейной модели определим, используя данные таблицы

b=

a= 139.1-2.194\*70.6=-15.796

-15.796+2.194\*66=129.008

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | y | x | y\*x | x\*x |  | ε |  |
| 1 | 133 | 66 | 8778 | 4356 | 129,008 | 3,992 | 3,001504 |
| 2 | 107 | 58 | 6206 | 3364 | 111,456 | -4,456 | -4,16449 |
| 3 | 145 | 73 | 10585 | 5329 | 144,366 | 0,634 | 0,437241 |
| 4 | 162 | 82 | 13284 | 6724 | 164,112 | -2,112 | -1,3037 |
| 5 | 163 | 81 | 13203 | 6561 | 161,918 | 1,082 | 0,663804 |
| 6 | 170 | 84 | 14280 | 7056 | 168,5 | 1,5 | 0,882353 |
| 7 | 104 | 55 | 5720 | 3025 | 104,874 | -0,874 | -0,84038 |
| 8 | 132 | 67 | 8844 | 4489 | 131,202 | 0,798 | 0,604545 |
| 9 | 159 | 81 | 12879 | 6561 | 161,918 | -2,918 | -1,83522 |
| 10 | 116 | 59 | 6844 | 3481 | 113,65 | 2,35 | 2,025862 |
| сумма | 1391 | 706 | 100623 | 50946 |  | -0,004 | -0,52849 |
| ср. Знач | 139,1 | 70,6 | 10062,3 | 5094,6 |  |  | -0,05285 |

Уравнение линейной регрессии имеет вид:

-15,796+2,194\*х

Рассчитаем коэффициент детерминации:

Оценку значимости уравнения регрессии проведем с помощью критерия Фишера:

Уравнение регрессии статистически значимое.

Определим среднюю относительную ошибку:

В среднем расчетные значения для линейной модели отличаются от фактических значений на -0,0528%.

5. Построение степенной модели.

Уравнение степенной модели имеет вид:

lg = lg a + b lg x

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | y(t) | lg (y) | x(t) | lg (x) |
| 1 | 133.0 | 2.124 | 66 | 1.819 |
| 2 | 107.0 | 2.029 | 58 | 1.763 |
| 3 | 145.0 | 2.161 | 73 | 1.863 |
| 4 | 162.0 | 2.209 | 82 | 1.914 |
| 5 | 163.0 | 2.212 | 81 | 1.908 |
| 6 | 170.0 | 2.231 | 84 | 1.924 |
| 7 | 104.0 | 2.017 | 55 | 1.741 |
| 8 | 132.0 | 2.121 | 67 | 1.826 |
| 9 | 159.0 | 2.201 | 81 | 1.908 |
| 10 | 116.0 | 2.064 | 59 | 1.771 |
| итого | 1391 | 21.369 | 706 | 18.437 |
| ср. знач. | 139.1 | 2.137 | 70.6 | 1.844 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | y | Y | | x | X | YX | X\*X | |  | ε |  | |  |
| 1 | 133 | 2,123852 | 66 | | 1,819544 | 3,864441 | 3,31074 | 127,732 | | 5,268 | 3,960902 | 27,75182 | |
| 2 | 107 | 2,029384 | 58 | | 1,763428 | 3,578672 | 3,109678 | 108,681 | | -1,681 | -1,57103 | 2,825761 | |
| 3 | 145 | 2,161368 | 73 | | 1,863323 | 4,027326 | 3,471972 | 144,885 | | 0,115 | 0,07931 | 0,013225 | |
| 4 | 162 | 2,209515 | 82 | | 1,913814 | 4,2286 | 3,662683 | 167,547 | | -5,547 | -3,42407 | 30,76921 | |
| 5 | 163 | 2,212188 | 81 | | 1,908485 | 4,221927 | 3,642315 | 164,997 | | -1,997 | -1,22515 | 3,988009 | |
| 6 | 170 | 2,230449 | 84 | | 1,924279 | 4,292007 | 3,702851 | 172,671 | | -2,671 | -1,57118 | 7,134241 | |
| 7 | 104 | 2,017033 | 55 | | 1,740363 | 3,51037 | 3,028862 | 101,701 | | 2,299 | 2,210577 | 5,285401 | |
| 8 | 132 | 2,120574 | 67 | | 1,826075 | 3,872327 | 3,334549 | 130,156 | | 1,844 | 1,39697 | 3,400336 | |
| 9 | 159 | 2,201397 | 81 | | 1,908485 | 4,201333 | 3,642315 | 164,997 | | -5,997 | -3,7717 | 35,96401 | |
| 10 | 116 | 2,064458 | 59 | | 1,770852 | 3,65585 | 3,135917 | 111,029 | | 4,971 | 4,285345 | 24,71084 | |
| Сум  ма | 1391 | 21,37022 | 706 | | 18,43865 | 39,45285 | 34,04188 |  | | -3,396 |  | 141,8429 | |

Y=lg , X=lg x, A=lg a.

Уравнение примет вид: Y=A+bX – линейное уравнение регрессии.

Уравнение регрессии: Y=-0,168+1,25Х

Индекс корреляции:

Связь между показателем у и фактором х можно считать достаточно сильной.

Коэффициент детерминации: 0,989

F критерий Фишера:

Cредняя относительная ошибка:

В среднем расчетные значения для степенной модели отличаются от фактических на 0,037%.

6. Построение показательной функции

Уравнение показательной кривой:

lg lg a +x lg b

Y= lg , B=lg b, A=lg a.

Получим линейное уравнение регрессии: Y=A+Bx

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | y | Y | x | | Yx | x\*x | | | У- |
| 1 | 133 | 2,124 | 66 | | 140,184 | 4356 | | | -0,0129 |
| 2 | 107 | 2,029 | 58 | | 117,682 | 3364 | | | -0,1079 |
| 3 | 145 | 2,161 | 73 | | 157,753 | 5329 | | | 0,0241 |
| 4 | 162 | 2,209 | 82 | | 181,138 | 6724 | | | 0,0721 |
| 5 | 163 | 2,212 | 81 | | 179,172 | 6561 | | | 0,0751 |
| 6 | 170 | 2,231 | 84 | | 187,404 | 7056 | | | 0,0941 |
| 7 | 104 | 2,017 | 55 | | 110,935 | 3025 | | | -0,1199 |
| 8 | 132 | 2,121 | 67 | | 142,107 | 4489 | | | -0,0159 |
| 9 | 159 | 2,201 | 81 | | 178,281 | 6561 | | | 0,0641 |
| 10 | 116 | 2,064 | 59 | | 121,776 | 3481 | | | -0,0729 |
| итого | 1391 | 21,369 | 706 | | 1516,432 | 50946 | | |  |
| Ср. знач | 139,1 | 2,1369 | 70,6 | |  |  | | |  |
|  | x- |  | |  |  | | ε |  | | |
| 0,000166 | -4,6 | 21,16 | | 125,298 | 7,702 | | 59,3208 | 5,791 | | |
| 0,011642 | -12,6 | 158,76 | | 110,356 | -3,356 | | 11,26274 | -3,136 | | |
| 0,000581 | 2,4 | 5,76 | | 140,023 | 4,977 | | 24,77053 | 3,4324 | | |
| 0,005198 | 11,4 | 129,96 | | 161,526 | 0,474 | | 0,224676 | 0,2926 | | |
| 0,00564 | 10,4 | 108,16 | | 158,982 | 4,018 | | 16,14432 | 2,465 | | |
| 0,008855 | 13,4 | 179,56 | | 166,736 | 3,264 | | 10,6537 | 1,92 | | |
| 0,014376 | -15,6 | 243,36 | | 105,224 | -1,224 | | 1,498176 | -1,177 | | |
| 0,000253 | -3,6 | 12,96 | | 127,303 | 4,697 | | 22,06181 | 3,5583 | | |
| 0,004109 | 10,4 | 108,16 | | 158,982 | 0,018 | | 0,000324 | 0,0113 | | |
| 0,005314 | -11,6 | 134,56 | | 112,121 | 3,879 | | 15,04664 | 3,344 | | |
| 0,056135 |  | 1102,4 | |  |  | | 160,9837 | 16,5016 | | |
|  |  |  | |  |  | |  | 1,6502 | | |

Уравнение будет иметь вид: Y=1.643+0.007x

Индекс корреляции: =

Индекс детерминации: =0.996

F критерий Фишера:

Cредняя относительная ошибка:

В среднем расчетные значения для показательной функции отличаются от фактических на 1,6502%.

7. Построение гиперболической функции

Уравнение гиперболической функции: +b/x

X=1/x

+bX

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | y | x | X | yX | X\*X | У- |
| 1 | 133 | 66 | 0,015152 | 2,015152 | 0,00023 | -6,1 |
| 2 | 107 | 58 | 0,017241 | 1,844828 | 0,000297 | -32,1 |
| 3 | 145 | 73 | 0,013699 | 1,986301 | 0,000188 | 5,9 |
| 4 | 162 | 82 | 0,012195 | 1,97561 | 0,000149 | 22,9 |
| 5 | 163 | 81 | 0,012346 | 2,012346 | 0,000152 | 23,9 |
| 6 | 170 | 84 | 0,011905 | 2,02381 | 0,000142 | 30,9 |
| 7 | 104 | 55 | 0,018182 | 1,890909 | 0,000331 | -35,1 |
| 8 | 132 | 67 | 0,014925 | 1,970149 | 0,000223 | -7,1 |
| 9 | 159 | 81 | 0,012346 | 1,962963 | 0,000152 | 19,9 |
| 10 | 116 | 59 | 0,016949 | 1,966102 | 0,000287 | -23,1 |
| итого | 1391 | 706 | 0,144939 | 19,64817 | 0,00215 |  |
| Ср. знач | 139,1 | 70,6 |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | ε |  |  |
| 37,21 | 132,021 | 0,979 | 0,958441 | 0,73609 |
| 1030,41 | 109,316 | -2,316 | 5,363856 | -2,16449 |
| 34,81 | 147,806 | -2,806 | 7,873636 | -1,93517 |
| 524,41 | 164,141 | -2,141 | 4,583881 | -1,3216 |
| 571,21 | 162,505 | 0,495 | 0,245025 | 0,303681 |
| 954,81 | 167,296 | 2,704 | 7,311616 | 1,590588 |
| 1232,01 | 99,098 | 4,902 | 24,0296 | 4,713462 |
| 50,41 | 134,478 | -2,478 | 6,140484 | -1,87727 |
| 396,01 | 162,505 | -3,505 | 12,28503 | -2,2044 |
| 533,61 | 112,491 | 3,509 | 12,31308 | 3,025 |
| 5364,9 | 1391,657 | -0,657 | 81,10465 | 0,865882 |

Уравнение гиперболической модели:

=

Cредняя относительная ошибка:

В среднем расчетные значения для гиперболической модели отличаются от фактических значений на 0.0866%.

Для выбора лучшей модели построим сводную таблицу результатов:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Коэффициент детерминации | F критерий Фишера | Индекс корреляции | Cредняя относительная ошибка |
| Линейная модель | 0.988 | 658.667 | 0.994 | -0.0528 |
| Степенная модель | 0.989 | 719.273 | 0.994 | 0.037 |
| Показательная модель | 0.996 | 1992 | 0.998 | 1.6502 |
| Гиперболическая модель | 0.985 | 525.333 | 0.992 | 0.0866 |

Все модели имеют примерно одинаковые характеристикиб но большее значение критерия Фишера и большее значение коэффициента детерминации имеет гиперболическая модель. Ее можно взять в качестве лучшей для построения прогноза.