1) Определить радиус и интервал сходимости и исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующих степенных рядов:

2812. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}$.

2816. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$.

2)

3711. Показать, что интеграл

$$F(y) = \int\limits_0^1 f(x, y)\, dx$$

от разрывной функции $f(x, y) = \operatorname{sgn}(x - y)$ является функцией непрерывной. Построить график функции $u = F(y)$.

3) Используя интегралы Дирихле и Фруллани, найти следующие интегралы:

3816. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{\sin^3 \alpha x}{x}\, dx$.

4) Определить область существования и выразить через эйлеровы интегралы следующие интегралы:

3863. $$\int\limits_0^{+\infty} \frac{x^{p-1}\ln x}{1+x}\,dx.$$

5)

4043. Найти площадь части поверхности $z = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$, вырезанной плоскостями $x - y = \pm 1$, $x + y = \pm 1$.

6) Переходя к сферическим или цилиндрическим координатам, вычислить объёмы, ограниченные поверхностями:

4110. $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 + z^2 = b^2$, $x^2 + y^2 = z^2$ $(z \geqslant 0)$ $(0 < a < b)$.

7) Переходя к сферическим координатам, вычислить интеграл:

4088. $$\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int\limits_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{2-x^2-y^2}} z^2\,dz.$$

8)

В задачах в двойном интеграле $\iint\limits_{\Omega} f(x, y)\,dx\,dy$ перейти к полярным координатам r и φ, полагая $x = r\cos\varphi$ и $y = r\sin\varphi$, расставить пределы интегрирования, если:

3941. Ω — параболический сегмент $-a \leqslant x \leqslant a$; $\frac{x^2}{a} \leqslant y \leqslant a$.

9)

4059. Найти координаты центра масс круглой пластинки $x^2 + y^2 \leqslant a^2$, если плотность ее в точке $M\ (x,\ y)$ пропорциональна расстоянию точки M от точки $A\ (a,\ 0)$.