

## Домашнее задание по операционному исчислению

Задание по операционному исчислению состоит из двух частей:

- 1) теоретическая часть, общая для всех студентов;
- 2) 7 задач, которые различны в каждом из тридцати вариантов задания.

Ответы на теоретические задания следует давать подробные и, по возможности, исчерпывающие. Решения задач должны быть снабжены необходимыми пояснениями.

### 1. Теоретическая часть задания.

Ответьте на следующие вопросы:

1. При выполнении каких условий функция вещественного переменного  $f(t)$  может быть принята за оригинал в операционном исчислении? Что называется изображением этой функции и какими свойствами это изображение обладает?

2. При выполнении каких условий функция комплексного переменного  $F(p)$  может рассматриваться как изображение некоторого оригинала? Как определяется оригинал такой функции и какими свойствами этот оригинал обладает?

3. Пусть  $f(t) \div F(p)$ .

Что служит изображением  $f'(t)$ ?  $f^{(n)}(t)$ ?  $\int_0^t f(\tau) d\tau$ ?

Что служит оригиналом  $F'(p)$ ?  $F^{(n)}(p)$ ?  $\int_0^\infty F(q) dq$ ?

Какие из этих формул справедливы всегда, какие при выполнении дополнительных (и каких именно) условий?

4. Пусть  $f(t) \div F(p)$ .

Что происходит с изображением, если оригинал умножить на показательную функцию  $e^{\lambda t}$ ? Что происходит с оригиналом, если изображение умножить на  $e^{-p\tau}$ ?

5. Пусть  $f_1(t) \div F_1(p)$ ;  $f_2(t) \div F_2(p)$ .

Что служит оригиналом для произведения  $F_1(p) \cdot F_2(p)$ ? Что служит изображением для произведения  $f_1(t) \cdot f_2(t)$ ?

6. Сформулируйте обобщенную (третью) теорему разложения. Каким условиям должна удовлетворять функция  $F(p)$ , чтобы ее оригинал можно было найти по этой теореме?

7. В чем заключаются преимущества методов операционного исчисления перед другими методами интегрирования линейных дифференциальных уравнений и систем таких уравнений?

8. Как определяются:

- а) единичная функция;
- б) импульсивная функция первого порядка;
- в) импульсивная функция второго порядка?

Чему равны их изображения? Какова связь между этими функциями?

## Задача 1

Пользуясь теоремами интегрирования изображения и интегрирования оригинала найти изображения заданных функций: найденный результат проверить для первой из заданных функций по первой теореме разложения, развертывая в ряды как оригинал, так и полученное изображение.

N вар.		N вар.	
1	$\frac{1-e^{-t}}{t}; \int_0^t \frac{1-e^{-\tau}}{\tau} d\tau$	2	$\frac{e^t-1}{t}; \int_0^t \frac{e^\tau-1}{\tau} d\tau$
3	$\frac{\sin t}{t}; \int_0^t \frac{\sin \tau}{\tau} d\tau$	4	$\frac{1-\cos t}{t}; \int_0^t \frac{1-\cos \tau}{\tau} d\tau$
5	$\frac{\operatorname{ch} t-1}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau-1}{\tau} d\tau$	6	$\frac{\operatorname{sh} t}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{sh} \tau}{\tau} d\tau$
7	$\frac{\cos \alpha t-\cos \beta t}{t}; \int_0^t \frac{\cos \alpha \tau-\cos \beta \tau}{\tau} d\tau$	8	$\frac{\operatorname{ch} t-\cos t}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau-\cos \tau}{\tau} d\tau$
9	$\frac{e^{\alpha t}-e^{\beta t}}{t}; \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau}-e^{\beta \tau}}{\tau} d\tau$	10	$\frac{e^t-\cos t}{t}; \int_0^t \frac{e^\tau-\cos \tau}{\tau} d\tau$
11	$\frac{\cos t-e^{-t}}{t}; \int_0^t \frac{\cos \tau-e^{-\tau}}{\tau} d\tau$	12	$\frac{\operatorname{ch} \alpha t-\operatorname{ch} \beta t}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau-\operatorname{ch} \beta \tau}{\tau} d\tau$
13	$\frac{1-\cos t}{t^2}; \int_0^t \frac{1-\cos \tau}{\tau^2} d\tau$	14	$\frac{\operatorname{ch} t-1}{t^2}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau-1}{\tau^2} d\tau$
15	$\frac{t-\sin t}{t^2}; \int_0^t \frac{\tau-\sin \tau}{\tau^2} d\tau$	16	$\frac{e^t-t-1}{t^2}; \int_0^t \frac{e^\tau-\tau-1}{\tau^2} d\tau$
17	$\frac{e^{-t}+t-1}{t^2}; \int_0^t \frac{e^{-\tau}+\tau-1}{\tau^2} d\tau$	18	$\frac{\operatorname{ch} t-\cos t}{t^2}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \tau-\cos \tau}{\tau^2} d\tau$
19	$\frac{e^{\alpha t}-1}{t}; \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau}-1}{\tau} d\tau$	20	$\frac{1-e^{-\beta t}}{t}; \int_0^t \frac{1-e^{-\beta \tau}}{\tau} d\tau$
21	$\frac{\sin \alpha t}{t}; \int_0^t \frac{\sin \alpha \tau}{\tau} d\tau$	22	$\frac{1-\cos \alpha t}{t}; \int_0^t \frac{1-\cos \alpha \tau}{\tau} d\tau$
23	$\frac{\operatorname{ch} \alpha t-1}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau-1}{\tau} d\tau$	24	$\frac{\operatorname{sh} \alpha t}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{sh} \alpha \tau}{\tau} d\tau$
25	$\frac{\operatorname{ch} \alpha t-\cos \beta t}{t}; \int_0^t \frac{\operatorname{ch} \alpha \tau-\cos \beta \tau}{\tau} d\tau$	26	$\frac{e^{\alpha t}-\cos \beta t}{t}; \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau}-\cos \beta \tau}{\tau} d\tau$
27	$\frac{\cos \alpha t-e^{-\beta t}}{t}; \int_0^t \frac{\cos \alpha \tau-e^{-\beta \tau}}{\tau} d\tau$	28	$\frac{e^{\alpha t}-1-\alpha t}{t^2}; \int_0^t \frac{e^{\alpha \tau}-1-\alpha \tau}{\tau^2} d\tau$
29	$\frac{1-\beta t-e^{-\beta t}}{t^2}; \int_0^t \frac{1-\beta \tau-e^{-\beta \tau}}{\tau^2} d\tau$	30	$\frac{1-\cos \alpha t}{t^2}; \int_0^t \frac{1-\cos \alpha \tau}{\tau^2} d\tau$

## Задача 2

Пользуясь теоремой свертывания найти оригинал первой из заданных функций, для отыскивания оригиналов в остальных использовать полученный результат, либо теорему дифференцирования, либо теорему интегрирования оригинала. Ответ к последнему из заданных примеров проверить, либо находя по полученному оригиналу его изображение, либо находя сам оригинал иным способом – по 2-й или по обобщенной (третьей) теоремам разложения.

N вар.	
1	$\frac{1}{p(p^2+1)}; \frac{1}{p^2(p^2+1)}; \frac{1}{p^3(p^2+1)}$
2	$\frac{1}{p(p^2-1)}; \frac{1}{p^2(p^2-1)}; \frac{1}{p^3(p^2-1)}$
3	$\frac{1}{p^4-1}; \frac{p}{p^4-1}; \frac{p^2}{p^4-1}; \frac{p^3}{p^4-1}$
4	$\frac{p}{p^4-1}; \frac{1}{p^4-1}; \frac{1}{p(p^4-1)}; \frac{1}{p^2(p^4-1)}$
5	$\frac{1}{(p^2+1)^2}; \frac{p}{(p^2+1)^2}; \frac{p^2}{(p^2+1)^2}; \frac{p^3}{(p^2+1)^2}$
6	$\frac{p}{(p^2+1)^2}; \frac{1}{(p^2+1)^2}; \frac{1}{p(p^2+1)^2}; \frac{1}{p^2(p^2+1)^2}$
7	$\frac{1}{(p-1)(p^2+1)}; \frac{p}{(p-1)(p^2+1)}; \frac{p^2}{(p-1)(p^2+1)}$
8	$\frac{p}{(p-1)(p^2+1)}; \frac{1}{(p-1)(p^2+1)}; \frac{1}{p(p-1)(p^2+1)}$
9	$\frac{1}{(p+1)(p^2+1)}; \frac{p}{(p+1)(p^2+1)}; \frac{p^2}{(p+1)(p^2+1)}$
10	$\frac{p}{(p+1)(p^2+1)}; \frac{1}{(p+1)(p^2+1)}; \frac{1}{p(p+1)(p^2+1)}$
11	$\frac{1}{p(p-1)}; \frac{1}{p^2(p-1)}; \frac{1}{p^3(p-1)}$
12	$\frac{1}{p(p+1)}; \frac{1}{p^2(p+1)}; \frac{1}{p^3(p+1)}$
13	$\frac{1}{(p^2-1)^2}; \frac{p}{(p^2-1)^2}; \frac{p^2}{(p^2-1)^2}$
14	$\frac{p}{(p^2-1)^2}; \frac{1}{(p^2-1)^2}; \frac{1}{p(p^2-1)^2}; \frac{1}{p^2(p^2-1)^2}$
15	$\frac{1}{(p-1)(p^2-2p+2)}; \frac{p}{(p-1)(p^2-2p+2)}; \frac{p^2}{(p-1)(p^2-2p+2)}$
16	$\frac{1}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}; \frac{p}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}; \frac{p^2}{(p-1)^2(p^2-2p+2)}$
17	$\frac{1}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}; \frac{p}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}; \frac{p^2}{(p-1)^3(p^2-2p+2)}$

## Задача 2

Пользуясь теоремой свертывания найти оригинал первой из заданных функций, для отыскивания оригиналов в остальных использовать полученный результат, либо теорему дифференцирования, либо теорему интегрирования оригинала. Ответ к последнему из заданных примеров проверить, либо находя по полученному оригиналу его изображение, либо находя сам оригинал иным способом – по 2-й или по обобщенной (третьей) теоремам разложения.

N вар.	
18	$\frac{1}{p(p^2 - 2p + 2)}$ ; $\frac{1}{p^2(p^2 - 2p + 2)}$ ; $\frac{1}{p^3(p^2 - 2p + 2)}$
19	$\frac{1}{(p+1)(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p}{(p+1)(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p^2}{(p+1)(p^2 + 2p + 2)}$
20	$\frac{1}{(p+1)^2(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p}{(p+1)^2(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p^2}{(p+1)^2(p^2 + 2p + 2)}$
21	$\frac{1}{(p+1)^3(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p}{(p+1)^3(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p^2}{(p+1)^3(p^2 + 2p + 2)}$
22	$\frac{1}{(p-1)(p-2)}$ ; $\frac{p}{(p-1)(p-2)}$ ; $\frac{1}{p(p-1)(p-2)}$ ; $\frac{1}{p^2(p-1)(p-2)}$
23	$\frac{1}{(p-1)^2(p+1)}$ ; $\frac{p}{(p-1)^2(p+1)}$ ; $\frac{p^2}{(p-1)^2(p+1)}$ ; $\frac{1}{p(p-1)^2(p+1)}$
24	$\frac{1}{(p+1)^2(p-1)}$ ; $\frac{p}{(p+1)^2(p-1)}$ ; $\frac{p^2}{(p+1)^2(p-1)}$ ; $\frac{1}{p(p+1)^2(p-1)}$
25	$\frac{p+1}{p(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p+1}{p^2(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{p+1}{p^3(p^2 + 2p + 2)}$
26	$\frac{1}{p(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{1}{p^2(p^2 + 2p + 2)}$ ; $\frac{1}{p^3(p^2 + 2p + 2)}$
27	$\frac{p-1}{p(p^2 - 2p + 2)}$ ; $\frac{p-1}{p^2(p^2 - 2p + 2)}$ ; $\frac{p-1}{p^3(p^2 - 2p + 2)}$
28	$\frac{1}{(p-\alpha)(p-\beta)}$ ; $\frac{p}{(p-\alpha)(p-\beta)}$ ; $\frac{1}{p(p-\alpha)(p-\beta)}$
29	$\frac{1}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}$ ; $\frac{p}{(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}$ ; $\frac{1}{p(p^2 + \alpha^2)(p^2 + \beta^2)}$
30	$\frac{1}{(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)}$ ; $\frac{p}{(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)}$ ; $\frac{1}{p(p^2 - \alpha^2)(p^2 - \beta^2)}$

### Задача 3

При помощи обобщенной (третьей) теоремы разложения найти оригиналы заданных функций; ответ проверить, пользуясь второй теоремой разложения.

N вар.		N вар.		N вар.	
1	$\frac{p-c}{p(p-a)(p-b)}$	2	$\frac{p^2}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	3	$\frac{p}{(p-a)^2(p-b)}$
4	$\frac{1}{(p-a)^3(p-b)}$	5	$\frac{p^2-1}{p^3+5p^2+6p}$	6	$\frac{p^2+1}{p^3-3p^2+2p}$
7	$\frac{p-1}{p(p^2+1)}$	8	$\frac{p+1}{p(p^2+1)}$	9	$\frac{p^2+p}{(p-1)(p^2+1)}$
10	$\frac{p+1}{(p-1)(p^2+1)}$	11	$\frac{1-p}{(p+1)(p^2+1)}$	12	$\frac{p^3+p^2+p-1}{p^4-1}$
13	$\frac{p^3+3p}{p^4-1}$	14	$\frac{p^2+2}{p^2(p^2+1)}$	15	$\frac{p^2-1}{(p^2+1)^2}$
16	$\frac{2p-1}{p^2(p-1)^2}$	17	$\frac{2p+1}{p^2(p+1)^2}$	18	$\frac{p^2+1}{(p^2-1)^2}$
19	$\frac{p^2+p+1}{(p^2-1)^2}$	20	$\frac{p^2+2p-1}{(p^2+1)^2}$	21	$\frac{3p^2-3p+1}{p^3(p-1)^3}$
22	$\frac{3p^2+3p+1}{p^3(p+1)^3}$	23	$\frac{1}{(p^2-1)(p^2-4)}$	24	$\frac{1}{(p^2+1)(p^2+4)}$
25	$\frac{p}{(p^2-1)(p^2-4)}$	26	$\frac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$	27	$\frac{p^2}{(p^2+1)(p^2+4)}$
28	$\frac{p^2}{(p^2-1)(p^2-4)}$	29	$\frac{p^3}{(p^2+1)(p^2+4)}$	30	$\frac{p^3}{(p^2-1)(p^2-4)}$

К задаче N 4:

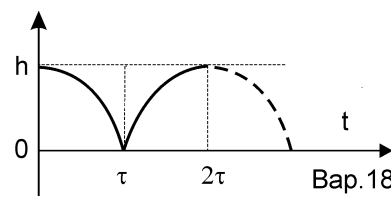
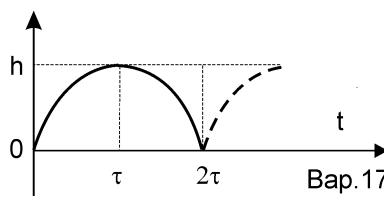
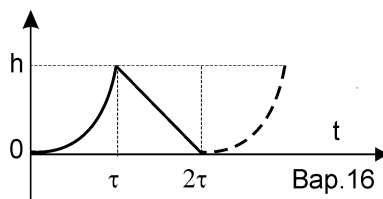
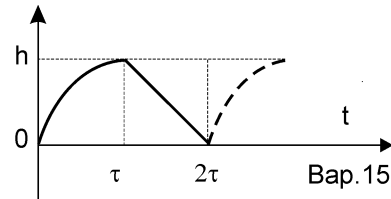
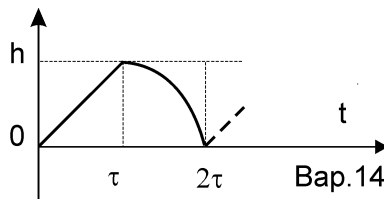
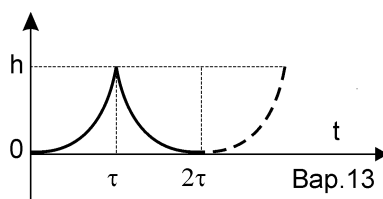
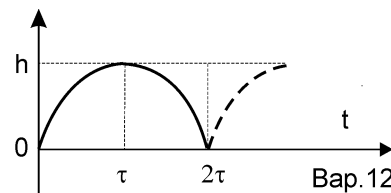
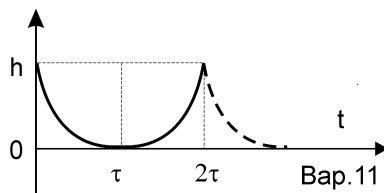
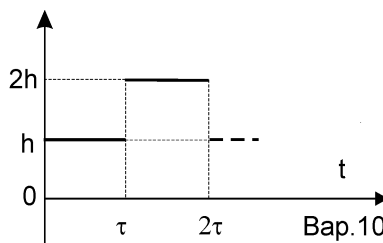
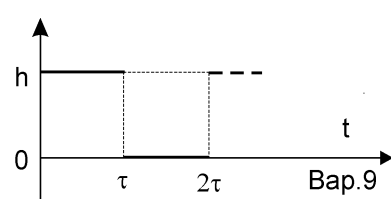
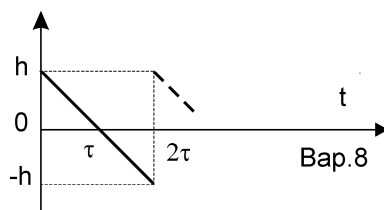
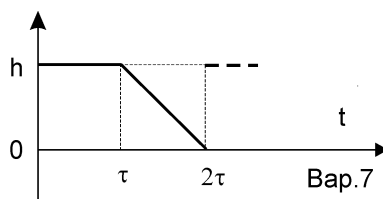
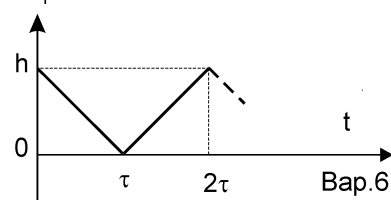
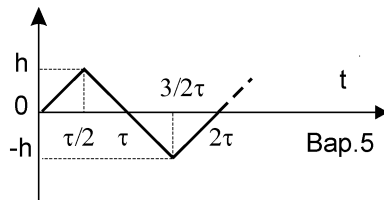
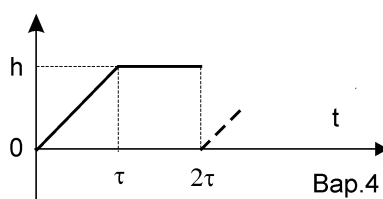
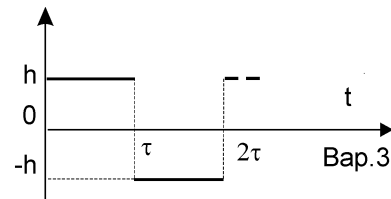
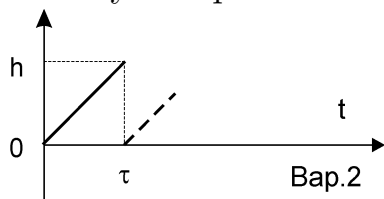
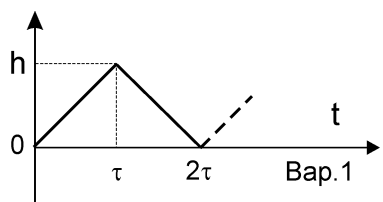
Кривые в заданиях NN 11—16 — параболы 2-го порядка с вертикальной осью.

Кривые в заданиях NN 17—22 — синусоиды и косинусоиды.

Кривые в заданиях NN 23—30 — параболы 2-го порядка с вертикальной осью.

### Задача 4

Найти изображения заданных ниже периодических функций (на чертежах везде начато) и пунктиром наметить второй период.



К задаче N 4:

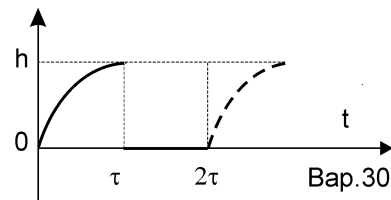
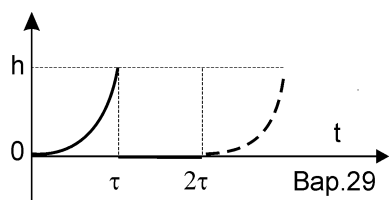
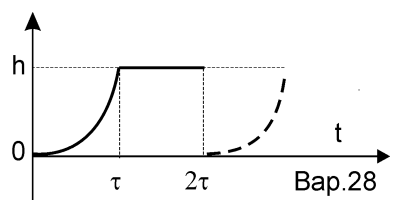
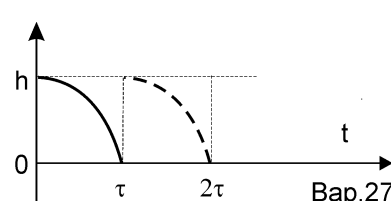
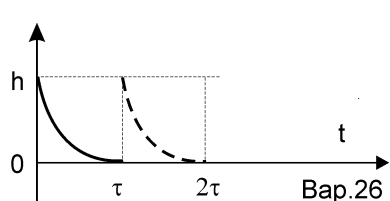
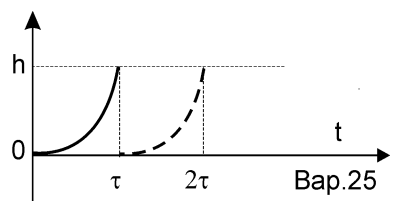
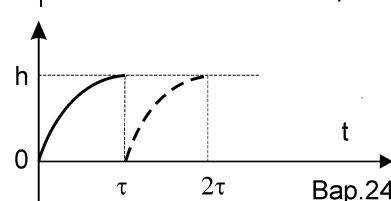
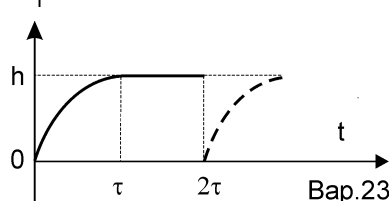
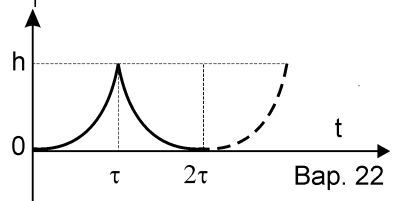
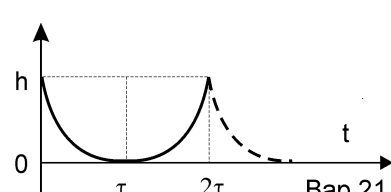
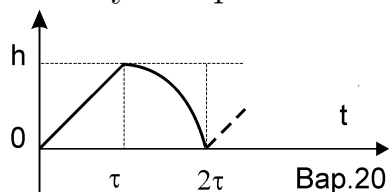
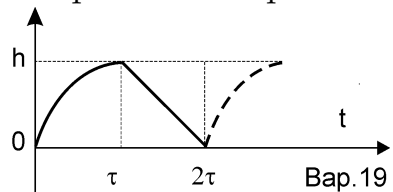
Кривые в заданиях NN 11—16 — параболы 2-го порядка с вертикальной осью.

Кривые в заданиях NN 17—22 — синусоиды и косинусоиды.

Кривые в заданиях NN 23—30 — параболы 2-го порядка с вертикальной осью.

### Задача 4

Найти изображения заданных ниже периодических функций (на чертежах везде начато изображение первого периода и пунктиром наметчено начало второго).



## Задача 5

Проинтегрировать следующие линейные дифференциальные уравнения при заданных начальных условиях:

1.  $x'' + 4x = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
2.  $x'' + 9x = \cos 3t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
3.  $x'' - 4x = t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
4.  $x'' - 9x = \operatorname{sh} 3t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
5.  $x'' - 3x' = t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
6.  $x'' - 4x' + 4x = e^{2t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
7.  $x'' - 4x' + 5x = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
8.  $x'' + 2x' + 2x = t^2$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
9.  $x'' + 2x' + x = e^{-t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
10.  $x'' + 4x' + 4x = e^{-2t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
11.  $x'' + x' = e^{-t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
12.  $x'' + 3x' + 2x = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
13.  $x'' + x' - 2x = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
14.  $x'' - x' - 2x = t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
15.  $x'' - 2x' = e^{2t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
16.  $x'' + 2x = t$ ; при  $t = 0$ ;  $x = x_0$ ;  $x' = x'_0$
17.  $x'' + 2x' + x = e^{-t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = 0$
18.  $x'' - 3x' = e^{3t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 0$ ;  $x'_0 = -1$
19.  $x'' - 2x' + 2x = \sin t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 0$ ;  $x'_0 = 1$
20.  $x'' + 4x = \sin 2t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = -2$
21.  $x'' - 9x = \operatorname{sh} t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = -1$ ;  $x'_0 = 3$
22.  $x'' + x' = t^2$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = 0$
23.  $x'' + x' - 2x = e^{-t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = -2$
24.  $x'' - x' - 6x = e^{-t}$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 0$ ;  $x'_0 = -1$
25.  $x''' - x' = t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 0$ ;  $x'_0 = 1$ ;  $x''_0 = 0$
26.  $x''' - x' = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = 0$ ;  $x''_0 = 0$
27.  $x^{IV} - x = 1$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = 1$ ;  $x'_0 = x''_0 = x'''_0 = 0$
28.  $x^{IV} - x'' = \operatorname{sh} t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = x'_0 = x''_0 = 0$ ;  $x'''_0 = 1$
29.  $x^{IV} - x''' = e^t$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = x'_0 = x''_0 = 0$ ;  $x'''_0 = 1$
30.  $x''' - 2x'' + x' = 1$ ; при  $t = 0$ ;  $x_0 = x'_0 = x''_0 = 0$ .



## Задача 6

Проинтегрировать следующие системы линейных дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях:

N вар.	Система	Начальные условия
1	$\begin{cases} x'' - y' = t \\ y'' - x' = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = -1; \quad x' = 0; \quad y = 1; \quad y' = 0$
2	$\begin{cases} x'' + y' = t \\ y'' - x' = 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = -1; \quad y = 1; \quad y' = 0$
3	$\begin{cases} x'' - y' = t \\ y'' + x' = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = -1; \quad x' = 2; \quad y = 1; \quad y' = 0$
4	$\begin{cases} x'' + y'' = 0 \\ x' + y = 1 + e^t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 2; \quad y = 0; \quad y' = -1$
5	$\begin{cases} x'' + 2x' + y' = e^{-t} \\ y'' - x' = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 1; \quad y = -1; \quad y' = 0$
6	$\begin{cases} x'' - y = te^t \\ x'' - x' + y'' - y = e^t + 2t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 1; \quad y = 0; \quad y' = 2$
7	$\begin{cases} x'' + y' = \operatorname{sh} t - \sin t - t \\ y'' + x' = \operatorname{ch} t - \cos t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 2; \quad y = 1; \quad y' = 0$
8	$\begin{cases} x'' + x' - y' = 1 \\ x' + x - y'' = 1 + 4e^{-t} \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 0; \quad y = 0; \quad y' = 1$
9	$\begin{cases} x'' - y' + y = \cos t - t \\ y'' + x' = -2t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 1; \quad y = 2; \quad y' = -1$
10	$\begin{cases} x'' - x' + y' = e^{-t} + \cos t \\ x' - y'' - y' = 2e^t + \sin t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 2; \quad x' = 1; \quad y = 0; \quad y' = 1$
11	$\begin{cases} x'' + x' + y = t \\ x' + x - y'' = 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 1; \quad y = 1; \quad y' = 0$
12	$\begin{cases} x'' - x - 2y' = t \\ x'' - x' - y'' = 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 0; \quad y = 2; \quad y' = 1$
13	$\begin{cases} x'' + x - 2y = 2 \cos t \\ x' - y'' = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 2; \quad y = 0; \quad y' = 1$
14	$\begin{cases} x'' + x + 2y' = 2 \\ x' + y'' = \cos t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 0; \quad y = 1; \quad y' = 0$

## Задача 6

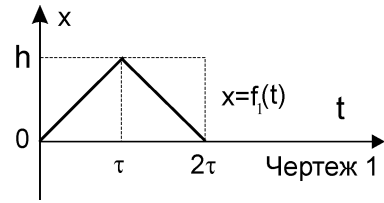
Проинтегрировать следующие системы линейных дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях:

N вар.	Система	Начальные условия
15	$\begin{cases} x'' - y' = 0 \\ x - y'' = 2 \sin t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = -1; \quad x' = 1; \quad y = 1; \quad y' = 1$
16	$\begin{cases} x'' - y' = 0 \\ x' - y'' = 2 \cos t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 2; \quad y = 2; \quad y' = 0$
17	$\begin{cases} x'' - x + y' = \cos t \\ x' + y'' + y = \operatorname{ch} t + t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 1; \quad y = 0; \quad y' = 2$
18	$\begin{cases} x'' + y' = 0 \\ y'' + x' = 1 - 2 \sin t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 1; \quad y = 1; \quad y' = 1$
19	$\begin{cases} x'' - x + y = 1 - \frac{t^2}{2} \\ x' + y'' = e^t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 2; \quad y = 1; \quad y' = 1$
20	$\begin{cases} x'' - 2y = e^t \\ y'' + 2x = -3e^t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = -1; \quad x' = 0; \quad y = 0; \quad y' = 0$
21	$\begin{cases} x'' + 2y = e^{-t} \\ x' + x - y'' + y = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 2; \quad y = 1; \quad y' = 0$
22	$\begin{cases} x'' - x + 2y = t \\ y'' - x' = te^{-t} \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 1; \quad y = 1; \quad y' = -\frac{1}{2}$
23	$\begin{cases} x'' - y' = e^t \\ y'' - y + x' = 0 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 0; \quad y = -1; \quad y' = 0$
24	$\begin{cases} x'' - x' + y = \sin t \\ y'' + y - x' = e^t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = -1; \quad x' = 0; \quad y = 1; \quad y' = 1$
25	$\begin{cases} x'' + y' + y = e^t - t \\ x' - x + 2y'' - y = -e^{-t} \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 2; \quad y = 0; \quad y' = 0$
26	$\begin{cases} x'' - y = \operatorname{sh} t - t \\ y'' + x' = \operatorname{ch} t - 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = -1; \quad y = 1; \quad y' = 0$
27	$\begin{cases} x'' + y' = \operatorname{sh} t \\ y'' - y + x' = 2t \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 0; \quad x' = 0; \quad y = 1; \quad y' = -1$
28	$\begin{cases} x'' + 2y' = 0 \\ x' + y'' + 2y = -4e^{2t} \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 0; \quad y = 0; \quad y' = -2$
29	$\begin{cases} x'' + y' + x = e^t \\ y'' + x' = 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 2; \quad y = 0; \quad y' = -1$
30	$\begin{cases} 2y' - x'' = 2 \\ y'' + 2y + x' = 2t + 1 \end{cases}$	$t = 0; \quad x = 1; \quad x' = 1; \quad y = 0; \quad y' = -1$

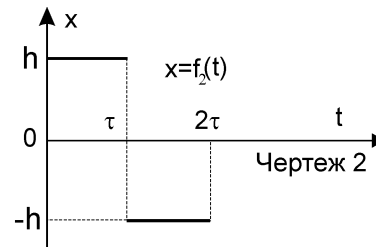
## Задача 7

Проинтегрировать следующие линейные дифференциальные уравнения, правые части которых заданы графиками, приведенными на чертежах N=1-5 (начальные условия для всех уравнений: при  $t = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x' = 0$ ):

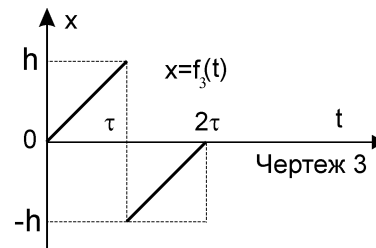
1.  $x'' + x = f_1(t)$
2.  $x'' - x = f_1(t)$
3.  $x'' - x' = f_1(t)$
4.  $x'' - 2x' + x = f_1(t)$
5.  $x'' - 3x' + 2x = f_1(t)$
6.  $x'' - 2x' + 2x = f_1(t)$



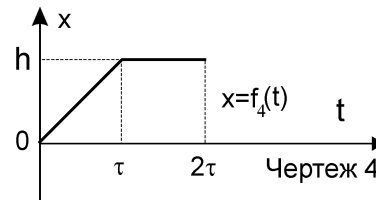
7.  $x'' + x = f_2(t)$
8.  $x'' - x = f_2(t)$
9.  $x'' - x' = f_2(t)$
10.  $x'' - 2x' + x = f_2(t)$
11.  $x'' - 3x' + 2x = f_2(t)$
12.  $x'' - 2x' + 2x = f_2(t)$



13.  $x'' + x = f_3(t)$
14.  $x'' - x = f_3(t)$
15.  $x'' - x' = f_3(t)$
16.  $x'' - 2x' + x = f_3(t)$
17.  $x'' - 3x' + 2x = f_3(t)$
18.  $x'' - 2x' + 2x = f_3(t)$



19.  $x'' + x = f_4(t)$
20.  $x'' - x = f_4(t)$
21.  $x'' - x' = f_4(t)$
22.  $x'' - 2x' + x = f_4(t)$
23.  $x'' - 3x' + 2x = f_4(t)$
24.  $x'' - 2x' + 2x = f_4(t)$



25.  $x'' + x = f_5(t)$
26.  $x'' - x = f_5(t)$
27.  $x'' - x' = f_5(t)$
28.  $x'' - 2x' + x = f_5(t)$
29.  $x'' - 3x' + 2x = f_5(t)$
30.  $x'' - 2x' + 2x = f_5(t)$

