Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

Северо-Западный государственный заочный технический университет

Кафедра физики

ФИЗИКА

Задания на контрольные работы
№3 «Электричество и магнетизм»
и №4 «Колебания и волны»

Методические указания к выполнению контрольных работ

Институты: автомобильного транспорта, инженерной защиты окружающей среды, информационных технологий и систем управления, энергетический
Факультеты: радиоэлектроники, технологии и автоматизации управления в машиностроении, технологии веществ и материалов, системного анализа и естественных наук

Направления подготовки (специальности) высшего профессионального образования:
140000 – Энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника
150000 – Металлургия, машиностроение и материалообработка
190000 – Транспортные средства
200000 – Приборостроение и оптотехника
210000 – Электронная техника, радиотехника и связь
220301 – Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям)
230101.65 – Вычислительные машины, комплексы, системы и сети
240000 – Химия и биотехнологии
261001.65 – Технология художественной обработки материалов
280202.65 – Инженерная защита окружающей среды

Санкт-Петербург
2006

Утверждено редакционно-издательским советом университета

УДК 53(07)

Физика. Задания на контрольные работы № 3 «Электричество и магнетизм» и № 4 «Колебания и волны». Методические указания к выполнению контрольных работ. – СПб.: СЗТУ, 2006.- 76 с.

Задания на контрольные работы по дисциплине «Физика» разработаны в соответствии с требованиями Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования по направлениям (специальностям) СЗТУ: 140000 – энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника; 150000 – металлургия, машиностроение и материалообработка; 190000 – транспортные средства; 200000 – приборостроение и оптотехника; 210000 – электронная техника, радиотехника и связь; 220301 – автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям); 230101.65 – вычислительные машины, комплексы, системы и сети; 240000 – химия и биотехнологии; 261001.65 – технология художественной обработки материалов; 280202.65 – инженерная защита окружающей среды.

Методический сборник включает задания на контрольные работы № 3 «Электричество и магнетизм» и № 4 «Колебания и волны». В сборнике содержатся рекомендации к решению задач и оформлению контрольных работ, основные законы и формулы, примеры решения задач и некоторые справочные материалы.

Рассмотрено на заседании кафедры физики 4 сентября 2006 года; одобрено методической комиссией факультета системного анализа и естественных наук   сентября 2006 года.

Рецензенты: кафедра физики СЗТУ (зав. кафедрой физики А.Б.Федорцов, д-р физ.-мат. наук, проф.); С.Д.Ханин, д-р физ.-мат. наук, проф. зав. каф. физической электроники РГПУ им.А.И.Герцена.

Составители: В.П.Дзекановская, канд. физ.-мат. наук, доц.; А.С.Иванов, канд. техн. наук, доц.; Д.Г.Летенко, канд. физ.-мат. наук, доц.; И.А.Линийчук, д-р. физ.-мат. наук, проф.; В.Б.Харламова, доц.; А.И.Шерстюк, д-р физ.-мат. наук, проф.

Введение

В процессе изучения дисциплины «Физика» студенты выполняют пять контрольных работ. Решение физических задач является необходимой практической основой изучения дисциплины «Физика».

Основной целью выполнения контрольных работ является выработка у студентов приемов и навыков решения контрольных задач из разных областей физики, помогающих студентам решать в дальнейшем инженерные задачи.

Контрольные работы несут в себе функцию закрепления, развития и углубленного освоения основных положений теории. Решение задач способствует приобщению студентов к самостоятельной творческой работе. При решении задач студент должен самостоятельно осуществить ряд мыслительных операций, опираясь на имеющиеся у него знания и умения. Контрольные работы позволяют проверить степень усвоения студентами основных разделов теоретического курса.

1. Общие требования к оформлению контрольных работ

При оформлении контрольных работ условия задач в контрольных работах переписываются полностью, без сокращений. Решения задач должны сопровождаться краткими, но исчерпывающими пояснениями с обязательным использованием рисунков, выполненных чертежными инструментами. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля и интервалы между задачами (не менее 5 см). В конце каждой контрольной работы необходимо указать, каким учебным пособием пользовался студент (название учебного пособия, автор, год издания).

Решение задач рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

1. Ввести буквенные обозначения всех используемых физических величин.
2. Под рубрикой "Дано" кратко записать условие задачи с переводом значений всех величин в одну систему единиц – СИ.
3. Сделать (если это необходимо) чертеж, поясняющий содержание задачи и ход решения.
4. Сформулировать физические законы, на которых базируется решение задачи, и обосновать возможность их использования.
5. На основе сформулированных законов составить уравнение или систему уравнений, решая которую можно найти искомые величины.
6. Решить уравнение и получить в общем виде расчетную формулу, в левой части которой стоит искомая величина, а в правой - величины, данные в условии задачи.

7. Проверить единицы измерения полученных величин по расчетной формуле и тем самым подтвердить ее правильность.

8. Произвести вычисления. Для этого необходимо все значения величин в единицах СИ подставить в расчетную формулу и выполнить вычисления (с точностью не более 2-3 значащих цифр).

9. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 6340 надо записать $6{,}34 \cdot 10^3$.

Выполненные контрольные работы сдаются на рецензию преподавателю по крайней мере за одну недели до экзамена по физике. После рецензирования вносятся исправления в решение задач в соответствии с замечаниями преподавателя. Исправленные решения помещаются в конце тетради с контрольными работами, которые сдаются на повторную рецензию.

Зачет по каждой контрольной работе принимается преподавателем в процессе собеседования по правильно решенной и прорецензированной контрольной работе.

В каждой контрольной работе следует решить восемь задач. Номера задач определяются по таблицам 3, 4 в соответствии с номером своего варианта. Номер варианта соответствует последней цифре шифра студента.

Контрольные работы выполняются в школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения о студенте (фамилия, имя, отчество, факультет, шифр, номер специальности), а также номер контрольной работы, номер варианта и номера всех задач контрольной работы.

Библиографический список

Основной:

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высш. шк., 2003 и др. годы изданий.

2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: Высш. шк. , 2002 и др. годы издания.

3. Трофимова Т.И., Павлова З.Г.. Сборник задач по курсу физики с решениями. - М.: Высш. шк., 2001 и др. годы изданий.

Дополнительный:

4. Савельев И.В. Курс общей физики.- М.: Наука, 2002 и др. годы изданий.

5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Интеграл-Пресс, 1997.

6. Трофимова Т.И. Физика. 500 основных законов и формул. Справочник. -М., Высш. шк., 2000.

7. Цаплев В.М., Орехова И.Г., Лиходаева Е.А. Курс физики. Электричество и магнетизм. Учебное пособие. – СПб.: СЗТУ, 2006.

8. Федорцов А.Б., Цаплев В.М. Курс физики. Колебания и волны. Волновая оптика. Учебное пособие. – СПб.: СЗТУ, 2006.

9. Физика. Основные законы и формулы. Руководство к решению задач /Карташов Ю.А. , Попов И.В. . - СПб.: СЗПИ, 1998.

Средства обеспечения освоения дисциплины (ресурсы Internet)

10. http://elib.nwpi.ru/.

2. Контрольная работа №3 «Электричество и магнетизм»

2.1. Методические указания к выполнению контрольной работы №3

В контрольную работу №3 включены задачи по темам: “Электростатика”, “Постоянный электрический ток”, “Магнитостатика”, “Электромагнитная индукция”.

Тема “Электростатика” представлена задачами по расчету простейших электрических полей с помощью принципа суперпозиции, на определение напряженности и разности потенциалов, электроемкости и энергии поля конденсаторов и задачами, в которых рассматривается движение заряженных частиц в электрическом поле.

Задачи по теме “Постоянный электрический ток” охватывают такие вопросы как применение законов Ома и Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной форме, определение работы и мощности тока.

По теме “Магнитостатика” в контрольную работу включены задачи по расчету магнитной индукции и напряженности простейших магнитных полей с помощью принципа суперпозиции, задачи по расчету индукции магнитного поля с применением закона Био-Савара-Лапласа, задачи, в которых рассматривается действие магнитного поля на движущиеся заряды и токи (определение силы Ампера, силы Лоренца, вращающего момента, вычисление работы сил поля при перемещении проводника и контура с током).

Задачи по теме “Электромагнитная индукция” затрагивают такие вопросы как основной закон электромагнитной индукции, явление самоиндукции, определение заряда, протекающего по контуру при возникновении в нем индукционного тока, вычисление энергии магнитного поля.

Таблица 3

Вариант	Номера задач							
0	301	311	321	331	341	351	361	371
1	302	312	322	332	342	352	362	372
2	303	313	323	333	343	353	363	373
3	304	314	324	334	344	354	364	374
4	305	315	325	335	345	355	365	375
5	306	316	326	336	346	356	366	376
6	307	317	327	337	347	357	367	377
7	308	318	328	338	348	358	368	378
8	309	319	329	339	349	359	369	379
9	310	320	330	340	350	360	370	380

Перед выполнением контрольной работы необходимо проработать материал соответствующих разделов рекомендованной литературы, внимательно ознакомиться с основными законами и формулами, а также справочными материалами, приведенными в приложениях данной учебно-методической разработки. После этого надо разобрать примеры решения типовых задач из данной учебно-методической разработки и решить ряд задач из задачников по физике [3, 5, 6].

Задачи 301 … 330 относятся к теме “Электростатика”. Для решения этих задач необходимо изучить тему “Электростатика” по учебникам [1], с. 148…180 или [2], с. 182…233.

Задачи 331 … 340 относятся к теме “Постоянный электрический ток”. Приступая к решению этих задач необходимо ознакомиться с данной темой по учебникам [1], с. 180…194 или [2], с. 246…251.

Задачи 341 … 370 относятся к теме “Магнитостатика”. Для решения этих задач необходимо ознакомиться с конкретными физическими понятиями, законами или формулами данной темы по учебникам [1], с. 204…212, 217…223, 212…216 или [2], с. 280…295, 270…279, 296…308.

Задачи 371 … 380 относятся к теме “Электромагнитная индукция”. Приступая к решению этих задач необходимо ознакомиться с данной темой по учебникам [1], с. 223…235 или [2], с. 328…345.

2.2. Основные законы, формулы, примеры решения задач

Электростатика

1.Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{\varepsilon r^2},$$

где F – модуль силы взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2; r – расстояние между зарядами; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная ($\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м).

2. Напряженность и потенциал электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \qquad \varphi = \frac{W}{q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q, помещенный в данную точку поля; W – потенциальная энергия этого заряда.

3. Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой зарядов (принцип суперпозиции электрических полей),

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i, \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\vec{E}_i, \varphi_i$ – напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i-м зарядом.

4. Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2}, \quad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r},$$

где r – расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

5. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда (заряд единицы площади).

6. Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной нитью или бесконечно длинным цилиндром (вне цилиндра),

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{|\tau|}{\varepsilon r},$$

где τ – линейная плотность заряда, r – расстояние от нити или от оси цилиндра до точки, в которой вычисляется напряженность. Внутри цилиндра $E = 0$.

7. Напряженность и потенциал поля, создаваемого металлической заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

а) внутри сферы $(r<R)$

$$E = 0, \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R};$$

б) вне сферы $(r \geq R)$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q|}{\varepsilon r^2}, \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}$$

где q – заряд сферы.

8. Связь потенциала с напряженностью:

а) в общем случае

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi;$$

б) в случае однородного поля

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2)/d,$$

где d – расстояние между точками с потенциалами φ_1 и φ_2.

9. Работа сил поля по перемещению точечного заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку поля с потенциалом φ_2

$$A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2).$$

10. Поток напряженности $\vec{E}$ и электрического смещения (индукции) $\vec{D}$:

а) через произвольную поверхность S, помещенную в неоднородное поле,

$$\mathrm{N}_E = \int\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{(S)} E_n dS, \quad N_D = \int\limits_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = \int\limits_{(S)} D_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к элементу поверхности dS; $E_n = E\cos\alpha$ и $D_n = D\cos\alpha$ – проекции векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на направление нормали $\vec{n}$, α – угол между векторами $\vec{E}$ или $\vec{D}$ и нормалью $\vec{n}$.

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное поле,

$$N_E = ES\cos\alpha, \qquad N_D = DS\cos\alpha.$$

11. Поток векторов $\vec{E}$ и $\vec{D}$ через любую замкнутую поверхность (теорема Остроградского – Гаусса):

$$\oint\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{m} q_i, \quad \oint\limits_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{m} q_i,$$

где $\sum_{i=1}^{m} q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, заключенных внутри замкнутой поверхности S; m – число зарядов.
Электрическое поле рассматривается в вакууме.

12. Вектор электрической индукции (смещения)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где $\vec{P}$ – поляризованность (вектор поляризации).

13. Связь электрического смещения (индукции) $\vec{D}$ с напряженностью $\vec{E}$ в случае изотропных диэлектриков

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}.$$

14. Поверхностная плотность связанных поляризационных зарядов σ' на границах диэлектрика

$$\sigma' = P_{n,}$$

где $P_n = P\cos\alpha$ – проекция вектора поляризации на нормаль к поверхности диэлектрика; α – угол между вектором $\vec{P}$ и нормалью $\vec{n}$.

15. Электроемкость

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad C = \frac{q}{U},$$

где φ – потенциал уединенного проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); $U = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

16. Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S – площадь одной пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами.

17. Электроемкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_2 - R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиусы двух концентрических сфер;

ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между сферами.

18. Электроемкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln(R_2 / R_1)},$$

где R_1 и R_2 – радиус двух коаксиальных цилиндров; l - высота цилиндров; ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между цилиндрами.

19. Электроемкость параллельно соединенных конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i;$$

электроемкость последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i},$$

где n – число конденсаторов в батарее.

20. Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{qU}{2}, \qquad W = \frac{CU^2}{2}, \qquad W = \frac{q^2}{2C}.$$

21. Объемная плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}, \qquad w = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}, \qquad w = \frac{ED}{2}.$$

Для однородного электрического поля $w = W/V$, где V – объем.

Примеры решения задач

Пример 1

Два точечных заряда 2 нКл и -1нКл находятся в воздухе на расстоянии 5 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал электростатического поля в точке, удаленной от первого заряда на расстояние 6 см и от второго заряда на 4 см.

Дано:

$q_1 = 2$ нКл $= 2\cdot10^{-9}$ Кл

$q_2 = -1$ нКл $= -10^{-9}$ Кл

$\varepsilon = 1$; $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot10^9$ м/Ф

$d = 5$ см

$r_1 = 6$ см $= 6\cdot10^{-2}$ м

$r_2 = 4$ см $= 4\cdot10^{-2}$ м

E - ? φ - ?

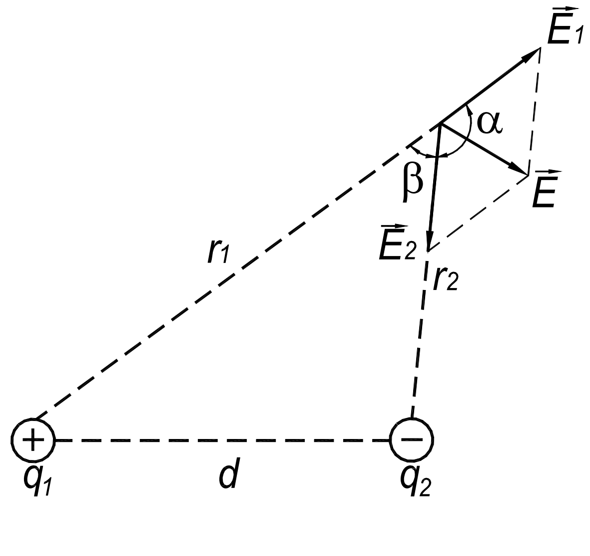

Рис. 1

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Напряженность результирующего поля $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Напряженности полей, создаваемых в воздухе ($\varepsilon = 1$) зарядами q_1 и q_2:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1^2}, \qquad (1)$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_2|}{\varepsilon r_2^2}. \qquad (2)$$

Направления векторов $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ указаны на рис.1. Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов

$$E = (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha)^{1/2},$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$. Из рис.1 видно, что $\beta = \pi - \alpha$. Тогда $\cos\beta = -\cos\alpha$.

Следовательно,

$$E = (E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\beta)^{1/2}. \qquad (3)$$

Из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d по теореме косинусов находим

$$\cos\beta = (r_1^2 + r_2^2 - d^2)/(2r_1r_2). \qquad (4)$$

Произведя вычисления по формулам (1), (2), (4), получим:

$$E_1 = 9\cdot10^9\frac{2\cdot10^{-9}}{\left(6\cdot10^{-2}\right)^2} = 5\cdot10^3 \text{ В/м}$$

$$E_2 = 9\cdot10^9\frac{10^{-9}}{\left(4\cdot10^{-2}\right)^2} = 5{,}62\cdot10^3 \text{ В/м} \qquad \cos\beta = \frac{6^2+4^2-5^2}{2\cdot6\cdot4} = 0{,}565.$$

При вычислении E_2 знак заряда q_2 опущен, так как знак минус определяет направление вектора $\vec{E}_2$, а направление $\vec{E}_2$ было учтено при его графическом изображении (см. рис.1).

Напряженность результирующего поля будет равна

$$E = \sqrt{(5\cdot10^3)^2 + (5{,}62\cdot10^3)^2 - 2\cdot5\cdot10^3\cdot5{,}62\cdot10^3\cdot0{,}565} = 4{,}97\cdot10^3 \text{ В/м}$$

По принципу суперпозиции потенциал результирующего поля, создаваемого зарядами q_1 и q_2, равен алгебраической сумме потенциалов φ_1 и φ_2, т.е. $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ или

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{\varepsilon r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{\varepsilon r_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right). \qquad (5)$$

Произведя вычисления, получим

$$\varphi = 9\cdot 10^{9}\left(\frac{2\cdot 10^{-9}}{6\cdot 10^{-2}} + \frac{-10^{-9}}{4\cdot 10^{-2}}\right) = 75\ \text{В}.$$

Пример 2

Тонкий прямой стержень длиной 10 см равномерно заряжен с линейной плотностью заряда 1 нКл/см. На продолжении оси стержня, на расстоянии 20 см от ближайшего конца, находится точечный заряд 20 нКл. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

Дано:
q_1 = 20 нКл = $2\cdot 10^{-8}$ Кл
ф = 1нКл/см = 10^{-7} Кл/м
l = 10 см = 0,1м
a = 20 см = 0,2 м
е = 1

F = ?

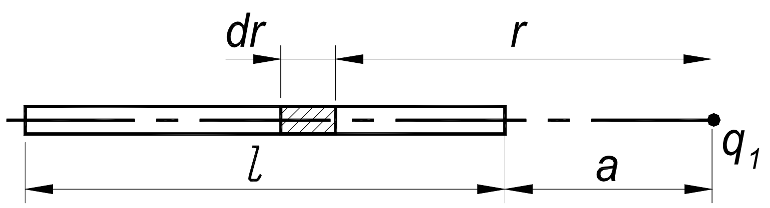

Рис.2

Решение. Так как заряженный стержень не является точечным зарядом, то закон Кулона непосредственно применить нельзя. Разобьём стержень на малые элементы и выделим на стержне (рис.2) элемент dr с зарядом $dq = фdı$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда по закону Кулона

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 dq}{\varepsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\tau dr}{\varepsilon r^2},$$

так как силы $d\vec{F}$ взаимодействия заряда q_1 и зарядов dq на разных элементах стержня направлены в одну сторону, то геометрическую сумму сил можно заменить алгебраической. Силу взаимодействия точечного заряда и стержня найдём интегрированием выражения (1)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\tau}{\varepsilon}\int_a^{a+l}\frac{dr}{r^2} = \frac{q_1\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l}\right) = \frac{q_1\tau l}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(a+l)a}.$$

Проверим, даёт ли расчётная формула единицу силы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$$\frac{[q_1][\phi][l]}{[e_0][a+l][a]} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл/м}\cdot 1\text{м}}{1\text{Ф/м}\cdot 1\text{м}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф}\cdot 1\text{м}} =$$

$$= \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Кл/В}\cdot 1\text{м}} = 1\text{Кл}\cdot 1\text{В/м} = 1\text{Н}.$$

Произведем вычисления с учётом того, что $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot 10^9$ м/Ф:

$$F = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-8}\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}1}{1\cdot(0{,}2+0{,}1)\cdot 0{,}2} = 3\cdot 10^{-5}\,\text{Н}.$$

Пример 3

Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом 1 см, равномерно заряженным с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. Определить работу сил поля по перемещению точечного заряда 25 нКл из точки, находящейся на расстоянии 1 см, в точку, находящуюся на расстоянии 3 см от поверхности цилиндра в средней его части.

Дано:
R = 1 см = $1\cdot 10^{-2}$ м
τ = 20 нКл/м = $2\cdot 10^{-8}$ Кл/м
q = 25 нКл = $2{,}5\cdot 10^{-8}$ Кл
a_1 = 1 см = $1\cdot 10^{-2}$ м
a_2 = 3 см = $3\cdot 10^{-2}$ м
$\varepsilon = 1$
A - ?

Решение. Работа сил поля по перемещению заряда равна $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$. Для нахождения разности потенциалов воспользуемся соотношением $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$. Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, можно записать

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad \text{или} \qquad d\varphi = -Edr\,.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов между двумя точками, отстоящими на расстояниях r_1 и r_2 от оси цилиндра,

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr\,, \tag{1}$$

где $r_1 = a_1 + R$, $r_2 = a_2 + R$.

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром,

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}\,. \tag{2}$$

Подставив (2) в (1), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{r_2}{r_1}. \qquad (3)$$

Таким образом,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{R + a_2}{R + a_1}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу работы. Для этого в правую часть вместо символов величин подставим их единицы

$$\frac{[q][\tau]}{[\varepsilon_0]} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл/м}}{1\text{Ф/м}} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Ф}} = \frac{1\text{Кл}\cdot 1\text{Кл}}{1\text{Кл/В}} = 1\text{Кл}\cdot 1\text{В} = 1\text{Дж}$$

Произведем вычисления с учетом того, что $1/2\pi\varepsilon_0 = 2\cdot 9\cdot 10^9\,\text{м/Ф}$. Так как величины r_2 и r_1 входят в формулу (3) в виде отношения, их можно выразить в сантиметрах.

Таким образом

$$A = 2{,}5\cdot 10^{-8}\cdot 2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-8}\ln\frac{1+3}{1+1} = 6{,}2\cdot 10^{-6}\ \text{Дж}.$$

Пример 4

Электрическое поле создано тонкой бесконечно длинной нитью, равномерно заряженной с линейной плотностью заряда 20 нКл/м. На расстоянии 40 см от нити находится плоская круглая площадка радиусом 1 см. Определить поток вектора напряженности через площадку, если её плоскость составляет угол 30° с линией напряженности, проходящей через середину площадки.

Дано:
τ = 20 нКл/м = $2\cdot 10^{-8}$ Кл/м
a = 40 см = 0,4 м
R = 1 см=10^{-2} м
$\beta = 30^\circ$

N_E - ?

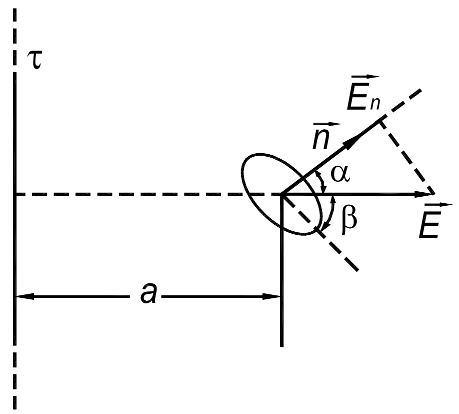

Рис.3

Решение. Поле, создаваемое нитью (очень тонким цилиндром), является неоднородным, так как оно изменяется в пространстве,

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}. \qquad (1)$$

Поэтому поток вектора $\vec{E}$ равен

$$N_E = \int_S E_n dS = \int_S E \cos\alpha dS,$$

где α – угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$ (рис.3). Так как линейные размеры площадки малы по сравнению с расстоянием до нити (a>>R), то E в пределах площадки меняется незначительно. Поэтому значения E и $\cos\alpha$ под знаком интеграла можно заменить их средними значениями $< E >$ и $< \cos\alpha >$ и вынести за знак интеграла

$$N_E = < E >< \cos\alpha > \int_S dS = < E >< \cos\alpha > S$$

где $S = \pi R^2$.

Заменяя $<E>$ и $<\cos\alpha>$ их приближенными значениями E_A и $\cos\alpha_A$, вычисленными для средней точки площадки, получим

$$N_E = E_A S \cos\alpha_A = E_A \pi R^2 \cos\alpha_A . \qquad (2)$$

Из рис.3 следует, что $\cos\alpha_A = \cos(\pi/2 - \beta) = \sin\beta$. С учетом этого формула (2) примет вид

$$N_E = E_A \pi R^2 \sin\beta = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon a}\pi R^2 \sin\beta .$$

Произведя вычисления, с учетом того, что $1/2\pi\varepsilon_0 = 2\cdot 9\cdot 10^9$ м/Ф, получим

$$N_E = 2\cdot 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-8}}{1\cdot 0,4} 0,5\cdot 3,14\cdot(10^{-2})^2 = 0,14 \text{ В}\cdot\text{м}$$

Пример 5

Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов 600 В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной 5 мм и эбонита толщиной 3 мм. Площадь каждой пластины 200 см^2.

Определить: а) напряженность поля, индукцию и падение потенциала в каждом слое; б) электроемкость конденсатора.

Дано:
U = 600 В
$\varepsilon_1 = 7$ *(стекло)*
d_1 = 5 мм = $5 \cdot 10^{-3}$ м
$\varepsilon_2 = 3$ *(эбонит)*
d_2 = 3 мм = $3 \cdot 10^{-3}$ м
S = 200 см^2 = $2 \cdot 10^{-2}$ м^2

E - ? D - ?
U_1 - ? U_2 - ?
C - ?

Решение. При переходе через границу раздела диэлектриков нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ в обоих слоях диэлектриков имеет одинаковые значения $D_{1n} = D_{2n}$.

В конденсаторе силовые линии вектора $\vec{D}$ перпендикулярны к границе раздела диэлектриков, следовательно, $D_{1n} = D_1$ и $D_{2n} = D_2$. Поэтому

$$D_1 = D_2 = D. \qquad (1)$$

Учитывая, что $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, и сокращая на ε_0, из равенства (1) получим

$$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2, \qquad (2)$$

где E_1 и E_2 – напряженности поля в первом и во втором слоях диэлектриков; ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости слоев.

Разность потенциалов между пластинами конденсатора очевидно равна сумме напряжений на слоях диэлектриков

$$U = U_1 + U_2. \qquad (3)$$

В пределах каждого слоя поле однородно, поэтому $U_1 = E_1 d_1$ и $U_2 = E_2 d_2$. С учетом этого равенство (3) примет вид

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2. \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (2) и (4), получим

$$E_1 = \frac{\varepsilon_2 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}, \qquad E_2 = \frac{\varepsilon_1 U}{\varepsilon_2 d_1 + \varepsilon_1 d_2}$$

Произведя вычисления, получим

$$E_1 = \frac{3 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$E_2 = \frac{7 \cdot 600}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 7 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 11{,}7 \cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$U_1 = E_1 d_1 = 5 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 250 \text{ В}; \qquad U_2 = E_2 d_2 = 11{,}7 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} = 350 \text{ В};$$

$$D = D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 7 \cdot 5 \cdot 10^4 = 3{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

Определим электроемкость конденсатора

$$C = q / U, \qquad (5)$$

где $q = \sigma S$ – заряд каждой пластины конденсатора. Учитывая, что поверхностная плотность зарядов σ на пластинах конденсатора численно равна модулю электрического смещения, т.е. $\sigma = D$, получим

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{U} = \frac{DS}{U}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу электроемкости. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений

$$\frac{[D][S]}{[U]} = \frac{\text{Кл/м}^2 \cdot 1\text{м}^2}{1\text{В}} = 1 \text{ Ф}.$$

Произведя вычисления, получим

$$C = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{600} = 103 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 103 \text{ пФ}.$$

Постоянный электрический ток

1.Сила и плотность постоянного тока

$$I = q/t, \quad j = I/S,$$

q – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t, S – площадь поперечного сечения.

2. Закон Ома:

а) $I = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \dfrac{U}{R}$ (для участка цепи, не содержащего ЭДС),

где I – сила постоянного тока; φ_1-φ_2=U – разность потенциалов на концах участка цепи; R – сопротивление участка цепи;

б) $I = \dfrac{\varepsilon}{R + R_0}$ (для замкнутой цепи),

где ε – ЭДС источников тока, R – сопротивление внешней цепи, R_0 – внутреннее сопротивление источника тока.

3. Сопротивление R и проводимость G однородного цилиндрического проводника постоянного диаметра

$$R = \rho\frac{l}{S}, \quad G = \gamma\frac{S}{l},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника, $\gamma = 1/\rho$ – удельная электропроводность; l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения проводника.

5. ЭДС $\varepsilon_б$ и внутреннее сопротивление $R_б$ батареи n одинаковых элементов:

а) $\varepsilon_б = n\varepsilon_0$, $R_б = n\,R_0$ (при последовательном соединении);

б) $\varepsilon_б = \varepsilon_0$, $R_б = R_0/n$ (при параллельном соединении);

где ε_0 – ЭДС и R_0 – внутреннее сопротивление отдельного элемента.

6. Работа и мощность тока

$$A = IUt, \quad P = IU.$$

7. Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2Rt,$$

где Q – количество теплоты, выделяющейся на участке цепи сопротивлением R за время t, когда по проводнику течет ток силой I.

8. Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \gamma\vec{E},$$

где $j = I/S$ – плотность тока в проводнике, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля в проводнике.

9. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

$$w = \gamma E^2,$$

где $w = \dfrac{Q}{Vt}$ – удельная тепловая мощность тока (количество теплоты, выделяющейся в единице объема проводника за единицу времени).

Примеры решения задач

Пример 1

ЭДС батареи аккумуляторов 12 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, 5 А. Определить максимальную мощность, которая может выделиться во внешней цепи.

Дано:

$\varepsilon = 12$ В

$I_{max} = 5$ А

$P_{max} = ?$

Решение. По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0 + R}, \tag{1}$$

где R_0 – внутреннее сопротивление аккумулятора, R – сопротивление внешней цепи (сопротивление нагрузки).

Максимальная сила тока будет при коротком замыкании ($R = 0$).

$$I_{max} = \frac{\varepsilon}{R_0}. \tag{2}$$

Из формулы (2) находим внутреннее сопротивление

$$R_0 = \frac{\varepsilon}{I_{max}}. \tag{3}$$

Мощность, которая выделяется во внешней цепи (полезная мощность),

$$P = I^2 R. \tag{4}$$

С учетом закона Ома (1) получим

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + R_0)^2}. \tag{5}$$

Исследуя функцию (5) на максимум, найдем сопротивление нагрузки, при котором мощность максимальна:

$$\frac{dp}{dR} = \frac{\varepsilon^2 (R - R_0)}{(R + R_0)^3} = 0. \tag{6}$$

Из равенства (6) следует, что

$$R=R_0 \tag{7}$$

Подставив (7) в формулу (5), найдем выражение для максимальной мощности

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{4R_0}. \tag{8}$$

С учетом формулы (3), получим

$$P_{max} = \frac{I_{max}}{4}.$$

Произведя вычисления, получим

$$P_{max} = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15 \text{ Вт.}$$

Пример 2

Сила тока в проводнике сопротивлением 20 Ом равномерно нарастает от 0 до 4 А в течение 2 с. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за первые полторы секунды.

Дано:
R = 20 Ом
I_1 = 0 А, I_2 = 4 А
t_1 = 0, t_2 = 2 с, t_3 = 1,5 с

Q - ?

Решение. Согласно закону Джоуля-Ленца, тепловая мощность, выделяющаяся на сопротивлении R, равна

$$P = I^2R.$$

Количество тепла dQ, выделяющегося за время dt на сопротивлении R, равно

$$dQ = Pdt = I^2Rdt. \tag{1}$$

По условию задачи сила тока равномерно нарастает, т.е. является линейной функцией времени

$$I = at + b. \tag{2}$$

В начальный момент $t_1 = 0$ ток I_1 равен нулю, поэтому в уравнении (2) имеем $b = 0$. Таким образом,

$$I = at. \tag{3}$$

Коэффициент "a" найдем из условия, что $I_2 = 4$ A при $t_2 = 2$ с

$$I_2 = at_2.$$

Откуда получаем

$$a = \frac{I_2}{t_2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ А/с.}$$

Подставляя в формулу (1) выражение (3) и интегрируя по времени от 0 до t_3, найдем количество выделившегося тепла

$$Q = \int_{t_1}^{t_3} I^2 R dt = a^2 R \int_{t_1}^{t_3} t^2 dt = \frac{a^2 R}{3}\left(t_3^{\,3} - t_1^{\,3}\right). \qquad (4)$$

Подставляя в формулу (4) значения входящих в нее параметров, получим

$$Q = \frac{2^2 \cdot 20}{3}\left(1{,}5^3 - 0\right) = 90 \text{ Дж.}$$

Магнитостатика

1. Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

где μ – относительная магнитная проницаемость изотропной среды (в вакууме $\mu = 1$); μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м).

2. Магнитная индукция в центре кругового витка с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового витка, I – сила тока.

Магнитная индукция поля длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – расстояние от оси проводника до точки, в которой определяется магнитная индукция.

3. Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током, (рис.4)

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

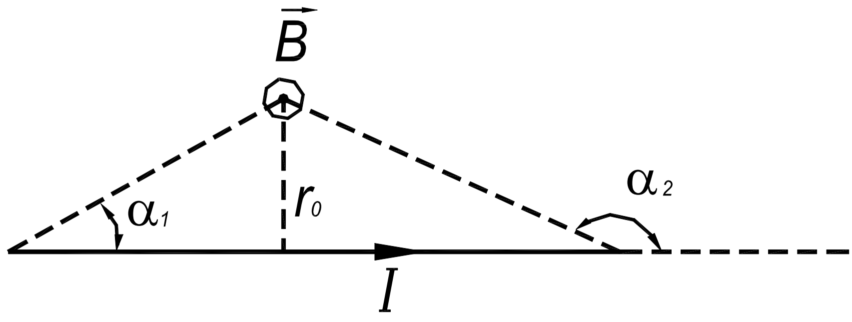

Рис. 4

Обозначения ясны из рисунка. Направление вектора $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости рисунка "к нам".

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется индукция: $\cos\alpha_1 = -\cos\alpha_2 = \cos\alpha$. Тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}\cos\alpha.$$

4. Магнитная индукция поля внутри длинного соленоида с током:
а) в центре соленоида $B = \mu\mu_0 In$,
б) на краю соленоида $B = \mu\mu_0 In/2$,
где $n = N/l$ – число витков, приходящееся на единицу длины (N – число витков соленоида, l – длина соленоида).

5. Закон Ампера:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad dF = IdlB\sin\alpha,$$

где α – угол между направлением тока в элементе проводника и вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

В случае однородного магнитного поля и прямого отрезка проводника длиной l модуль силы Ампера

$$F = IBl\sin\alpha.$$

6. Сила взаимодействия, приходящаяся на единицу длины каждого из двух длинных прямолинейных параллельных проводов с токами I_1 и I_2,

$$F=\frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

где d – расстояние между проводами.

7. Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

8. Вращающий момент, действующий на контур с током в однородном магнитном поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \vec{B}\right] \text{ или } M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

9. Сила (сила Лоренца), действующая на движущийся заряд в магнитном поле,

$$\vec{F} = q\left[\vec{v}\vec{B}\right] \text{ или } F = |q| vB \sin\alpha,$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

10. Магнитный поток

а) через произвольную поверхность S, помещенную в неоднородное поле,

$$\Phi = \int\limits_{(S)} \vec{B} d\vec{S} = \int\limits_{(S)} B_n dS,$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к элементу поверхности dS; $B_n = B\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали $\vec{n}$;
α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$.

б) через плоскую поверхность, помещенную в однородное магнитное поле,

$$A = B_n S = BS\cos\alpha$$

11. Потокосцепление катушки индуктивности (полный магнитный поток)

$$\Psi = N\Phi,$$

где N – число витков катушки, Φ – магнитный поток через один виток.

Формула верна для соленоида и тороида, когда N витков плотно прилегают друг к другу.

12. Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки через контур в начальном и конечном положениях.

Примеры решения задач

Пример 1

По двум бесконечно длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи силой 15 и 10 А. Расстояние между проводами 10 см. Определить магнитную индукцию в точке A (рис. 5), удаленной от первого провода на расстояние r_1 = 10 см и от второго провода на расстояние r_2 = 15 см.

Дано:
I_1 = 15 А
I_2 = 10 А
μ =1
d = 10 см
r_1 = 10 см = 0,1 м
r_2 = 15 см = 0,1 м

B - ?

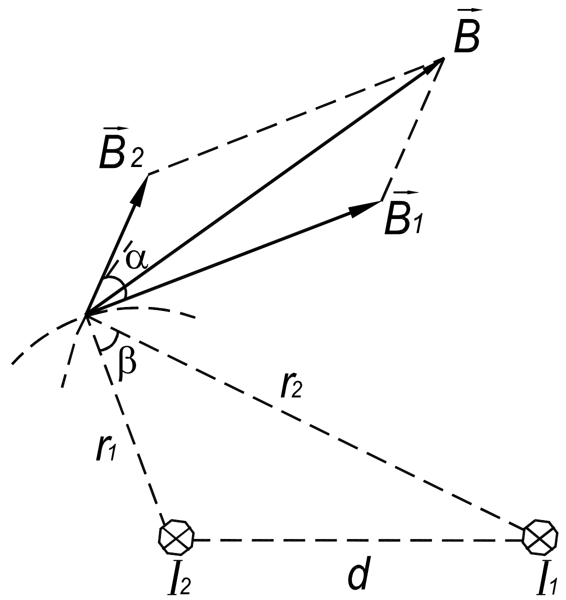

Рис.5

Решение. Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ в точке A равна сумме векторов магнитных индукций полей $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$, созданных каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (1)$$

где $B_1 = \mu\mu_0 I_1/(2\pi r_1)$ и $B_2 = \mu\mu_0 I_2/(2\pi r_2)$. На рис. 5 проводники с токами I_1 и I_2 перпендикулярны плоскости чертежа (токи направлены от наблюдателя). Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ изображены на рисунке так, что их направление связано с направлением соответствующих токов правилом правого винта. Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в точке A направлены по касательной к силовым линиям.

Модуль вектора $\vec{B}$ на основании теоремы косинусов равен

$$B = \left(B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha \right)^{1/2}, \qquad (2)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$. Из рис. 5 видно, что углы α и β равны как углы с соответственно перпендикулярными сторонами. Из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d по теореме косинусов находим $\cos\alpha$:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2},$$

Вычислим отдельно:

$$\cos\alpha = \cos\beta = \frac{10^2 + 15^2 - 10^2}{2 \cdot 10 \cdot 15} \approx 0{,}75.$$

Подставляя выражения для B_1 и B_2 в формулу (2) и вынося $\mu\mu_0/(2\pi)$ за знак корня, получаем:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{2I_1 I_2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\,.$$

Произведем вычисления:

$$B = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{15^2}{(10^{-1})^2} + \frac{10^2}{(1{,}5 \cdot 10^{-1})^2} + \frac{2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 0{,}75}{10^{-1} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-1}}} = 4{,}1 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}.$$

Пример 2

По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами 8 см и 12 см, течет ток силой 5 А. Определить магнитную индукцию в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

Дано:

a = 8 см; b = 12 см;

I = 5 А;

μ = 1

B = ?

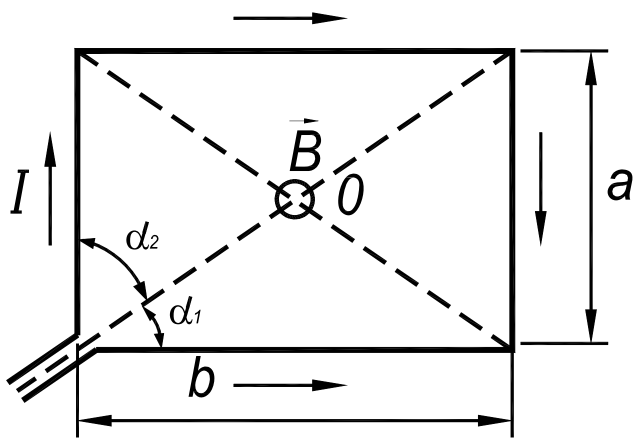

Рис. 6

Решение. Согласно принципу суперпозиции магнитных полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4,$$

где B_1, B_2, B_3, B_4 – магнитные индукции полей, создаваемых токами, протекающими по каждой стороне прямоугольника (рис. 6).

В точке 0 пересечения диагоналей все векторы индукции $\vec{B}_i$ направлены перпендикулярно плоскости прямоугольника. Кроме того, из соображений симметрии следует, что B_1=B_3 и B_2=B_4 . Поэтому векторное равенство (1) заменим скалярным:

$$B=2B_1+2B_2,$$

где B_1 и B_2 – индукции магнитных полей, создаваемых соответственно токами, текущими по проводникам со сторонами длиной b и a.

Используя формулу для магнитной индукции поля, создаваемого отрезком прямого проводника с током,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2p}\frac{I}{r_0}\cos\alpha,$$

получим

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I}{a/2}\cos\alpha_1, \qquad B_2 = \frac{\mu\mu_0}{2p}\frac{I}{b/2}\cos\alpha_2. \qquad (3)$$

Из рис. 6 следует, что

$$\cos\alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \qquad \text{и} \qquad \cos\alpha_2 = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}. \tag{4}$$

Подставив формулы (3) и (4) в равенство (2), после алгебраических преобразований получим

$$B = \frac{2\mu\mu_0 I}{\pi\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right) = \frac{2\mu\mu_0 I\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу магнитной индукции. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$$\frac{\mu_0[\sqrt{a^2}][I]}{[a][b]} = \frac{1\text{Гн/м}\cdot 1\text{м}\cdot 1\text{А}}{1\text{м}\cdot 1\text{м}} = \frac{1\text{Гн}\cdot 1\text{А}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{Вб}}{1\text{м}^2} = \frac{1\text{Тл}\cdot 1\text{м}^2}{1\text{м}^2} = 1\text{Тл}.$$

$$B = \frac{2\cdot 1\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 5\sqrt{\left(8\cdot 10^{-2}\right)^2+\left(1{,}2\cdot 10^{-1}\right)^2}}{3{,}14\cdot 8\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}2\cdot 10^{-1}} = 6\cdot 10^{-5}\ \text{Тл} = 60\ \text{мкТл}.$$

Пример 3

Виток радиусом 3 см, по которому течёт ток силой 5 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте витка на угол 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром витка. Считать, что при повороте витка сила тока в нем поддерживается постоянной.

Дано:
R = 3 см = $3\cdot 10^{-2}$м
I = 5 А = const
B = 20 мТл = $2\cdot 10^{-2}$Тл
$\alpha = \dfrac{\pi}{2}$

A=?

Решение. На виток с током, помещённый в магнитное поле, действует вращающий момент $M = p_m B\sin\alpha$, где $p_m = IS = I\pi R^2$ – магнитный момент витка; α – угол между векторами $\overrightarrow{p_m}$ и $\vec{B}$. В начальном положении согласно условию задачи виток свободно установился в магнитном поле, следовательно, $\overrightarrow{p_m}$ и $\vec{B}$ совпадают по направлению, т. е. $\alpha = 0$ и $M = 0$. Чтобы повернуть виток на некоторый угол α, внешние силы должны совершить работу против момента сил Ампера, так как он стремится возвратить виток в исходное положение. Так как момент сил переменный и зависит от угла поворота α, то

$$dA = Md\alpha \text{ или } dA = p_m B \sin\alpha \, d\alpha = I\pi R^2 B \sin\alpha \, d\alpha .$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдём работу, совершаемую при повороте витка на конечный угол:

$$A = I\pi R^2 B \int_{б_1}^{б_2} \sin\alpha d\alpha = Ip \cdot R^2 B\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

Так как $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi / 2$, то

$$A = I\pi R^2 B .$$

Проверим, даёт ли расчётная формула единицу работы. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$$[I][R^2][B] = 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2 \cdot 1\text{Тл} = 1\text{А} \cdot 1\text{м}^2 \frac{1\text{Н}}{1\text{м/с} \cdot 1\text{Кл}} =$$

$$= 1\text{Н} \cdot 1\text{м} \frac{1\text{А} \cdot 1\text{с}}{1\text{Кл}} = 1\text{Н} \cdot 1\text{м} = 1\text{Дж}.$$

Произведём вычисления:

$$A = 5 \cdot 3{,}14 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 2{,}83 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Задачу можно решить и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна

$$A = I\left(\Phi_1 - \Phi_2\right),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения, Φ_2 – то же после перемещения.

С учётом того, что в однородном магнитном поле $\varPhi = BS\cos\alpha$, получим $\varPhi_1 = BS\cos 0 = BS$ и $\varPhi_2 = BS\cos 90^0 = 0$. Следовательно, $A = IBS = IB\pi R^2$, что совпадает с (2).

Пример 4

Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 200 В, попал в однородное магнитное поле с индукцией 5 мТл. Вектор скорости направлен под углом 60^o к линиям индукции (рис.7). Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

Дано:

$U = 200$ В

$B = 5$мТл $= 5\cdot 10^{-3}$ Тл

$\alpha = 60^o$

$m = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг

$q = -e = -1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл

$R = ?\ h = ?$

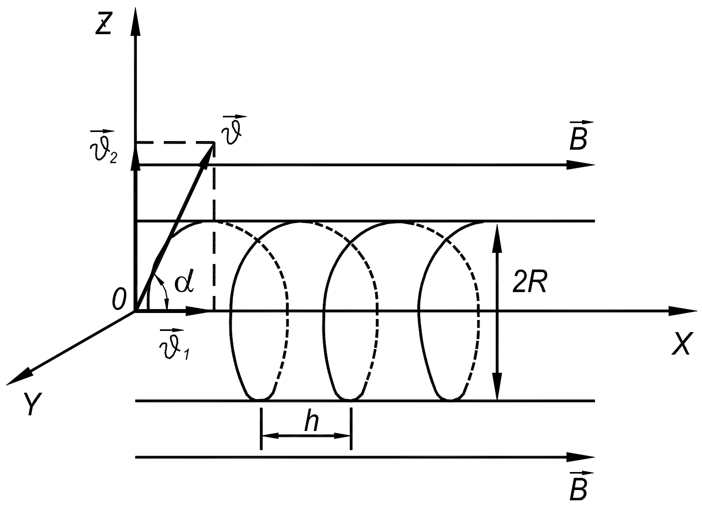

Рис. 7

Решение. На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\vec{F} = -e\left[\vec{\upsilon}\vec{B}\right] \text{ или } F = ex\cdot B\sin\alpha \qquad (1)$$

Кинетическую энергию $W = mx^2/2$ электрон приобретает за счет работы A сил электрического поля $(A = eU)$, поэтому имеем $mx^2/2 = eU$. Отсюда

$$x = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \qquad (2)$$

Разложим вектор скорости $\vec{\upsilon}$ на две оставляющие $\vec{\upsilon_1}$ и $\vec{\upsilon_2}$. Вектор $\vec{\upsilon_1}$ направлен по линиям индукции; $\vec{\upsilon_2}$ – перпендикулярно им. Тогда

$$\vec{F} = -e\left[(\vec{x_1} + \vec{x_2})\vec{B}\right] = -e\left[\vec{x_2}\vec{B}\right] \quad \text{или} \quad F = ex_2 B, \qquad (3)$$

так как $\left[\vec{x_1}\vec{B}\right] = 0.$

Составляющая скорости $\vec{\upsilon_1}$ не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Составляющая скорости $\vec{\upsilon_2}$ изменяется по направлению, так как сила $\vec{F}$, расположенная в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = x_2^2/R$. Следовательно, электрон участвует в двух движениях: равномерном вдоль оси OX со скоростью $x_1 = x\cos\alpha$ и равномерном по окружности в плоскости ZOY со скоростью $x_2 = x\sin\alpha$, то есть будет двигаться по винтовой линии.

Так как сила Лоренца $\vec{F}$ сообщает электрону нормальное ускорение a_n, то по второму закону Ньютона имеем:

$$F = ma_n \text{ или } ex_2B = \frac{mx_2^2}{R}.$$

Отсюда радиус винтовой линии

$$R = \frac{mx_2}{eB} = \frac{mx\sin\alpha}{eB}. \tag{4}$$

Учитывая формулу (2), получаем

$$R = \frac{m\sin\alpha}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{\sin\alpha}{m}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Шаг винтовой линии (смещение вдоль оси ОХ за время Т одного оборота)

$$h = x_1T = x\cos\alpha T,$$

где $T = 2\pi R/x_2$ – период вращения электрона.

Учитывая формулу (4), получаем

$$T = \frac{2\pi m}{eB}.$$

Следовательно, шаг винтовой линии равен

$$h = \frac{x\cos\alpha 2\pi m}{eB} \tag{5}$$

Подставив в выражение (5) формулу для скорости (2), получим

$$h = \frac{2\pi\cos\alpha}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

Произведем вычисления:

$$R = \frac{0{,}5}{5\cdot10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot200}{1{,}6\cdot10^{-19}}} = 4.77\cdot10^{-3}\,\text{м};$$

$$h = \frac{2\cdot3{,}14\cdot0{,}865}{5\cdot10^{-3}}\sqrt{\frac{2\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\cdot200}{1{,}6\cdot10^{-19}}} = 5{,}2\cdot10^{-2}\,\text{м}.$$

Электромагнитная индукция

1.Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея):
мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt};$$

среднее значение ЭДС индукции

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{\Delta\psi}{\Delta t}.$$

2.Разность потенциалов на концах прямого проводника, движущегося со скоростью υ в однородном магнитном поле

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = Bl\upsilon\sin\alpha,$$

где l – длина проводника, α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

3. Индуктивность контура

$$L = \frac{\Psi}{I}.$$

4. Мгновенное значение ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt};$$

среднее значение ЭДС самоиндукции

$$\langle \varepsilon_s \rangle = L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

5.Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = N / l$ – число витков N, приходящееся на единицу длины l соленоида, V – объем соленоида.

6. Энергия магнитного поля контура с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

7. Объемная плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Для однородного поля:

$$w = \frac{W}{V}.$$

Пример 1

В центре плоской круговой рамки, состоящей из 50 витков радиусом 20 см, находится маленькая рамка, состоящая из 100 витков площадью

1 см^2. Маленькая рамка вращается вокруг одного из диаметров большой рамки с постоянной угловой скоростью 300 рад/с. Найти максимальное значение ЭДС индукции, если в обмотке рамки течет ток силой 10 А.

Дано:
$N_1 = 50$
$N_2 = 100$
$R = 20$ см $= 0{,}2$ м
$S = 1$ см$^2 = 10^{-4}$ м^2
$\omega = 300$ рад/с
$I = 10$ А

$\varepsilon_{imax} = ?$

Решение. При вращении маленькой рамки непрерывно изменяется угол α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости рамки и, следовательно, изменяется магнитный поток Φ, пронизывающий маленькую рамку. В рамке возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой, по закону Фарадея, равно

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N_2\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (1)$$

где $\Psi = N_2\Phi$ – потокосцепление.

Так как размеры маленькой рамки малы по сравнению с размерами большой рамки, то поле в пределах маленькой рамки можно считать однородным. Магнитную индукцию B этого поля можно выразить через индукцию поля в центре рамки

$$B = N_1\mu\mu_0\frac{I}{2R}. \qquad (2)$$

Для однородного поля магнитный поток, пронизывающий маленькую рамку, равен $\Phi = BS\cos\alpha$. С учетом того, что при вращении рамки с постоянной угловой скоростью мгновенное значение угла $\alpha = \omega t$, получим

$$\Phi = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t.$$

Подставив в формулу (1) выражение для Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = N_2BS\omega\sin\omega t.$$

Максимальное значение ЭДС индукции равно

$$\varepsilon_{imax} = N_2BS\omega.$$

Учитывая формулу (2), получим

$$\varepsilon_{i\,max} = N_1N_2\mu\mu_0\frac{I}{2R}S\omega.$$

Произведя вычисления, получим

$$\varepsilon_{i\,max} = 50 \cdot 100 \cdot 1.4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \frac{10}{2 \cdot 0{,}2} 10^{-4} \cdot 300 = 4{,}7 \cdot 10^{-3}\,B.$$

Пример 2

Контур в виде квадрата со стороной 10 см находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 мТл, причем его плоскость составляет угол 60° с силовыми линиями поля. Какой заряд протечет по контуру при выключении магнитного поля? Сопротивление контура 1 мОм.

Дано:
a = 10 см = 10^{-1} м
B = 0,5 мТл = $5 \cdot 10^{-4}$ Тл
$\beta = 60°$
R = 1 мОм = $1 \cdot 10^{-3}$ Ом.

q = ?

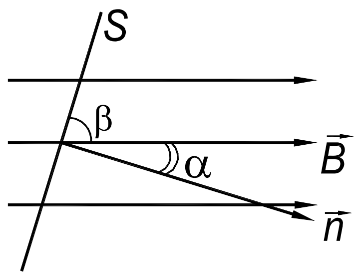

Рис.8

Решение. При выключении магнитного поля магнитный поток Φ, пронизывающий контур, меняется. В контуре возникает ЭДС индукции, мгновенное значение которой по закону Фарадея равно

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Мгновенное значение силы индукционного тока определяется по закону Ома

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}.$$

За время dt по контуру протечет заряд

$$dq = Idt = -\frac{1}{R} d\Phi.$$

Проинтегрировав это выражение, найдем полный заряд

$$q = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_1 - \Phi_2).$$

Для однородного магнитного поля начальный магнитный поток равен

$$\Phi_1 = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости контура (рис.8), $S = a^2$ – площадь контура.

Из рис. 8 видно, что $\alpha = 90^{o} - \beta$. Следовательно, $\cos\alpha = \sin\beta$. Конечный магнитный поток $\Phi_2 = 0$.

Таким образом,

$$q = \frac{BS\sin\beta}{R} = \frac{Ba^2\sin\beta}{R}.$$

Произведя вычисления, получим

$$q = \frac{5\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}1^2\sqrt{3}}{2\cdot 1\cdot 10^{-3}} = 4{,}3\cdot 10^{-3}\ \text{Кл}.$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу заряда. Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы измерений:

$[q] = \dfrac{[B][a]^2}{[R]} = \dfrac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{Ом}}$. Но из закона Ампера $\text{Тл} = \dfrac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}$, а из закона Ома $[R] = \dfrac{B}{A}$. Таким образом $\dfrac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{Ом}} = \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\dfrac{\text{В}}{\text{А}}} = \dfrac{\text{Дж}}{\text{В}}$. Из определения потенциала $\dfrac{\text{Дж}}{\text{В}} = \text{Кл}$.

Пример 3

Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит 1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока 4 А магнитный поток равен 4 мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию его магнитного поля.

Дано:
$N = 1200$
$I = 4$ А
$\Phi = 4$ мкВб $= 4\cdot 10^{-6}$ Вб

L - ? W - ?

Решение. Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением

$$\Psi = LI. \qquad (1)$$

В свою очередь, потокосцепление можно найти через поток Φ и число витков N (когда витки плотно прилегают друг к другу)

$$\Psi = N\Phi. \qquad (2)$$

Из формул (1) и (2) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I} \ . \qquad (3)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2} L I^2 .$$

Выразив L согласно (3), получим

$$W = \frac{1}{2} N \Phi I .$$

Подставим в формулы значения физических величин и произведем вычисления:

$$L = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1{,}8 \cdot 10^{-3}\,\text{Гн} = 1{,}8\ \text{мГн};$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4 = 1{,}44 \cdot 10^{-2}\ \text{Дж} = 14{,}4\ \text{мДж}.$$

Проверим размерность для энергии магнитного поля

$$[W] = [\Phi] \cdot [I] = \text{Вб} \cdot \text{А} = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А}.$$

Из выражения для силы Ампера $F = IBl\sin\alpha$, получим

$$[B] = \frac{[F]}{[\text{I}] \cdot [l]}, \qquad \text{т.е.} \qquad \text{Тл} = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}.$$

Таким образом $\text{Тл} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} = \dfrac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{А} = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$

2.3. Задание на контрольную работу №3

301. Три одинаковых точечных заряда 50 нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной 6 см. Найти силу, действующую на один из зарядов со стороны двух остальных.

302. На продолжении оси тонкого прямого стержня, равномерно заряженного с линейной плотностью заряда 400 нКл/см, на расстоянии 30 см от конца стержня находится точечный заряд 20 мкКл. Второй конец стержня уходит в бесконечность. Определить силу взаимодействия стержня и точечного заряда.

303. Четыре одинаковых точечных заряда 20 нКл закреплены в вершинах квадрата со стороной 10 см. Найти силу, действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

304. На продолжении оси тонкого прямого равномерно заряженного стержня длиной 20 см на расстоянии 10 см от его ближайшего конца находится точечный заряд 10 нКл. Определить линейную плотность заряда на стержне, если сила взаимодействия стержня и точечного заряда 6 мкН.

305.Поверхностная плотность заряда бесконечно протяженной вертикальной плоскости 200 мкКл/м^2. К плоскости на нити подвешен заряженный шарик массой 15 г. Определить заряд шарика, если нить образует с плоскостью угол 30^o.

306. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии 10 см друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями 0,4 и –0,3 нКл/см. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первой нити на расстояние 6 см и от второй – на расстояние 8 см.

307. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 10 см находятся одинаковые точечные заряды величиной 5 нКл. Найти напряженность и потенциал электростатического поля в центре шестиугольника.

308. Определить напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого зарядом –3 нКл, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню длиной 10 см, в точке лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии 10 см от его конца.

309. Две концентрические металлические заряженные сферы радиусами 5 и 10 см несут соответственно заряды 3 и –1нКл. Найти напряженность и потенциал электростатического поля в точках, лежащих от центра сфер на расстояниях 3, 6 и 12 см. Построить график зависимости напряженности и потенциала от расстояния.

310. Два точечных заряда величиной 1 и –1 нКл находятся на расстоянии 2 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал электростатического поля в точке, удаленной от первого и второго заряда на расстояние 3 см.

311. Электростатическое поле создается двумя бесконечными параллельными плоскостями, равномерно заряженными с поверхностными плотностями заряда 0,3 и 0,7 мкКл/м^2 . Определить напряженность поля между пластинами и вне пластин. Найти разность потенциалов между пластинами, если расстояние между ними 4 см. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

312. Решить предыдущую задачу при условии, что заряд второй пластины отрицательный.

313. На расстоянии 2 см от бесконечно длинной равномерно заряженной нити находится точечный заряд 0,4 нКл. Под действием сил поля заряд переместился до расстояния 4 см; при этом совершается работа 0,5 мкДж. Найти линейную плотность заряда нити.

314. Определить работу сил электростатического поля при перемещении точечного заряда –20 нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии 4 см от поверхности сферы радиусом 1 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда 3 нКл/см^2.

315. Под действием сил электростатического поля точечный заряд переместился из точки, находящейся на расстоянии 8 см от бесконечно длинной равномерно заряженной нити в точку, находящуюся на расстоянии 2 см; при этом совершается работа 52 мкДж. Найти величину заряда, если линейная плотность заряда нити 50 нКл/см.

316. Протон влетел в однородное электрическое поле с напряженностью 300 В/см в направлении силовых линий со скоростью 100 км/с. Какой путь должен пройти протон, чтобы его скорость удвоилась?

317. В центре сферы радиусом 30 см находится точечный заряд 10 нКл. Определить поток напряженности через часть сферической поверхности площадью 20 см^2.

318. Прямоугольная плоская площадка со сторонами 3 и 2 см находится на расстоянии 1 м от точечного заряда 2 мкКл. Площадка ориентирована так, что линии напряженности составляют угол 30^0 с ее поверхностью. Найти поток напряженности через эту площадку.

319. На некотором расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда 0,5 нКл /см^2 расположена круглая пластинка так, что её плоскость составляет угол 30^o с силовыми линиями электрического поля. Определить поток напряженности и электрического смещения (индукции) через пластинку, если её радиус 10 см.

320. Бесконечная плоскость, равномерно заряженная с поверхностной плотностью заряда 5 нКл/см^2, пересекает сферу по диаметру. Найти поток электрического смещения через сферическую поверхность, если диаметр сферы 4 см.

321. Конденсатор электроёмкостью 0.5 мкФ был заряжен до напряжения 350 В. После того как его соединили параллельно со вторым конденсатором, заряженным до напряжения 500 В, напряжение на нем изменилось до 400 В. Вычислить электроемкость второго конденсатора.

322. Коаксиальный электрический кабель состоит из центральной жилы радиусом 1 см и цилиндрической оболочки радиусом 1,5 см, между

которыми находится изоляция. Вывести формулу для емкости такого кабеля и вычислить электроемкость кабеля длиной 10 м, если изоляционным материалом служит резина.

323. Сферический конденсатор состоит из двух тонких концентрических сферических оболочек радиусом 1,5 и 3 см. В пространстве между оболочками находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 3,2. Вывести формулу для электроёмкости такого конденсатора и вычислить его электроемкость.

324. Определить поверхностную плотность зарядов на пластинах плоского слюдяного конденсатора, заряженного до разности потенциалов 100 В, если расстояние между его пластинами 0,3 мм.

325. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 100 см^2 заряжен до разности потенциалов 300 В. Определить поверхностную плотность заряда на пластинах, электроёмкость и энергию поля конденсатора, если напряженность поля в зазоре между пластинами 60 кВ/м.

326. Плоский слюдяной конденсатор, заряженный до разности потенциалов 600 В, обладает энергией 40 мкДж. Площадь пластин составляет 100 см^2. Определить расстояние между пластинами, напряженность и объёмную плотность энергии электрического поля конденсатора.

327. Плоский конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В. Расстояние между пластинами 5 мм, диэлектрик – стекло. Определить напряженность поля в стекле, поверхностную плотность заряда на пластинах и поверхностную плотность связанных поляризационных зарядов на стекле.

328. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено трансформаторным маслом. Расстояние между пластинами 3 мм. Какое напряжение надо подать на пластины этого конденсатора, чтобы поверхностная плотность связанных поляризационных зарядов на масле была 0,62 нКл/см^2?

329. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: слоем слюды толщиной 0,2 мм и слоем парафинированной бумаги толщиной 0,1 мм. Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев, если разность потенциалов между обкладками конденсатора 220 В.

330. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого 400 см^2, заполнен двумя слоями диэлектрика: слоем парафинированной бумаги толщиной 0,2 см и слоем стекла толщиной 0,3 см. Определить разность потенциалов для каждого слоя и электроёмкость конденсатора, если разность потенциалов между его обкладками 600 В.

331. При каком внешнем сопротивлении потребляемая мощность будет максимальна, если два одинаковых источника с ЭДС 6 В и внутренним сопротивлением 1 Ом каждый соединены последовательно? Чему равна эта мощность?

332. Решить предыдущую задачу для случая, когда источники тока соединены параллельно?

333. ЭДС аккумулятора автомобиля 12 В. При силе тока 3 А его КПД 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора.

334. Два одинаковых источника тока соединены в одном случае последовательно, в другом – параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление 1 Ом. При каком внутреннем сопротивлении источника тока сила тока во внешней цепи будет в обоих случаях одинакова?

335. В проводнике за время 10 с при равномерном возрастании силы тока от 0 до 2 А выделилось количество теплоты 6 кДж. Найти сопротивление проводника.

336. При замыкании аккумуляторной батареи на резистор сопротивлением 9 Ом в цепи идет ток силой 1 А. Сила тока короткого замыкания равна 10 А. Какую наибольшую полезную мощность может дать батарея?

337. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения за 20 с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты 4 кДж. Определить скорость нарастания тока в проводнике, если его сопротивление 6 Ом.

338. По алюминиевому проводу сечением 0,2 мм^2 течет ток силой 0,3 А. Определить силу, действующую на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

339. В медном проводнике площадью поперечного сечения 4 мм^2 и длиной 6 м ежеминутно выделяется количество теплоты 18 Дж. Вычислить напряженность электрического поля, плотность и силу электрического тока в проводнике.

340. Сила тока в проводнике сопротивлением 8 Ом за время 10 секунд равномерно возрастает от нуля до 12 А. Определить количество теплоты, выделившейся за это время в проводнике.

341. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу, по проводу идет ток силой 3 А. Найти радиус витка, если напряженность магнитного поля в центре витка 20 А/м.

342. По двум одинаковым круговым виткам радиусом 6 см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой 3 А. Найти напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков.

343. По двум бесконечно длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 10 см друг от друга в воздухе, текут в одном

направлении токи силой 20 и 30 А. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на прямой, соединяющей оба провода, и находящейся на расстоянии 2 см от первого провода.

344. Решить предыдущую задачу при условии, что токи в проводниках текут в противоположных направлениях.

345. По двум длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 4 см в воздухе, текут в одном направлении одинаковые токи силой 5 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние 4 см.

346.Определить индукцию и напряженность магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной 8 см, если по рамке проходит ток силой 3 А.

347. По двум тонким длинным параллельным проводам, расстояние между которыми 10 см, текут в одном направлении токи силой 3 и 2 А. Определить индукцию и напряженность магнитного поля в точке, удаленной на расстояние 6 см от первого провода и на расстояние 8 см от второго провода, если провода находятся в воздухе.

348. Бесконечно длинный прямой проводник согнут под прямым углом. По проводнику течет ток силой 2 А. Найти напряженность и магнитную индукцию в точке, расположенной на биссектрисе угла на расстоянии 5 см от сторон проводника.

349. По проводу, согнутому в виде правильного шестиугольника с длиной стороны 10 см течет ток силой 5 А. Найти напряженность и магнитную индукцию в центре шестиугольника.

350. Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом. Расстояние между проводами равно 10 см. По проводам текут одинаковые токи силой 10 А. Найти индукцию и напряженность магнитного поля в точке, находящейся на середине расстояния между проводами.

351. Прямой провод согнут в виде квадрата со стороной 8 см. Какой силы ток надо пропустить по проводнику, чтобы напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей была 20 А/м?

352. Сила взаимодействия двух параллельных проводов, по которым текут одинаковые токи, равна 1 мН. Найти силу тока в проводах, если расстояние между ними 1 см, а длина каждого провода 1 м.

353. В однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл находится прямоугольная рамка длиной 6 см и шириной 2 см, содержащая 100 витков проволоки. Сила тока в рамке 1 А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определить магнитный момент рамки и механический вращающий момент, действующий на рамку.

354. Каким образом надо расположить прямой алюминиевый проводник в однородном горизонтальном магнитном поле с индукцией 50 мТл и какой силы ток надо пропустить по нему, чтобы он находился в

равновесии. Радиус проводника 1 мм и плотность алюминия $2{,}7\cdot10^3$ кг/м^3?

355. Контур из провода, изогнутый в виде квадрата со стороной 5 см, расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с силой тока 4 А так, что его две стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре 0,2 А. Определить силу, действующую на контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии 5 см.

356. Незакрепленный прямой проводник массой 1 г и длиной 8 см, по которому течет ток, находится в равновесии в горизонтальном магнитном поле с напряженностью 100 кА/м. Определить силу тока в проводнике, если он перпендикулярен линиям индукции поля.

357. Проволочный виток радиусом 10 см, по которому течет ток силой 2 А, величина которого поддерживается неизменной, свободно установился в однородном магнитном поле. При повороте витка относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол 60^0 была совершена работа 20 мкДж. Найти напряженность магнитного поля.

358. Проводник, согнутый в виде квадрата со стороной 8 см лежит на столе. Квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянули в линию. Определить совершенную при этом работу. Сила тока 0,5 А в проводнике поддерживается неизменной. Вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли 40 А/м.

359. Проволочное кольцо радиусом 10 см, по которому течет ток силой 1 А, свободно установилось в однородном магнитном поле с индукцией 0,04 Тл. При повороте контура относительно оси лежащей в плоскости кольца, на некоторый угол была совершена работа 0,157 мДж. Найти угол поворота контура. Считать, что сила тока в контуре поддерживается неизменной.

360. Проволочное кольцо радиусом 5 см лежит на столе. По кольцу течет ток, силой 0,2 А. Поддерживая силу тока неизменной, кольцо перевернули с одной стороны на другую. Какая работа была совершена при этом? Вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли принять равной 40 А/м.

361. В однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл равномерно движется прямой проводник длиной 25 см, по которому течет ток силой 0,3 А. Скорость проводника 15 см/с и направлена перпендикулярно силовым линиям поля. Найти работу перемещения проводника за 5 с и мощность, затраченную на перемещение.

362. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

363. Протон и электрон, двигаясь с одинаковыми скоростями, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

364. Электрон, ускоренный электрическим полем с разностью потенциалов 300 В, влетает перпендикулярно силовым линия в однородное магнитное поле и движется по окружности радиусом 10 см. Определить индукцию магнитного поля и период обращения электрона по окружности.

365. Электрон, двигаясь со скоростью 4 Мм/с, влетает под углом 60^o к силовым линиям однородного магнитного поля с индукцией 1 мТл. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон в магнитном поле.

366. В однородном магнитном поле с индукцией 0,1Тл влетает перпендикулярно силовым линиям α - частица с кинетической энергией 400 эВ. Найти силу, действующую на α - частицу, радиус окружности, по которой движется α - частица, и период обращения α - частицы.

367. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом 60^o к силовым линиям и движется по винтовой линии, радиус которой 1,5 см, индукция магнитного поля 10 мТл. Найти кинетическую энергию протона.

368. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией 0,02 Тл возбуждено электрическое поле с напряженностью 20 кВ/м. Перпендикулярно обоим полям прямолинейно движется заряженная частица. Определить скорость частицы.

369. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл движется протон. Траектория его движения представляет винтовую линию с радиусом 10 см и шагом 60 см. Определить скорость протона.

370. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции движется прямой проводник длиной 60 см. Определить силу Лоренца, действующую на свободный электрон в проводнике, если на его концах возникает разность потенциалов 20 мкВ.

371. Индукция магнитного поля между полюсами двухполюсного генератора 0,8 Тл. Ротор имеет 100 витков площадью 400 $см^2$. Определить частоту вращения ротора, если максимальное значение ЭДС индукции 200 В ?

372. В однородном магнитном поле с индукцией 10 мТл равномерно с частотой 5 оборотов в секунду вращается стержень длиной 40 см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции магнитного поля, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

373. Какой силы ток течет через гальванометр, присоединенный к железнодорожным рельсам, расстояние между которыми 152 см, когда к

нему со скоростью 72 км/ч приближается поезд? Вертикальную составляющую индукции магнитного поля Земли принять равной 50 мкТл; сопротивление гальванометра 50 Ом.

374. Катушка из 100 витков площадью 15 см^2 вращается в однородном магнитном поле с частотой 5 оборотов в секунду. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и силовым линиям поля. Определить индукцию магнитного поля, если максимальное значение ЭДС индукции, возникающей в катушке, равно 0,25 В.

375. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд 50 мкКл. Определить изменение магнитного потока через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра 10 Ом.

376. Тонкий провод сопротивлением 0,2 Ом согнут в виде квадрата со стороной 10 см и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле с индукцией 4 мТл так, что его плоскость перпендикулярна силовым линиям поля. Определить заряд, который протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

377. Рамка из провода сопротивлением 0,06 Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией 4 мТл. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки 100 см^2.Определить заряд, который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45^o; 2) от 45^o до90^o.

378. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от 0 до 5 А за 10 с, при этом в соленоиде возникает магнитное поле с энергией 100 мДж. Определить среднюю ЭДС самоиндукции, возникающую в соленоиде.

379. Соленоид длиной 30 см и площадью поперечного сечения 10 см^2 с сердечником из немагнитного материала (μ=1) содержит 600 витков. Определить индуктивность соленоида и среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей при выключении тока в соленоиде, если сила тока уменьшается от 0,8 А до 0 за время 150 мкс.

380. Соленоид сечением 20 см^2 и длиной 40 см с сердечником из немагнитного материала (μ=1) содержит 800 витков. Найти индуктивность соленоида, полный магнитный поток, сцепленный с соленоидом, и энергию магнитного поля, если по виткам течет ток силой 2 А.

3. Контрольная работа №4 «Колебания и волны»

3.1. Методические указания к выполнению контрольной работы №4

В контрольную работу 4 включены задачи по темам: "Механические колебания", "Электромагнитные колебания ", "Механические и электромагнитные волны", "Интерференция", "Дифракция", "Поляризация света".

Тема "Механические колебания" представлена задачами по расчету гармонических колебаний с определением их основных характеристик.

Задачи по теме "Электромагнитные колебания " решаются с применением формулы Томсона для электромагнитного колебательного контура.

По теме "Механические и электромагнитные волны" в контрольную работу включены задачи по расчету характеристик механических упругих волн, а также электромагнитных волн.

Темы "Интерференция", "Дифракция" и "Поляризация света" затрагивают основные законы волновой теории света.

Задачи 401 … 414 относятся к теме "Механические колебания". Для решения этих задач необходимо изучить тему "Механические колебания" по учебникам [1], с. 255…260, 255…260, 263…267 или [2], с. 358…363, 365…370.

Задачи 421 … 434 относятся к теме "Электромагнитные колебания ". Приступая к решению этих задач необходимо ознакомиться с данной темой по учебникам [1], с. 261…263, 267…276 или [2], с. 363…365, 371…384.

Задачи 415 … 420, 435…440 относятся к теме "Механические и электромагнитные волны". Для решения этих задач необходимо ознакомиться с конкретными физическими понятиями, законами или формулами данной темы по учебникам [1], с. 284…289, 297…301 или [2], с. 385…412.

Задачи 441…480 относятся к теме "Интерференция", "Дифракция" и "Поляризация света". Приступая к решению этих задач необходимо ознакомиться с данной темой по учебникам [1], с. 316…331, 332…347, 355…367 или [2], с. 420…452, 465…476.

Перед выполнением контрольной работы необходимо проработать материал соответствующих разделов рекомендованной литературы, разобрать примеры решения типовых задач из руководства к решению задач [3] и решить ряд задач из задачников по физике [3,5].

Таблица 4

Вариант	Номера задач							
0	401	411	421	431	441	451	461	471
1	402	412	422	432	442	452	462	472
2	403	413	423	433	443	453	463	473
3	404	414	424	434	444	454	464	474
4	405	415	425	435	445	455	465	475
5	406	416	426	436	446	456	466	476
6	407	417	427	437	447	457	467	477
7	408	418	428	438	448	458	468	478
8	409	419	429	439	449	459	469	479
9	410	420	430	440	450	460	470	480

3.2.Основные законы, формулы, примеры решения задач

1. а) Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение от положения равновесия; A – амплитуда колебаний; $(\omega t+ \varphi)$ – фаза; φ – начальная фаза; ω – круговая частота.

б) Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания

$$\upsilon = - A\,\omega\sin(\omega t + \varphi),$$
$$a = - A\,\omega^2\cos(\omega t + \varphi).$$

2. Период колебаний:

а) тела, подвешенного на пружине

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\kappa}},$$

где m – масса тела; κ – жесткость пружины;

б) математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}},$$

где ℓ – длина маятника; g – ускорение свободного падения;

в) физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}},$$

где J – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; a – расстояние от центра тяжести маятника до оси колебаний; $L = J/ma$ – приведенная длина физического маятника.

3. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 \cdot A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)},$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

4. Траектория точки, участвуюшей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ($x_1 = A_1 \cos\omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi)$)

а) $y = (A_2 / A_1)x$ (если разность фаз $\varphi = 0$);

б) $y = -(A_2 / A_1)x$ (если разность фаз $\varphi = \pm\pi$);

в) $x^2 / A_1^2 + y^2 / A_2^2 = 1$ (если разность фаз $\varphi = \pm\pi/2$).

5. Уравнение плоской бегущей волны

$$y = A \cos \omega (t - x/\upsilon),$$

где y – смещение любой из точек среды с координатой x в момент t;

υ – скорость распространения колебаний в среде.

6. Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x, \qquad \text{где } \lambda \text{ – длина волны.}$$

7. Эффективные (действующие) значения напряжения и силы переменного тока

$$U_{\text{Д}} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \qquad I_{\text{Д}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

где U_m и I_m – амплитудные значения напряжения и силы тока.

8. Закон Ома для цепи переменного тока, содержащей последовательно соединенные резистор сопротивлением R, катушку индуктивностью L и конденсатор электроемкостью C,

$$I_m = \frac{U_m}{Z} \quad \text{или} \quad I_Д = \frac{U_Д}{Z},$$

где $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – полное сопротивление цепи;

$X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление;

$X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивление; ω – круговая частота переменного тока.

При этом сдвиг фаз между напряжением и силой тока определяется из условия

$$\mathrm{tg}\ \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad \text{или} \quad \cos\ \varphi = \frac{R}{Z}.$$

9. Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока:

$$P = I_Д\ U_Д \cos\varphi,$$

где φ – сдвиг фаз между напряжением и силой тока.

10. Период собственных электромагнитных колебаний в контуре без активного сопротивления (формула Томсона)

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

где L – индуктивность контура; C – электроемкость.

11.Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$\upsilon = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где c – скорость электромагнитных волн в вакууме, $c = 3\cdot10^8$ м/с.

12. Связь длины электромагнитной волны с периодом T и частотой ν колебаний

$$\lambda = \upsilon T \quad \text{или} \quad \lambda = \upsilon / \nu.$$

13. В плоской электромагнитной волне

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}.$$

14. Вектор Пойнтинга

$$\Pi = [\ \vec{E}\vec{H}\ ].$$

Модуль вектора Пойнтинга равен плотности потока энергии электромагнитной волны.

15. Скорость света в среде

$$\upsilon = c / n,$$

где c – скорость света в вакууме; n – показатель преломления среды.

16. Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

17. Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2 .$$

18. Связь разности фаз колебаний $\Delta\varphi$ с оптической разностью хода

$$\Delta\varphi = 2\pi(\Delta / \lambda),$$

где λ – длина световой волны в вакууме.

19. Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm 2\kappa\frac{\lambda}{2} = \pm\kappa\lambda, \qquad \kappa = 0, 1, 2\ldots$$

Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\Delta = \pm(2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

20. Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \frac{\lambda}{2} = 2dn\cos i_2 - \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки;

i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления света в пленке.

Разность хода – $\lambda/2$ возникает при отражении света от оптически более плотной среды.

21. Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_\kappa = \sqrt{\frac{(2\kappa - 1)R\lambda}{2n}}, \qquad \kappa = 1, 2, 3\ldots,$$

где κ – номер кольца; R – радиус кривизны; n – показатель преломления среды, находящейся между линзой и стеклянной пластинкой.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_\kappa = \sqrt{\frac{\kappa R\lambda}{n}}, \qquad \kappa = 0, 1, 2\ldots$$

22. Радиус κ-ой зоны Френеля:

а) для сферической волны $r_к = \sqrt{\frac{ab}{a+b}к\lambda}$,

где a – расстояние между диафрагмой с круглым отверстием и точечным источником света; b – расстояние между диафрагмой и экраном, на котором ведется наблюдение дифракционной картины; $к$ – номер зоны Френеля; λ – длина волны.

б) для плоской волны

$$r_к = \sqrt{bк\lambda}.$$

23. Дифракция света на одной щели при нормальном падении света (дифракция Фраунгофера).

Угол φ отклонения лучей, соответствующих минимуму интенсивности света, определяется из условия

$$a\sin\varphi = \pm 2к\frac{\lambda}{2} = \pm к\lambda, \qquad к = 0, 1, 2 \ldots,$$

где a – ширина щели; $к$ – порядковый номер минимума; λ – длина волны.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности света, определяется из условия

$$a\sin\varphi = (2к+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad к = 0, 1, 2 \ldots,$$

где φ – приближенное значение угла дифракции.

24. Дифракция света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей.

Условие главных максимумов интенсивности

$$d\sin\varphi = \pm к\lambda, \qquad к = 0, 1, 2 \ldots,$$

где d – период (постоянная решетки); $к$ – номер главного дифракционного максимума в случае монохроматического света или порядок спектра в случае белого света; φ – угол отклонения лучей, соответствующий максимуму интенсивности.

25. Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = к N,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – число щелей решетки.

26. Формула Вульфа-Брэггов:

$$2d\sin\theta = к\lambda,$$

где θ – угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле); d – расстояние между атомными плоскостями кристалла.

27. Закон Брюстера:

$$tg\ i_1 = n_{21},$$

где i_1 – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

28. Закон Малюса:

$$I = I_n \cos^2 \alpha,$$

где I_n – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность этого света после анализатора; α – угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор и плоскостью пропускания анализатора.

29. Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) в твердых телах $\varphi = \alpha d$,

где α – постоянная вращения; d – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в растворах $\varphi = [\alpha_0]\rho d$,

где α_0 – удельное вращение; ρ – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Примеры решения задач

Пример 1

К невесомой пружине, коэффициент упругости которой 200 Н/м, прикреплен груз массой 1 кг. Груз смещен на 10 см от положения равновесия, после чего предоставлен себе. Определить наибольшее и наименьшее ускорения груза. Трением пренебречь.

Дано:
$к = 200$ Н/м
$m = 1$ кг
$A_0 = 10$ см $= 0{,}1$ м
$a_{max} = ?$ $a_{min} = ?$

Решение. Под действием силы упругости груз совершает свободные гармонические колебания, уравнение которых запишем в виде:

$$x = A_0 \cos\omega t, \qquad (1)$$

где A_0 – амплитуда колебания, ω – циклическая частота.
Продифференцировав выражение (1) по времени, определим скорость груза

$$v = \frac{dx}{dt} = - A_0 \omega \sin\omega t, \qquad (2)$$

а после дифференцирования скорости по времени – ускорение

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A_0 \omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 x. \qquad (3)$$

Так как $\omega^2 = \frac{\kappa}{m}$, то ускорение a можно записать в виде:

$$a = -\omega^2 x = -\frac{\kappa}{m} x \qquad (4)$$

Ускорение имеет максимальное значение при $x = A_0$, т.е. при наибольшем отклонении от положения равновесия:

$$|a_{max}| = \frac{\kappa}{m} A_0 \qquad (5)$$

В положении равновесия, при $x = 0$, ускорение $a = 0$. Подставляя числовые значения в выражение (6), получим:

$$a_{max} = (200/1) \cdot 0{,}1 = 20 \text{ м/с}^2$$

Пример 2

Материальная точка участвует одновременно в двух перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых:

$$x = A_1 \cos\omega_1 t, \qquad (1)$$

$$y = A_2 \cos\omega_2 t, \qquad (2)$$

где $A_1 = 1$ см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; $A_2 = 2$ см; $\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$.

Найти уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Дано:

$x = A_1 \cos\omega_1 t$

$y = A_2 \cos\omega_2 t$

$A_1 = 1$ см $= 0{,}01$м

$A_2 = 2$ см $= 0{,}02$м

$\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$

$\omega_2 = \pi$ с$^{-1}$

$y = f(x)$?

Решение. Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнений (1) и (2). Заметив, что $y = A_2\cos(\omega_1/2)t$, применим формулу косинуса половинного угла:

$$\cos(\alpha/2) = \pm\sqrt{(1+\cos\alpha)/2}\,.$$

Используя это соотношение и отбросив размерности x и y, можно написать:

$$y = 2\cos\frac{\omega_1 t}{2} = 2\sqrt{\frac{1+\cos\omega_1 t}{2}}\,; \quad x = \cos\omega_1 t\,,$$

откуда

$$y = \pm 2\sqrt{(1+x)/2} \quad \text{или} \quad y = \pm\sqrt{2x+2}\,. \qquad (3)$$

Выражение (3) есть уравнение параболы, ось которой совпадает с осью OX. Как показывают уравнения (I) и (2), амплитуда колебаний точки по оси OX равна 1, а по оси OY - 2. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от -1 до +1, а ординаты – от -2 до +2.

Для построения траектории найдем по уравнению (3) значения y, соответствующие ряду значений x удовлетворявших условию $|x| \le 1$:

x	$y = \sqrt{2x+2}$	x	$y = \sqrt{2x+2}$
- 1	0	0	± 1,41
- 0,75	± 0,71	0,5	± 1,73
- 0,5	± 1	1	± 2

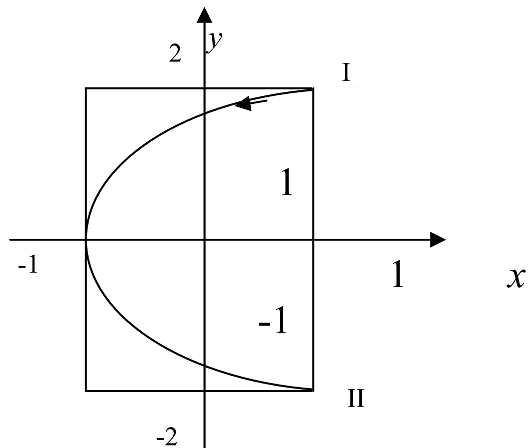

Рис. 1

Начертив координатные оси и выбрав единицу длины (сантиметр) построим точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию результирующего колебания точки, которая представляет собой часть параболы, заключенной внутри прямоугольника амплитуд.

Далее определим направление движения точки. Из уравнений (1) и (2) находим, что период колебаний точки по горизонтальной оси $T_x = 2$ с, а по вертикальной оси $T_y = 4$ с.

Следовательно, когда точка совершает одно полное колебание по оси OX, она совершает только половину полного колебания по оси OY. В начальный момент ($t = 0$) имеем: $x = 1$, y = 2 (точка находится в положении 1). При $t = 1$ с получим: $x = -1$ и y = 0 (точка находится в вершине параболы). При $t = 2$ с получим: $x = 1$ и y = -2 (точка находится в положении 2). После этого она будет двигаться в обратном направлении.

Пример 3

Плоская волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1м. Определить период колебаний и частоту.

Дано:
$\upsilon = 100$м/с
$\Delta x = 1$м

$T = ?$ $\nu = ?$

Решение. Точки, находящиеся друг от друга на расстоянии, равном длине волны. колеблются с разностью фаз, равной 2π. Точки, находящиеся друг от друга на любом расстоянии, колеблются с разностью фаз, равной

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x \qquad (1)$$

Решая это равенство относительно λ, получаем:

$$\lambda = 2\pi\Delta x / \Delta\varphi \qquad (2)$$

По условию задачи $\Delta\varphi = \pi$. Подставляя значения величин, входящих в выражение (2), получим:

$$\lambda = \frac{2\pi\cdot 1}{\pi} = 2 \text{ м.}$$

Скорость υ распространения волны связана с λ и T отношением

$$\lambda = v\cdot T = v/\nu\,, \qquad (3)$$

где ν – частота колебаний.

Из выражения (3) получаем $\nu = {}^{v}\!/_{\lambda}$.

Произведем вычисления:

$$\nu = (100 / 2) = 50 \text{ Гц, а } \quad T = 1/50 \text{ с} = 0{,}02 \text{ с.}$$

Пример 4

Разность потенциалов между обкладками конденсатора электроемкостью 0,5 мкФ в колебательном контуре изменяется со временем по закону $U = 100\sin 1000\pi t$ В. Определить период собственных колебаний, индуктивность, полную энергию контура и максимальную силу тока, текущего по катушке индуктивности. Активным сопротивлением контура пренебречь.

Дано:
$C = 0{,}5$ мкФ $= 5\cdot 10^{-7}$ Ф
$U_m = 100$ В
$\omega = 10^3\pi$ с$^{-1}$

$T = ?$ $\omega = ?$ $I_m = ?$ $L = ?$

Решение. Напряжение на конденсаторе изменяется по гармоническому закону $U = U_m\sin\omega t$, где U_m – амплитудное (максимальное) значение напряжения на обкладках конденсатора; ω – собственная круговая частота колебаний, которая связана с периодом соотношением $T=2\pi/\omega$. Отсюда находим

$$T = 2\pi/1000\pi = 2\cdot 10^{-3} \text{ с}$$

Период собственных колебаний в контуре определяется по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, откуда

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}; \qquad L = \frac{(2\cdot 10^{-3})^2}{4(3{,}14)^2\, 0{,}5\cdot 10^{-6}} = 0{,}2 \text{ Гн.}$$

Полная энергия контура складывается из энергии электрического поля $W_э$ конденсатора и энергии магнитного поля $W_м$ катушки:

$$W = W_э + W_м = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}.$$

Полная энергия контура равна максимальной энергии поля конденсатора $W_{э\ max} = CU_m^2/2$ или максимальной энергии поля катушки $W_{м\ max} = LI_m^2/2$. Таким образом,

$$W = \frac{CU_m^2}{2} = \frac{0{,}5\cdot 10^{-6}\cdot 100^2}{2} = 2{,}5\cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Зная полную энергию, можно определить максимальную силу тока, протекающего по катушке индуктивности:

$$I_m = \sqrt{\frac{2W}{L}}; \qquad I_m = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 0,16 \text{ А.}$$

Пример 5

Расстояние между двумя когерентными источниками равно 0,9 мм. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны 640 нм, расположены на расстоянии 3,5 м от экрана. Определить число светлых полос, располагавшихся на 1 см длины экрана.

Дано:

λ = 640 нм = $64 \cdot 10^{-8}$ м

d = 0,9 мм = $9 \cdot 10^{-4}$ м

L = 3,5 м

$\frac{к}{x} = ?$

Решение. В точке О на экране (рис. 2) будет максимальная освещенность: точка О равноудалена от обоих источников S'_1 и S'_2, поэтому разность хода волн, S'_1O и S'_2O равна нулю. В произвольной точке экрана $O_к$ максимум освещенности будет наблюдаться, если оптическая разность хода когерентных волн равна целому числу длин волн:

$$\Delta = S_2 - S_1 = \kappa\lambda, \qquad (1)$$

где S_2, S_1 – оптические пути интерферирующих волн; λ – длина волны падающего света; к – номер светлой полосы (центральная светлая полоса принята за нулевую). Оптическая разность хода волн $\Delta = xd/L$, где x – расстояние от центральной светлой полосы до $к$-й светлой полосы.

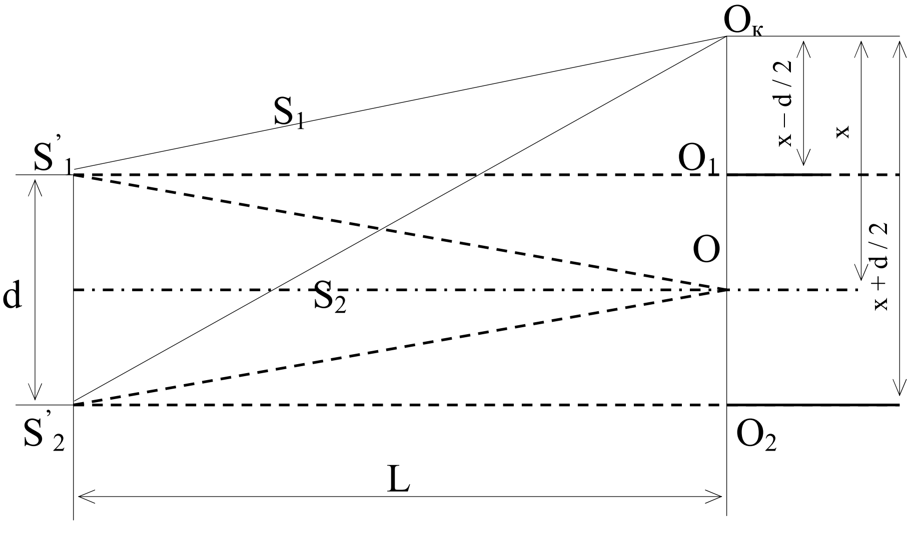

Рис. 2

Учитывая выражение (1), получим:

$$\Delta = \frac{xd}{L} = \kappa\lambda \tag{2}$$

Из выражения (2) определяем искомую величину $\frac{\kappa}{x}$ – число светлых интерференционных полос на 1 см длины:

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{d}{L\,\lambda}.$$

Подставим в это выражение числовые значения и получим:

$$\frac{\kappa}{x} = \frac{9 \cdot 10^{-4}}{3{,}5 \cdot 64 \cdot 10^{-8}} = 400 \text{ м}^{-1},$$

откуда $\frac{\kappa}{x}$ на 1 см равно 4.

Пример 6

Для устранения отражения света от поверхности линзы на нее наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления (n = 1,26), меньшим, чем у стекла (просветление оптики). При какой наименьшей толщине пленки отражение света с длиной волны 0,55 мкм не будет наблюдаться, если угол падения лучей 30°?

Дано:
n = 1,26
λ = 0,55 мкм =5,5 · 10^{-7} м
i_1 = 30°

d = ?

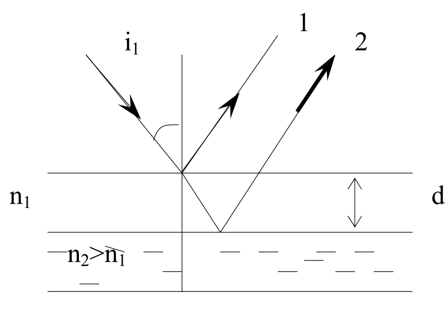

Рис. 3

Решение. Оптическая разность хода лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленки (рис. 3), равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \tag{1}$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; i_1 – угол падения лучей.

В выражении (1) учтено, что отражение лучей на верхней и нижней поверхностях пленки происходит от оптически более плотной среды и поэтому потери полуволны в обоих случаях компенсируют друг друга.

Условие интерференционного минимума

$$\Delta = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим:

$$d_k = \frac{(2k+1)\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1}} \qquad (3)$$

Полагая κ = 0,1,2,3...., получим ряд возможных значений толщины пленки. Минимальная толщина пленки будет при κ= 0.

Подставим в расчетную формулу (3) числовые значения входящих величин: n = 1,26; λ = 0,55 мкм = $5{,}5\cdot 10^{-7}$ м; $i_1 = 30^{\circ}$; κ = 0.

Произведем вычисления:

$$d = \frac{5{,}5\cdot 10^{-7}}{4\sqrt{(1{,}26)^2 - \sin^2 30^{\circ}}} = 1{,}2\cdot 10^{-7}\,м = 0{,}12 \text{ мкм}.$$

Пример 7

На дифракционную решетку длиной 10 мм имеющую 400 штрихов на 1 мм, падает нормально свет от разрядной трубки. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину (рис. 4) на плоский экран Э, удаленный от линзы на расстояние 1м. Определить: 1) ширину спектра первого порядка, если границы видимого спектра составляют 780 нм (красный край спектра) и 400 нм (фиолетовый край спектра); 2) число спектральных линий красного цвета, которые теоретически можно наблюдать с помощью данной дифракционной решетки; 3) в спектре какого порядка эта решетка может разрешить две линии с длиной волны, равной 500 нм и 500,1 нм

Дано:
ℓ_0 = 10 мм = 10^{-2} м
n = 400 мм$^{-1}$= $4\cdot 10^5$ м$^{-1}$
L = 1 м
$\lambda_{кр}$ = 780 нм = $7{,}8\cdot 10^{-7}$ м
$\lambda_{ф}$ = 400 нм = $4\cdot 10^{-7}$ м
λ_1 = 500 нм = $5\cdot 10^{-7}$ м
λ_2 = 500,1 нм = $5{,}001\cdot 10^{-7}$ м

ℓ_1 = ? $\kappa_{кр}$ = ? κ = ?

Решение. Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму фиолетового цвета при дифракции света на решетке, определяется из условия:

$$d\sin\varphi_1 = \kappa\lambda_ф \qquad (\kappa = 1), \tag{1}$$

следовательно,

$$\sin\varphi_1 = \frac{\lambda_ф}{d}. \tag{2}$$

Аналогично, для дифракционного максимума красного цвета получим

$$\sin\varphi_2 = \frac{\lambda_{кр}}{d}. \tag{3}$$

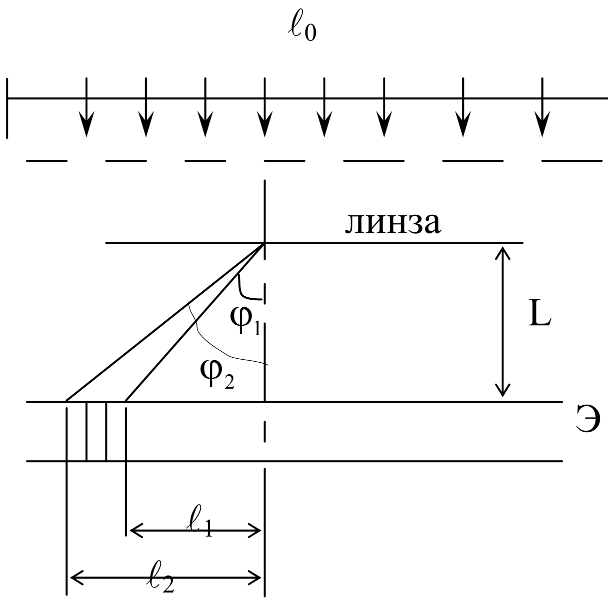

Рис. 4

Из рис. 4 следует, что расстояние от центра дифракционной картины до фиолетовой спектральной линии равно

$$\ell_1 = L\,\mathrm{tg}\,\varphi_1, \tag{4}$$

соответственно, для красной спектральной линии

$$\ell_2 = L\,\mathrm{tg}\,\varphi_2. \tag{5}$$

Ширина спектра первого порядка будет $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1$ или с учетом (4), (5) :

$$\Delta\ell = L\,(\mathrm{tg}\,\varphi_2 - \mathrm{tg}\,\varphi_1). \tag{6}$$

В случае малых углов φ, что имеет место для спектра первого порядка:

$$\mathrm{tg}\varphi \cong \sin\varphi .$$

Поэтому, подставив выражения (2) и (3) в формулу (6), получим:

$$\Delta\ell = L\left(\frac{\lambda_{\text{кр}}}{d} - \frac{\lambda_{\text{ф}}}{d}\right). \qquad (7)$$

Зная число штрихов n на 1 мм решетки, найдем период решетки

$$d = \frac{1}{n}. \qquad (8)$$

Подставляя (8) в формулу 7, получим:

$$\Delta\ell = L \cdot n(\lambda_{\text{кр}} - \lambda_{\text{ф}}). \qquad (9)$$

Произведем вычисления:

$$\Delta\ell = 1 \cdot 4 \cdot 10^5\ (7{,}8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}) = 1{,}52 \cdot 10^{-1}\ \text{м} = 15{,}2\ \text{см}.$$

Для определений числа спектральных линий красного цвета найдем максимальное значение κ_{max} исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей не может превышать 90° (sin90° = 1). Из формулы (1) напишем

$$\kappa = \frac{d\sin\varphi}{\lambda_{\text{кр}}},$$

следовательно, $\kappa_{max} \le \dfrac{d}{\lambda_{\text{кр}}}$. С учетом (8), получим

$$\kappa_{\max} \le \frac{1}{n\lambda_{\text{кр}}} = \frac{1}{4\cdot 10^5 \cdot 7{,}8\cdot 10^{-7}} = 3{,}3.$$

Так как число κ_{max} должно быть обязательно целым, то κ_{max}= 3. Влево и вправо от центра картины будет наблюдаться одинаковое число спектральных линий, равное $2\kappa_{max}$. Таким образом, общее число спектральных линий равно $2\kappa_{max} = 6$.

Так как разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \kappa N, \qquad (10)$$

то минимальная разница длин волн двух спектральных линий, разрешаемых решеткой

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{\kappa N}. \qquad (11)$$

Две спектральные линии разрешены, если

$$\lambda_2 - \lambda_1 \ge \frac{\lambda}{\kappa N}. \qquad (12)$$

Полагая $\lambda = \lambda_1$, получаем:

$$\lambda_2 - \lambda_1 \geq \frac{\lambda_1}{\kappa N} \ . \tag{13}$$

Из выражения (13) следует, что спектральные линии разрешены в спектрах с порядком

$$\kappa \geq \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1)H} . \tag{14}$$

Число щелей решетки определяется выражением $H = \frac{l_0}{d}$, или с учетом (8)

$$N = l_0 n \tag{15}$$

Подставляя (15) в (14), получим

$$\kappa \geq \frac{\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_1) l_0 n} . \tag{16}$$

Произведем вычисления:

$$\kappa \geq \frac{5 \cdot 10^{-7}}{(5{,}001 - 5) \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{5}} = 1{,}25 .$$

Так как κ - целое число, то $\kappa \geq 2$.

Пример 8

Во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через две призмы Николя, угол между плоскостями пропускания которых равен 60°. Потери света в каждой призме составляют 10% (рис. 5).

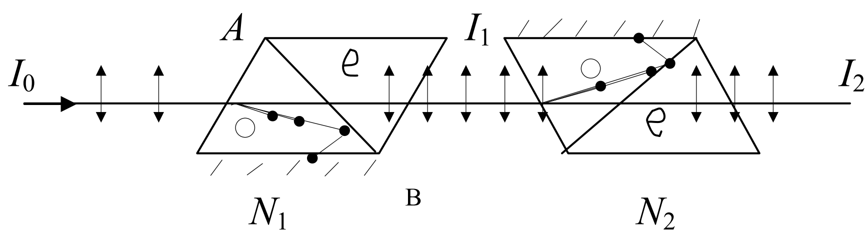

Рис. 5

Дано:
$\alpha = 60^\circ$
$\kappa = 0{,}1$

$\frac{I_0}{I_2} = ?$

Решение. В результате двойного лучепреломления естественный луч света, попадая на первую призму Николя (поляризатор), раздваивается на обыкновенный “о” и необыкновенный “е” лучи. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Обыкновенный луч, подчиняясь закону преломления, преломляется и, подойдя к слою канадского бальзама в призме (граница АВ), испытывает полное отражение и поглощается зачерненной боковой гранью призмы. Необыкновенный луч проходит через призму. Таким образом, на выходе поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого с учетом потерь на отражение и поглощение света поляризатором, равна:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1-\kappa), \qquad (1)$$

где I_0 – интенсивность естественного света, падающего на поляризатор; κ – коэффициент, учитывавший потери на отражение и поглощение. Плоскополяризованный луч света, падая на вторую призму Николя (анализатор), также расщепляется на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой. Необыкновенный луч проходит через призму. После прохождения анализатора интенсивность света уменьшается как за счет отражения и поглощения света анализатором, так и из-за несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью анализатора. В соответствии с законом Малюса и с учетом потерь на отражение и преломление света интенсивность равна:

$$I_2 = I_1 (1-\kappa) \cos^2\alpha, \qquad (2)$$

где α – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора. Подставляя выражение (1) в (2), имеем

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1-\kappa)^2 \cos^2\alpha \; . \qquad (3)$$

Относительное уменьшение интенсивности света при прохождении света через 2 призмы Николя равно:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-\kappa)^2 \cos^2\alpha} \; . \qquad (4)$$

Подставив в расчетную формулу (4) значение κ = 0,1; α = 60°, получим:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0{,}1)^2 \cos^2 60^{\circ}} = 9{,}88.$$

3.3. Задание на контрольную работу №4

401. Точка совершает гармонические колебания с периодом 2 с. Амплитуда колебания 10 см. Найти смещение, скорость и ускорение точки спустя 0,2 с после ее прохождения через положение равновесия. Начало колебания связано с положением равновесия.

402. Чему равно отношение кинетической энергии точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии для момента времени $t=T/12$, где T – период колебаний.

403. Пружинный маятник совершает гармонические колебания с амплитудой смещения 0,04 м. При смещении 0,03 м сила упругости равна $9\cdot10^{-5}$ Н. Определить потенциальную и кинетическую энергии, соответствующие данному смещению и полную энергию маятника.

404. Определить максимальное ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой 15 см, если её наибольшая скорость равна 30 см/с. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза равна 60^{o}.

405. Грузик массой 250 г, подвешенный к легкой пружине, колеблется по вертикали с частотой 1 Гц. Определить период колебаний грузика и жесткость пружины.

406**.** Груз массой 200 г подвешен к пружине с коэффициентом упругости 1 Н/м. Найти длину математического маятника, имеющего такой же период колебаний, как данный пружинный маятник.

407. Материальная точка массой 20 г совершает колебания, уравнение которых имеет вид $x = 0{,}3\cos(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3})$, где смещение x – в метрах. Определить максимальные значения скорости и ускорения точки, полную механическую энергию точки и силу, действующую на точку в момент времени 2 с.

408. Спиральная пружина под действием подвешенного к ней груза растянулась на 6,5 см. Если груз оттянуть вниз, а затем отпустить, то он начнет колебаться вдоль вертикальной линии. Определить период колебания груза.

409. Найти максимальную кинетическую энергию материальной точки массой 2 г, совершающей гармонические колебания с амплитудой 4 см и частотой 5 Гц. Написать уравнение колебаний, если начальная фаза 30^{o}.

410. Два одинаково направленных гармонических колебания с одинаковой частотой и амплитудами 3 см и 5 см складываются в одно колебание с амплитудой 7 см. Найти разность фаз складываемых колебаний.

411. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуда колебаний 3 см и 4 см. Найти амплитуду результирующего колебания. если: 1) колебания совершаются в одном направлении; 2) колебания взаимно перпендикулярны.

412. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых имеют вид: $x = \sin(t/2)$, $y = \cos t$. Найти уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

413. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $x = \sin\pi t$, $y = 4\sin(\pi t + \pi)$. Найти траекторию движения точки, построить ее с соблюдением масштаба.

414. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых: $x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$. Найти траекторию точки, построить ее и указать направление движения точки.

415. Уравнение плоской звуковой волны, распространяющейся вдоль оси x, имеет вид $y = 60\cos(1800t - 5{,}3x)$, где смещение y – в микрометрах. Определить длину волны, скорость распространения волны и максимальную скорость колебаний частиц среды.

416. Найти смешение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии λ/I2, для момента времени Т/6. Амплитуда колебания 0,05 м.

417. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на 15 см, равна $\pi/2$. Частота колебаний 25 Гц.

418. Звуковые колебания, имеющие частоту 500 Гц т амплитуду 0,25 мм, распространяются в воздухе. Длина волны 70 см. Найти скорость распространения волны и максимальную скорость колебаний частиц воздуха.

419. Волна распространяется в упругой среде со скоростью 100 м/с. Наименьшее расстояние между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно I м. Определить частоту колебаний.

420. Определить скорость распространения волн в упругой среде, если разность фаз колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на 10 см, равна 60°. Частота колебаний $\nu = 25$ Гц.

421. Катушка с индуктивностью 30 мГн и резистор включены последовательно в цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220 В и частотой 50 Гц. Найти сопротивление резистора и действующее значение напряжения на нем, если сдвиг фаз между

колебаниями силы тока и напряжения $\dfrac{\pi}{3}$.

422. В цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220 В и частотой 50 Гц включены последовательно конденсатор электроемкостью 1 мкФ и реостат с активным сопротивлением 300 Ом. Найти полное сопротивление цепи и действующее значение силы тока.

423. В цепь переменного тока с действующим значением напряжения 220В и частотой 50 Гц включены последовательно резистор сопротивлением 100 Ом, конденсатор электроемкостью 32 мкФ и катушка индуктивностью 640 мГн. Найти действующее значение силы тока, сдвиг фаз между силой тока и напряжением и потребляемую мощность.

424. Катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения 10 см^2 включена в цепь переменного тока с частотой 50 Гц. Число витков катушки 3000. Найти активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между силой тока и напряжением 60°.

425. Переменное напряжение, действующее значение которого 220 В, а частота 50 Гц, подано на катушку без сердечника индуктивностью 31,8 мГн и активным сопротивлением 10 Ом. Найти количество теплоты, выделяющейся в катушке за одну секунду.

426. К зажимам генератора присоединен конденсатор электроемкостью 0,15 мкФ. Определить амплитудное значение напряжения на зажимах, если амплитудное значение силы тока 3,3 А, а частота тока составляет 5 кГц.

427. В катушке с активным сопротивлением 10 Ом при частоте переменного тока 50 Гц сдвиг фаз между колебаниями напряжения и силы тока равен 60^o. Определить индуктивность катушки.

428. Электропечь, сопротивление которой 22 Ом, питается от генератора переменного тока. Определить количество теплоты, выделяемое печью за 1 час, если амплитуда силы тока 10 А.

429. Сила тока в колебательном контуре изменяется со временем по закону $I = 0{,}02\sin 400\pi t$ (А). Индуктивность контура 0,5 Гн. Найти период собственных колебаний в контуре, электроемкость контура, максимальную энергию электрического и магнитного полей.

430. Колебательный контур состоит из конденсатора и катушки индуктивности. Определить частоту колебаний, возникающих в контуре, если максимальная сила тока в катушке индуктивности 1,2 А, максимальная разность потенциалов на обкладках конденсатора 1200 В, полная энергия контура 1,1 мДж.

431. Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора емкостью 1 пФ, имеет частоту колебаний 5 МГц. Найти максимальную силу тока, протекающего по катушке, если полная энергия контура 0,5 мкДж.

432. Индуктивность колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть электроемкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

433. Колебательный контур радиоприемника состоит из катушки индуктивностью 1 мГн и переменного конденсатора, емкость которого может изменяться в пределах от 9,7 до 92 пФ. В каком диапазоне длин волн может принимать радиостанции этот приемник?

434. Входной контур радиоприемника состоит из катушки индуктивностью 2 мГн и плоского конденсатора с площадью пластин 10 $см^2$ и расстоянием между ними 2 мм. Пространство между пластинами заполнено слюдой с диэлектрической проницаемостью 7. На какую длину волны настроен радиоприемник?

435. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором электроемкостью 1 мкФ наступает при частоте 4000 Гц. Если параллельно первому конденсатору подключить второй конденсатор, то резонансная частота становится равной 2000 Гц. Определить электроемкость второго конденсатора.

436. В однородной изотропной немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью равной 3 распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 10 В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и фазовую скорость волны.

437. Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля волны 50 мВ/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

438. На какой частоте суда передают сигнал бедствия SOS, если по международному соглашению длина радиоволны должна быть 600 м?

439. Радиосигнал, посланный на Луну, отразился и был принят на Земле через 2,5 с после посылки. Такой же сигнал, посланный на Венеру, был принят через 2,5 мин. Определить расстояние от Земли до Луны и от Земли до Венеры во время локации.

440. Радиолокатор обнаружил в море подводную лодку, отраженный сигнал от которой дошел до него за 36 мкс. Учитывая, что диэлектрическая проницаемость воды 81, определить расстояние от локатора до подводной лодки.

441. Расстояние от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной 1 см укладывается 10 темных интерференционных полос. Длина волны монохроматического света равна 0,7 мкм.

442. На мыльную пленку (показатель преломления равен 1,33) падает монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм (желтый свет) под углом

45°. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет? При какой наименьшей толщине пленки она будет казаться темной? Что будет с окраской пленки, если менять угол падения?

443. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны 590 нм. Свет падает по нормали к поверхности пластины. Между линзой и пластинкой находится жидкость с показателем преломления 1,33. Определить толщину зазора в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

444. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света равно 0,5мм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете интерференционные полосы на экране получились на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света.

445. В воздухе, находится тонкая пленка из вещества с показателем преломления равным 1,4. Толщина пленки 0,25 мкм. На пленку падает нормально монохроматический свет, при этом отраженные лучи максимально ослаблены в результате интерференции. Какова длина волны этого света?

446. В опыте Юнга расстояние между щелями равно 0,8 мм, длина волны света 0.7 мкм. На каком расстоянии от щелей следует расположить экран, чтобы ширина интерференционной полосы оказалась равной 2 мм?

447. Радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете равен 0,4 мм. Определить радиус кривизны плосковыпуклой линзы, взятой для опыта, если она освещается монохроматическим светом с длиной волны 0,5 мкм.

448. На стеклянную пластинку нанесен слой прозрачного вещества с показателем преломления 1,3. Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны 640 нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину должен иметь слой, чтобы отраженные лучи были максимально ослаблены в результате интерференции?

449. Расстояние между двумя когерентными источниками света равно 0,2 мм. Они удалены от экрана на расстояние 2 м. Найти длину волны, излучаемую когерентными источниками, если расстояние на экране между третьим и пятым минимумами интерференционной картины равно 1,2 см.

450. Между стеклянной пластиной и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны 0,5 мкм равен 0,8 мм. Радиус кривизны линзы равен 0,64 м.

451. Входное окно фотоприемника покрыто тонкой пленкой, материал которой имеет показатель преломления 1,25. Толщина пленки равна 0,10 мкм. На какой наибольшей длине волны достигается максимальное просветление входного окна фотоприемника?

452. Точечный источник света с длиной волны 0,5 мкм расположен на расстоянии 1 м перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом 1 мм. Найти расстояние от диафрагмы до точки наблюдения, находящейся на оси отверстия, для которой число зон Френеля в отверстии равно 3. Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран?

453. На щель шириной 0,1 мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника (длина волны равна 0,5 мкм). Определить ширину центрального максимума в дифракционной картине, наблюдаемой на экране, удаленном от щели на расстояние 3 м.

454. Каков показатель преломления просветляющего покрытия объектива, если толщина покрытия равна 0,16 мкм, а объектив рассчитан на длину волны света 0,4 мкм.

455. Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива (показатель преломления равен 1,7) нанесена тонкая прозрачная пленка (показатель преломления равен 1,3). При какой наименьшей ее толщине произойдет максимальное ослабление отраженного света, длина волна которого 0,56 мкм приходится на среднюю часть видимого спектра? Считать, что лучи падают нормально к поверхности объектива.

456. На дифракционную решетку, содержащую 250 штрихов на 1 мм. падает нормально свет с длиной волны 0,6 мкм. Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. Определить угол, под которым наблюдается последний дифракционный максимум.

457. Диафрагма с круглым отверстием диаметром 2,4 мм расположена на расстоянии 1 м от точечного источника света и 1,5 м от экрана. Длина волны источника света 0,6 мкм. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины?

458. Дифракционная решетка имеет такой период, что максимум первого порядка для длины волны 0,7 мкм соответствует углу 30^{o}. Какова длина волны света, который в спектре второго порядка имеет максимум под углом 45^{o}?

459. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние между атомными плоскостями равно 280 пм. Под углом 65° к атомной плоскости наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Определить длину волны рентгеновского излучения.

460. На щель шириной 0,2 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 0,6 мкм. Найти расстояние между первыми дифракционными минимумами на экране, удаленном от щели на расстояние 0,5 м.

461. Диафрагма с круглым отверстием радиусом 0,5 мм расположена на расстоянии 1 м от точечного источника света и 0,25 м от экрана. При какой максимально возможной длине волны света в центре экрана будет наблюдаться дифракционный минимум?

462. На грань кристалла кальцита падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние между атомными плоскостями кристалла 0,3 нм. Под каким углом к атомной плоскости будет наблюдаться дифракционный максимум второго порядка, если длина волны рентгеновского излучения равна 0,15 нм?

463. Какую разность длин волн может разрешить дифракционная решетка длиной 2 см и периодом 5 мкм в области красных лучей (длина волны 0,7 мкм) в спектре второго порядка? Сколько дифракционных максимумов можно наблюдать с помощью этой решетки в случае падения на решетку монохроматического света с длиной волны 0,7 мкм?

464. Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум второго порядка рентгеновского излучения с длиной волны 175 пм наблюдается под углом 45° к атомной плоскости.

465. На дифракционную решетку, содержащую 600 штрихов на 1 мм, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана 1,2 м. Границы видимого спектра составляют 0,4 мкм - 0,78 мкм.

466. Расстояние между атомными плоскостями кристалла кальцита равно 0,3 нм. Определить, при какой длине волны рентгеновского излучения второй дифракционный максимум будет наблюдаться при отражении лучей под углом 30° к поверхности кристалла.

467. В каком порядке спектра будут разрешены дифракционной решеткой две линии с длинами волн 450 нм и 450,1 нм. Решетка имеет период 20 мкм и длину 5 см.

468. Определить расстояние между атомными плоскостями в кристалле каменной соли, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается при падении рентгеновских лучей с длиной волны 0,147 нм под углом 15°12' к поверхности кристалла.

469. Какой максимальный период должна иметь дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть раздельно две линии с длинами волн, равными 600 нм и 600,1 нм. Длина решетки 1 см.

470. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается красная граница (длина волны 0,78 мкм) спектра третьего порядка?

471. Чему равен угол между плоскостями пропускания двух николей, если интенсивность естественного света, прошедшего через эту систему, уменьшилась в 5,4 раза? Считать, что каждый николь поглощает и отражает 14% падающего на него света.

472. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли равен 60°. Определить скорость распространения света в этом кристалле.

473. Луч света переходит из воды в алмаз так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол между падающим и преломленным лучами.

474. Угол между плоскостями пропускания николей равен 30°. Интенсивность естественного света, прошедшего такую систему, уменьшилась в 5 раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения света в каждом из николей, считая их одинаковыми.

475. Луч света переходит из кварца в жидкость. Отраженный луч максимально поляризован при угле падения, равном 40°. Определить показатель преломления жидкости и скорости распространения света в ней.

476. Раствор сахара с концентрацией, равной 200 кг/м^3, налитый в стеклянную трубку, поворачивает плоскость поляризации света, проходящего через раствор, на угол 45°. Другой раствор, налитый в такую же трубку, поворачивает плоскость поляризации на угол 30°. Определить концентрацию этого раствора.

477. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом равен 45°. Каким должен быть угол падения луча из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отраженный луч был полностью поляризован?

478. Между двумя параллельными николями помещают кварцевую пластинку толщиной 1 мм, вырезанную параллельно оптической оси. При этом плоскость поляризации монохроматического света, падающего на поляризатор, повернулась на угол 20°. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через анализатор?

479. При прохождении естественного света через два николя, угол между плоскостями пропускания которых составляет 45°, происходит ослабление света. Коэффициенты поглощения света в поляризаторе и анализаторе соответственно равны 0,08 и 0,1. Найти, во сколько раз

изменилась интенсивность света после прохождения этой системы.

480. Угол преломления луча в жидкости равен 35°. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный луч максимально поляризован.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Элементарный заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл

2. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Венеры	$6{,}0\cdot10^{10}$ м

3. Масса, заряд и энергия покоя некоторых частиц

Частица	Масса, кг	Заряд, Кл
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	$-1{,}60\cdot10^{-19}$
Протон	$1{,}67\cdot10^{-27}$	$1{,}60\cdot10^{-19}$
α-частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	$3{,}20\cdot10^{-19}$

4. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка			Приставка		
Наимено-вание	Обозна-чение	Множитель	Наимено-вание	Обозна-чение	Множитель
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

5. Греческий алфавит

Обозначения букв	Названия букв	Обозначения букв	Названия букв
Α,α	альфа	Ν,ν	ню
Β,β	бета	Ξ,ξ	кси
Γ,γ	гамма	Ο,ο	омикрон
Δ,δ	дельта	Π,π	пи
Ε,ε	эпсилон	Ρ,ρ	ро
Ζ,ζ	дзета	Σ,σ	сигма
Η,η	эта	Τ,τ	тау
Θ,θ	тхэта	Υ,υ	ипсилон
Ι,ι	йота	Φ,φ	фи
Κ,κ	каппа	Χ,χ	хи
Λ,λ	ламбда	Ψ,ψ	пси
Μ,μ	мю	Ω,ω	омега

6. Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	**Обозначение**	**Значение**
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/ (моль·К)
Постоянная Больцмана	К	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}0\cdot10^{8}$ м/с
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

7. Относительные атомные массы некоторых элементов

Элемент	Химический символ	A
Азот	N	14
Аргон	Ar	40
Водород	H	1
Гелий	He	4
Кислород	O	16
Неон	Ne	20
Углерод	C	12

8. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление (Ом·м)	Металл	Удельное сопротивление(Ом·м)
Алюминий	$2{,}8\cdot10^{-8}$	Медь	$1{,}7\cdot10^{-8}$
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Нихром	$1{,}1\cdot10^{-6}$	Никелин	$4{,}0\cdot10^{-7}$

9. Относительная диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафиновая бумага	2,0	Масло трансформаторное	2,2
Стекло	7,0	Эбонит	3,0
Слюда	7,0	Резина	2,5

10. Показатели преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Вода	1,33	Алмаз	2,42
Стекло	1,5	Кварц	1,54

11. Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Величина	Единица	
	Наименование	Обозначение
Электрический заряд	кулон	Кл
Сила тока	ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	вольт	В
Электрическая емкость	фарад	Ф
Электрическое сопротивление	ом	Ом
Электрическая проводимость	сименс	См
Магнитная индукция	тесла	Тл
Магнитный поток	вебер	Вб
Индуктивность	генри	Гн

СОДЕРЖАНИЕ

Редактор М.Ю.Комарова
Сводный темплан 2002 г.
Лицензия ЛР N 020308 от 14.02.97.

Подписано в печать .2002. Формат 60 х 84 1/16
Б. Кн. - журн. П. л. Б.л. РТП РИО СЗТУ.
Тираж Заказ .

Северо-Западный государственный заочный технический университет
РИО СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации вузов Санкт-Петербурга
191186, Санкт-Петербург, Миллионная, 5