Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Ижевский государственный технический университет»
Факультет «Математика и естественные науки»
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

*А.А.Айзикович*
*Т.С.Быкова*

# СБОРНИК ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ
## по алгебре и геометрии
## (линии второго порядка)

Ижевск 2011

УДК 514.12 (075.8)
А 37

Рецензент: А.Л. Тептин, канд. физ.-мат. наук, профессор

А37 **Айзикович А.А., Быкова Т.С.** Сборник типовых расчетов по алгебре и геометрии (линии второго порядка). — Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2003. — с.

Сборник содержит типовые задания по основным разделам дисциплин «Алгебра и аналитическая геометрия» и «Дифференциальная геометрия». В их полном объеме типовые расчеты предназначены для студентов первого и второго курсов, обучающихся по специальности 0730 — прикладная математика. Отдельные части расчетов будут также полезны студентам любых инженерно-технических специальностей.

Типовые расчеты могут быть использованы преподавателями математики как для организации самостоятельной работы студентов, так и для проведения контрольных мероприятий (контрольных и самостоятельных работ, коллоквиумов, зачетов, экзаменов, проверки остаточных знаний и т.п.) по аналитической геометрии, линейной алгебре, общей алгебре и дифференциальной геометрии.

Настоящий выпуск содержит задачи по аналитической геометрии (раздел «Линии второго порядка») и включает такие темы по алгебраическим линиям второго порядка как эллипс, гипербола, парабола и их свойства, смешанные задачи на эти линии, касательные к линиям второго порядка и их оптические свойства.

# Оглавление

# Аналитическая геометрия

## Типовой расчет «Линии второго порядка»

### Теоретические вопросы

1. Линии второго порядка. Исследование уравнения второго порядка.

2. Типы алгебраических линий второго порядка, их канонические уравнения.

3. Каноническое уравнение эллипса, его график.

4. Эксцентриситет эллипса, семейство эллипсов с фиксированной большой осью, отличающихся эксцентриситетами.

5. Фокальные радиусы эллипса, их свойства.

6. Директрисы эллипса, свойства расстояний от точки эллипса до директрис.

7. Параметрические задания уравнений эллипса.

8. Касательные к эллипсу.

9. Оптические свойства эллипса.

10. Каноническое уравнение гиперболы, ее график.

11. Асимптоты гиперболы.

12. Эксцентриситет гиперболы, семейство гипербол с фиксированной большой осью, отличающихся эксцентриситетами.

13. Фокальные радиусы гиперболы, их свойства.

14. Директрисы гиперболы, свойства расстояний от точки гиперболы до директрис.

15. Параметрические задания уравнений гиперболы.
16. Касательные к гиперболе.
17. Оптические свойства гиперболы.
18. Парабола, вывод уравнения, свойства,ее график.
19. Касательные к параболе.
20. Оптические свойства параболы.

## Теоретические упражнения

1. При каком необходимом и достаточном условии уравнение $Ax^2+By^2+2Cx+2Dy+E=0$ задает окружность? Выразить радиус и координаты центра окружности через коэффициенты уравнения.

2. Через точку $A$, лежащую вне окружности, проведена прямая, касающаяся окружности в точке $B$, и еще одна прямая, пересекающая окружность в точках $C$ и $D$. Доказать, что $|AB|^2 = |AD| \cdot |AC|$.

3. Две окружности касаются внешним образом. Через точку их касания проведена прямая, пересекающая певую окружность еще в одной точке $A$, а вторую окружность еще в одной точке $B$. Доказать, что касательные в точках $A$ и $B$ паралелльны.

4. Точка $A$ лежит вне эллипса с фокусами $F_1, F_2$, отрезки $AF_1$, $AF_2$ пересекают эллипс в точках $B, D$ соответственно, а точка $C$ — точка пересечения отрезков $F_1D, F_2B$. Доказать, что в четырехугольник $AGCD$ можно вписать окружность.

5. Составить уравнения сторон квадрата, вписанного в эллипс $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Какую часть площади, ограниченной эллипсом, составляет площадь этого квадрата?

6. Составить уравнения семейств эллипсов с общими фокусами $(\pm c, 0)$.

7. Составить уравнения семейств эллипсов с общими директрисами $x=\pm d$ и общим центром в начале координат.

8. Пусть $O$ — центр эллипса, $a, b$ — его полуоси, а $A$ и $B$ — такие точки эллипса, что прямые $OA$ и $OB$ взаимно перпендикулярны. Доказать, что величина $\dfrac{1}{|OA^2|}+\dfrac{1}{|OB^2|}$ постоянна для всех возможных пар точек $A$ и $B$.

9. В условиях предыдущей задачи найти наибольшее и наименьшее значения длины отрезка $AB$.

10. Убедившись, что два эллипса $n^2x^2 + m^2y^2 - m^2n^2 = 0$, $m^2x^2 + n^2y^2 - m^2n^2 = 0$ $(m \neq n)$ пресекаются в четырех точках, лежащих на окружности с центром в начале координат, определить радиус этой окружности.

11. Выразить эксцентриситет гиперболы через эксцентриситет $\varepsilon$ эллипса, имеющего с этой гиперболой общие фокальные хорды, перпендикулярные действительной оси.

12. Составить уравнения семейств гипербол с общими фокусами $(\pm c, 0)$.

13. Составить уравнения семейств гипербол с общими директрисами $x = \pm d$ и общим центром в начале координат.

14. Составить уравнения семейств гипербол с общими асимптотами $y = \pm kx$.

15. Доказать, что для данной гиперболы произведение расстояний от любой точки гиперболы до ее асимптот есть величина постоянная, и выразить ее через полуоси $a, b$ гиперболы.

16. Доказать, что для данной гиперболы площадь параллелограмма, одна из вершин которого лежит на гиперболе, а две стороны лежат на асимптотах, есть величина постоянная, и выразить ее через полуоси $a, b$ гиперболы.

17. Доказать, что вершины гиперболы и четыре точки пересечения ее директрис с асимптотами лежат на одной окружности. Выразить радиус этой окружности через длину действительной полуоси.

18. Доказать, что середины хорд параболы, параллельных некоторой прямой, лежат на прямой, параллельной оси параболы.

19. Найти множество значений, которые может принимать отношение расстояния от точки параболы до ее вершины к расстоянию от той же точки до фокуса.

20. Составить уравнения семейств парабол, имеющих общий фокус $(0, 0)$ и симметричных относительно оси $Ox$.

21. Составить уравнения семейств парабол, имеющих общую директрису $x = 0$ и симметричных относительно оси $Ox$.

22. Найти наибольший радиус окружности, лежащей внутри параболы $y^2 = 2px$ и касающийся этой параболы в ее вершине.

23. Доказать, что две параболы, имеющие общую ось и общий фокус, расположенный между их вершинами, пересекаются под прямым углом.

24. Доказать, что если две параболы со взаимно перпендикуляр-

ными осями пересекаются в четырех точках, то эти точки лежат на одной окружности.

25. При каком необходимом и достаточном условии прямая $Ax + By + C = 0$ касается эллипса $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$?

26. При каком необходимом и достаточном условии прямая $Ax + By + C = 0$ касается гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$?

27. При каком необходимом и достаточном условии прямая $Ax + By + C = 0$ касается гиперболы $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = -1$?

28. При каком необходимом и достаточном условии прямая $Ax + By + C = 0$ касается гиперболы $xy = k$?

29. При каком необходимом и достаточном условии прямая $Ax + By + C = 0$ касается параболы $y^2 = 2px$?

30. Доказать, что касательные к гиперболе, проведенные в концах одного и того же диаметра, параллельны.

31. Доказать, что отрезок касательной к гиперболе, заключенный между ее асимптотами, делится точкой касания пополам.

32. Доказать, что все треугольники, образованные асимптотами гиперболы и произвольной касательной к ней, имеют одну и ту же площадь. Выразить эту площадь через полуоси гиперболы.

33. Дано уравнение равносторонней гиперболы $x^2 - y^2 = a^2$. Найти ее уравнение в новой системе координат, приняв за оси координат ее асимптоты.

34. Доказать, что хорда, соединяющая точки касания эллипса двумя параллельными прямыми, проходит через центр кривой.

35. Доказать, что хорда, соединяющая точки касания гиперболы двумя параллельными прямыми, проходит через центр кривой.

36. Доказать, что середины хорд эллипса, параллельных некоторой прямой $l_1$, лежат на одной прямой $l_2$. При этом касательные к кривой в точках ее пересечения с прямой $l_2$ параллельны прямой $l_1$.

37. Доказать, что середины хорд гиперболы, параллельных некоторой прямой $l_1$, лежат на одной прямой $l_2$. При этом касательные к кривой в точках ее пересечения с прямой $l_2$ параллельны прямой $l_1$.

38. Доказать, что эллипс и гипербола, имеющие общие фокусы, пересекаются под прямым углом.

39. Доказать, что касательные в точках пересечения двух парабол с общим фокусом и противоположно направленными осями взаимно

перпендикулярны.

40. Из произвольной точки директрисы эллипса проведены две касательные к нему. Доказать, что прямая, соединяющая точки касания, проходит через фокус, соотвествующий этой директрисе.

41. Из произвольной точки директрисы гиперболы проведены две касательные к ней. Доказать, что прямая, соединяющая точки касания, проходит через фокус, соотвествующий этой директрисе.

42. Из произвольной точки директрисы параболы проведены две касательные к ней. Доказать, что прямая, соединяющая точки касания, проходит через фокус, соотвествующий этой директрисе.

43. Пусть $O$ — вершина параболы, $M$ — произвольная ее точка, $l_1$ и $l_2$ — касательные к параболе в точках $O$ и $M$, $N$ — точка пересечения прямых $l_1$ и $l_2$, $OP$ — проекция отрезка $OM$ на $l_1$. Доказать, что точка $N$ делит отрезок $OP$ пополам. Указать вытекающий отсюда способ построения касательной к параболе.

44. К параболе $y^2 = 2px$ проведена касательная. Докажите, что вершина этой параболы лежит посредине между точкой пересечения касательной с осью $Ox$ и проекцией точки касания на ось $Ox$.

45. Доказать, что к параболе $y^2 = 2px$ можно провести одну и только одну касательную с угловым коэффициентом $k \neq 0$.

## Расчетные задания

**Задача 1.** По исходным данным составить каноническое уравнение эллипса и найти:

1) эксцентриситет эллипса,

2) большую ось эллипса,

3) малую ось эллипса,

4) расстояние между фокусами,

5) отношение площади четырехугольника с вершинами в фокусах и в концах малой оси к площади основного прямоугольника,

6) отношение площади четырехугольника с вершинами в фокусах и в концах малой оси к площади четырехугольника с вершинами, совпадающими с вершинами эллипса,

7) уравнения директрис эллипса,

8) длину фокальной хорды,

9) уравнение касательной $l_0$, проходящей через точку $M_0(\pm c, \pm y)$[1],

10) уравнения прямых $l_1, l_2$, проходящих через точку $M_0$ и содержащих фокальные радиусы,

11) фокальные радиусы для точки $M_0$,

12) расстояние от точки $M_0$ до директрис,

13) отношения найденных фокальных радиусов к расстояниям до соответствующих директрис,

14) углы между прямыми $l_0, l_1$ и $l_0, l_2$,

15) произведение расстояний от фокусов до касательной $l_0$,

16) концы диаметра эллипса, проходящего параллельно касательной $l_0$,

17) уравнение касательной $l_3$ к эллипсу, перпендикулярной прямой $l_0$,

18) уравнение касательной $l_4$ к эллипсу, симметричной прямой $l_0$, относительно его центра,

19) уравнение хорды, соединяющей точки касания прямых $l_0, l_4$,

20) расстояние между касательными $l_0, l_4$,

21) произведение расстояний от центра эллипса до точки пересечения касательной $l_3$ с фокальной осью и до основания перпендикуляра, опущенного из точки касания на фокальную ось,

22) радиус $R$ окружности — направляющей круглого цилиндра и угол $\psi$ наклона плоскости к оси цилиндра, чтобы полученный в сечении эллипс совпал с исследуемым,

23) коэффициенты $k_1$ и $k_2$ двух последовательных равномерных сжатий плоскости к осям $Ox$ и $Oy$, при которых исходный эллипс преобразуется в окружность $x^2 + y^2 = c^2$.

24) уравнение сторон квадрата вписанного в эллипс и его площадь,

25) хорду эллипса, проходящую через точку $M_1(\pm\frac{a}{2}, \pm\frac{b}{2})$ и делящуюся в этой точке пополам[2].

1. Малая ось эллипса видна из фокуса под углом $60°$, а большая полуось равна 10.

---

[1] Для варианта с номером $4m + k, m \in \mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}, k \in \{1, 2, 3, 4\}$, точка $M_0$ принадлежит $I_k$-й четверти, где $I_1 = 1, I_2 = 2, I_3 = 3, I_4 = 4$.

[2] Для варианта с номером $4m+k, m \in \mathbb{N}_0, k \in \{1, 2, 3, 4\}$ точка $M_1$ принадлежит $I_k$-й четверти, где $I_1 = 2, I_2 = 3, I_3 = 4, I_4 = 1$.

2. Отрезок между фокусами виден из вершины малой оси под углом $90^\circ$, а директрисы удалены от центра эллипса на $10\sqrt{2}$.

3. Расстояние между директрисами в 3 раза больше расстояния между фокусами, а меньший фокальный радиус точки $M(3\sqrt{3};y)$ равен 6.

4. Отрезок перпендикуляра, опущенный из центра эллипса на его директрису, делится фокусом эллипса в отношении 1:3, а меньший фокальный радиус точки $M(8;y)$ эллипса относится к большему фокальному радиусу этой же точки как 3:7.

5. Расстояние между фокусами равно $8a-2\sqrt{15}b$, а расстояние от точки $M(8;y)$ эллипса до ближайшей директрисы равно 24.

6. Отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 2:1, а меньшая полуось равна $3\sqrt{3}$.

7. Расстояние от фокуса до дальней вершины большой оси в 4 раза больше расстояния до малой оси, а директрисы удалены от центра эллипса на $18\sqrt{5}$.

8. Большая ось видна из конца малой оси под углом $2\operatorname{arctg}\dfrac{5}{3}$, а больший фокальный радиус точки $M(-5;y)$ эллипса равен 14.

9. Отрезок большой оси эллипса, содержащий его центр и с концом в одном из его фокусов, имеющий длину $c+\dfrac{5}{6}a$, виден из конца малой оси под углом $90^\circ$, а расстояние между директрисами равно 45.

10. Расстояние между фокусами в 3,5 раза меньше расстояния между вершинами малой и большой осей, а расстояние от точки $M(5\sqrt{2};y)$ эллипса от дальней директрисы в 1,5 раза больше расстояния от этой же точки до ближней директрисы.

11. Малая ось эллипса видна из фокуса под углом $90^\circ$, а малая полуось равна 8.

12. Отрезок между фокусами виден из вершины малой оси под углом $120^\circ$, а директриса удалена от ближайшего фокуса на $5\sqrt{3}/3$.

13. Расстояние между директрисами в 4 раза больше расстояния между фокусами, а больший фокальный радиус точки $M(4;y)$ эллипса равен 10.

14. Отрезок перпендикуляра, опущенный из центра эллипса на его директрису, делится фокусом эллипса в отношении 1:2, а точка $M(4\sqrt{6/5},4\sqrt{6/5})$ принадлежит эллипсу.

15. Расстояние между фокусами равно $2a - 2/\sqrt{3}b$, а расстояние от точки $M(2; y)$ эллипса до дальней директрисы равно 10.

16. Отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 3:1, а фокус удален от малой оси эллипса на 6.

17. Расстояние от фокуса до малой оси в 3 раза меньше расстояния от фокуса до дальней вершины большой оси, а хорда, соединяющая смежные вершины, равна $2\sqrt{35}$.

18. Большая ось видна из конца малой оси под углом $2\operatorname{arctg}\dfrac{13}{5}$, а больший фокальный радиус точки $M(3; y)$ эллипса относится к меньшему фокальному радиусу этой же точки как 205:133.

19. Отрезок большой оси эллипса, содержащий его центр и с концом в одном из его фокусов, имеющий длину $c + \dfrac{7}{12}a$, виден из конца малой оси под углом $90^\circ$, а меньший фокальный радиус точки $M(-4; y)$ эллипса относится к большему фокальному радиусу этой же точки как 5:11.

20. Расстояние между фокусами равно расстоянию между вершинами малой и большой осей, а расстояние от точки $M(2\sqrt{5}; y)$ эллипса до дальней директрисы равно $7\sqrt{5}$.

21. Малая ось эллипса видна из фокуса под углом $120^\circ$, а расстояние между фокусами равно $4\sqrt{3}$.

22. Отрезок между фокусами виден из вершины малой оси под углом $60^\circ$, а хорда, соединяющая смежные вершины, равна $4\sqrt{14}$.

23. Расстояние между директрисами в 5 раза больше расстояния между фокусами, а больший фокальный радиус точки $M(-2\sqrt{5}; y)$ эллипса относится к меньшему фокальному радиусу этой же точки как 3:2.

24. Отрезок перпендикуляра, опущенный из центра эллипса на его директрису, делится фокусом эллипса в отношении 1:4, а расстояние между директрисами равно 40.

25. Расстояние между фокусами равно $2a - \sqrt{2}b$, а расстояние от точки $M(6; y)$ эллипса до ближней директрисы относится к расстоянию от этой точки до дальней директрисы как 7:11.

26. Отрезок между фокусом и дальней вершиной большой оси делится вторым фокусом в отношении 4:1. а большая полуось равна 9.

27. Расстояние от фокуса до дальней вершины большой оси в 5 раз больше расстояния до малой оси, а директриса удалена от бли-

жайшего фокуса на $15\sqrt{5}$.

28. Большая ось видна из конца малой оси под углом $2\operatorname{arctg}\dfrac{5}{4}$, а меньший фокальный радиус точки $M(-5;y)$ равен 2.

29. Отрезок большой оси эллипса, содержащий его центр и с концом в одном из его фокусов, имеющий длину $c+\dfrac{9}{20}a$, виден из конца малой оси под углом 90°, а точка $M(15\sqrt{34},-15\sqrt{34})$ принадлежит эллипсу.

30. Расстояние между между вершинами малой и большой осей в 1,5 раза больше расстояния между фокусами, а расстояние от точки $M(-2\sqrt{5};y)$ эллипса до ближайшей директрисы равно $3\sqrt{5}$.

**Задача 2.** По исходным данным составить каноническое уравнение гиперболы и найти:

1) действительную и мнимую оси,

2) эксцентриситет,

3) фокусы,

4) уравнения директрис,

5) уравнения асимптот,

6) отношение площади четырехугольника с вершинами в фокусах исходной и сопряженной гипербол к площади асимптотического прямоугольника,

7) длину фокальной хорды,

8) уравнение касательной $l_0$, проходящей через точку $M_0(\pm c,\pm y)$[3],

9) уравнения прямых $l_1, l_2$, проходящих через точку $M_0$ и содержащих фокальные радиусы,

10) фокальные радиусы для точки $M_0$,

11) расстояние от точки $M_0$ до директрис,

12) отношения найденных фокальных радиусов к расстояниям до соответствующих директрис,

13) углы между прямыми $l_0, l_1$ и $l_0, l_2$,

14) произведение расстояний от фокусов до касательной $l_0$,

15) уравнение касательной $l_3$ к гиперболе, перпендикулярной прямой $l_0$,

[3]Для варианта с номером $4m+k$, $m\in\mathbb{N}_0, k\in\{1,2,3,4\}$ точка $M_0$ принадлежит $I_k$-й четверти, где $I_1=3, I_2=4, I_3=1, I_4=2$..

16) уравнение касательной $l_4$ к гиперболе, симметричной прямой $l_0$, относительно центра гиперболы,

17) расстояние между касательными $l_0, l_4$,

18) коэффициенты $k_1$ и $k_2$ двух последовательных равномерных сжатий плоскости к осям $Ox$ и $Oy$, при которых исходная гипербола преобразуется в гиперболу $x^2 - y^2 = c^2$.

19) площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы и прямой $y = b(x + c)/(a + c)$,

20) расстояние от фокуса гиперболы до ее асимптоты,

21) произведение расстояний от точки $M_0$ до асимптот гипербоы,

22) найти площадь параллелограмма, ограниченного асимптотами гиперболы и прямыми, проведенными через точку $M_0$,

23) найти расстояние между точками касания касательных к гиперболе, проведенных из точки $N_0(0, \pm b)$[4],

24) найти площадь треугольника с вершинами в точках касания касательных к гиперболе и точкой $N_0$, из которой они проведены,

25) найти произведение $|OP| \cdot |OQ|$, где $P$ — точка пересечения с осью $Ox$ касательной к правой ветви гиперболы, проходящей через точку $N_0$, $Q$ — проекция точки касания этой касательной на ось $Ox$.

1. Угол между асимптотами гиперболы, содержащий фокус, равен $60°$, а больший фокальный радиус точки $M(6; y)$ равен $7\sqrt{3}$.

2. Асимптотами гиперболы являются прямые $y = \pm 2\sqrt{2}x$, а расстояние между директрисами равно $4/3$.

3. Действительная ось гиперболы относится к ее мнимой полуоси как $\sqrt{2} : 1$, а отношение расстояний от точки $M(-\sqrt{7}; y)$ до директрис равно $(13 + \sqrt{105})/8$.

4. Отрезок между вершинами гиперболы виден из фокусов сопряженной гиперболы под углом $60°$, а расстояние между фокусами сопряженной гиперболы равно $4\sqrt{3}$.

5. Точки $M_1(6; 1), M_2(-8; 2\sqrt{2})$ принадлежат гиперболе.

6. Точка $N(-3/2; 3\sqrt{2})$ принадлежит сопряженной гиперболе, а уравнения асимптот исходной гиперболы $y = \left(\pm 2\sqrt{2}/3\right)x$.

7. Точка $M(2\sqrt{2}; 0)$ принадлежит гиперболе, а уравнения директрис сопряженной гиперболы $y = \pm 5\sqrt{2}/3$.

8. Уравнения асимптот гиперболы $y = \pm 3/4x$, а уравнения ее директрис $x = \pm 16/5$.

[4] Для нечетных номеров вариантов $N_0(0, b)$, для четных — $N_0(0, -b)$.

9. Гипербола касается двух прямых

$$5x - 6y - 16 = 0, 13x - 10y - 48 = 0.$$

10. Эксцентриситет сопряженной гиперболы равен $\sqrt{85}/2$, а действительная полуось искомой гиперболы равна 9.

11. Асимптоты гиперболы перпендикулярны, а отношение большего фокального радиуса точки $M(-6; y)$ к меньшему радиусу этой же точки равно $3 + 2\sqrt{2}$.

12. Асимптотами гиперболы являются прямые $y = \pm\sqrt{15}x$, а отношение меньшего фокального радиуса точки $M(3; y)$ к большему радиусу этой же точки равно $(19 - 6\sqrt{2})/17$.

13. Действительная полуось гиперболы относится к расстоянию между ее фокусами как 1:3, а расстояние от точки $M(2\sqrt{5}; y)$ гиперболы до дальней директрисы равно $2\sqrt{5} + 8/3$.

14. Отрезок между вершинами гиперболы виден из вершин сопряженной гиперболы под углом $\alpha = 2\,\mathrm{arctg}\,1/2$. а расстояние между вершинами равно 6.

15. Точки $M_1(-2; 3\sqrt{2}), M_2(4\sqrt{2}; -4\sqrt{2})$ принадлежат сопряженной гиперболе.

16. Точка $M(9\sqrt{2}/2; \sqrt{2})$ принадлежит гиперболе, а точка $N(-3; 2)$ одной из ее асимптот.

17. Точка $M(-3; 5/2)$ принадлежит гиперболе, действительная ось не превосходит 5, а уравнения ее директрис $x = \pm 4/3$.

18. Уравнения директрис гиперболы $x = \pm 9/5$, а уравнения асимптот сопряженной гиперболы $x = \pm 3/4y$.

19. Гипербола касается двух прямых

$$5x + 12y + 32 = 0, 13x - 20y - 96 = 0.$$

20. Эксцентриситет сопряженной гиперболы равен $\sqrt{73}/8$, а фокус удален от центра искомой гиперболы на $\sqrt{73}$.

21. Угол между асимптотами гиперболы, не содержащий фокус, равен $60°$, а больший фокальный радиус точки $M(-4; y)$ равен $8+2\sqrt{3}$.

22. Асимптотами гиперболы являются прямые $y = \pm\sqrt{2}x/2$ и точка $M(3\sqrt{6}; 3)$ принадлежит гиперболе.

23. Расстояние между фокусами гиперболы больше ее мнимой полуоси в $\sqrt{5}$ раз, а расстояние от точки $M(31/\sqrt{5}; y)$ гиперболы до дальней директрисы равно $36/\sqrt{5}$.

24. Отрезок действительной оси, заключенный между директрисами гиперболы, виден из фокуса сопряженной гиперболы под углом $\alpha = 2\,\mathrm{arctg}\,3/4$, а мнимая ось равна 4.

25. Точка $M_1(-4\sqrt{2}; 4\sqrt{2})$ принадлежит исходной гиперболе, а точка $M_2(\sqrt{2}; 6)$ — ее сопряженной.

26. Точка $M(9/2; -1)$ принадлежит гиперболе, а уравнения ее асимптот $y = \pm 2/3x$.

27. Точка $M(5/2; 3)$ принадлежит сопряженной гиперболе, а уравнения директрис исходной гиперболы $x = \pm 5/3$.

28. У сопряженной гиперболы уравнения асимптот $x = \pm 5/3y$, а уравнения директрис $y = \pm 9/\sqrt{34}$.

29. Гипербола касается двух прямых

$$5x - 6y - 32 = 0, 13x + 10y - 96 = 0.$$

30. Эксцентриситет сопряженной гиперболы равен $\sqrt{74}/5$, а мнимая полуось искомой гиперболы равна 5.

**Задача 3.** По исходным данным составить каноническое уравнение параболы и найти:

1) фокальный параметр $p$,

2) фокус,

3) уравнение директрисы,

4) длину фокальной хорды,

5) уравнение касательной $l_0$, проходящей через точку $M_0(p/2 + 1 + [n/10]; \pm y)$[5],

6) уравнение прямой $l_1$, проходящей через точку $M_0$ и содержащей фокальный радиус,

7) углы между прямыми $l_0, l_1$ и $l_0$ и осью $Ox$,

8) фокальный радиус для точки $M_0$,

9) расстояние от точки $M_0$ до директрисы,

10) отношения найденных фокального радиуса к расстоянию до директрисы,

11) углы между прямыми $l_0$ и $l_1$,

12) уравнение касательной $l_2$ к параболе, параллельной прямой $l_1$,

13) уравнение касательной $l_3$ к параболе, симметричной прямой $l_0$, относительно оси параболы,

14) коэффициенты $k_1$ и $k_2$ двух равномерных сжатий плоскости к осям $Ox$ или $Oy$, при которых исходная парабола преобразуется в параболу $y^2 = x$,

[5] Для варианта с нечетным номером $n$ точка $M_0$ принадлежит первой четверти, с четным номером — четвертой четверти.

15) площадь треугольника, образованного касательными $l_0, l_3$ и прямой, содержащей фокальную хорду,

16) расстояние от фокуса параболы до ее касательной $l_0$,

17) точки параболы, фокальный радиус которых равен $n$,

18) уравнение касательной, параллельной прямой

$$px - [1 + n/10]y + n = 0,$$

19) уравнение касательной, перпендикулярной прямой

$$[2 + n/10]x + py - n = 0,$$

20) середину отрезка, образованного точкой пересечения касательной $l_0$ с осью $Ox$ и проекцией точки касания на ось $Ox$.

1. Фокальный радиус точки $M_0(1; y)$ равен 1,25.

2. Расстояние от точки $M_0(2; y)$ параболы до директрисы равно 2,5.

3. Уравнение касательной в точке $M_0(3; y)$ параболы имеет вид $x - 2y + 3 = 0$.

4. Уравнение касательной в точке $M_0(x; -4)$ параболы имеет вид $x + 2y + 4 = 0$.

5. Расстояние от точки $M(5; y)$ параболы до начала системы координат равно $5\sqrt{2}$.

6. Расстояние от точки $M(1,5; y)$ параболы до точки персечения директрисы с осью абсцис равно $3\sqrt{2}$.

7. Угол между касательными к параболе в точках $M_1(x_0; \sqrt{14})$ и $M_2(x_0; -\sqrt{14})$, $x_0 > p/2$, равен $\arccos{(1/15)}$.

8. Угол между касательной к параболе в точке $M_0(x; -4)$ и директрисой равен $\pi/4$.

9. Угол между касательной к параболе в точке $M_0(x; -3\sqrt{3}/2)$ и осью абсцисс равен $\pi/3$.

10. Фокальная хорда видна из точки $M_0(2,5 - 5\sqrt{3}; 0)$ под углом $\pi/3$.

11. Фокальная хорда видна из точки $M_0((22\sqrt{3} + 33)/12; 0)$ под углом $2\pi/3$.

12. Фокус параболы делит отрезок $OM_0$, $M_0(7; 0)$ в отношении 3:4.

13. Уравнение нормали в точке $M_0(x; 13)$ параболы имеет вид

$$2x + y - 39 = 0.$$

14. Угол между нормалью к параболе в точке $M_0(x; 1)$ и осью абсцисс равен $\arccos{(7\sqrt{2}/10)}$.

15. Угол между нормалью к параболе в точке $M_0(x; 3,5)$ и директрисой равен $\arccos{(7/\sqrt{274})}$.

16. Фокальный радиус точки $M_0(3; y)$ равен 7.

17. Расстояние от точки $M_0(5,75; y)$ параболы до директрисы равно 10.

18. Уравнение касательной в точке $M_0(2; y)$ параболы имеет вид $3x + 2y + 6 = 0$.

19. Уравнение касательной в точке $M_0(x; 9.5)$ параболы имеет вид $4x - 4y + 19 = 0$.

20. Расстояние от точки $M(x; 20)$ параболы до начала системы координат равно $20\sqrt{2}$.

21. Расстояние от точки $M(x_0; -7\sqrt{6})$, $x_0 > p$, параболы до точки персечения директрисы с осью абсцис равно $7\sqrt{217}/4$.

22. Угол между касательными к параболе в точках $M_1(x_0; 2\sqrt{11})$ и $M_2(x_0; -2\sqrt{11})$ равен $\arccos{(7/15)}$, $x_0 < p/2$.

23. Угол между касательной к параболе в точке $M_0(x; -23)$ и директрисой равен $\arccos{(\sqrt{5}/5)}$.

24. Угол между касательной к параболе в точке $M_0(x; -12)$ и осью абсцисс равен $\pi/4$.

25. Фокальная хорда видна из точки $M_0(-6,25; 0)$ под углом $\pi/2$.

26. Фокальная хорда видна из точки $M_0((26\sqrt{3} + 13)/2; 0)$ под углом $\pi/3$.

27. Фокус параболы делит отрезок $M_1M_2$, $M_1(-p/2; 0)$, $M_2(27; 0)$ в отношении 2:3.

28. Уравнение нормали в точке $M_0(7; y)$ параболы имеет вид
$$x + y - 21 = 0.$$

29. Угол между нормалью к параболе в точке $M_0(87/4; y)$ и осью абсцисс равен $\pi/3$.

30. Угол между нормалью к параболе в точке $M_0(2,5; y)$ и директрисой равен $\pi/3$.

**Задача 4.**

1. Составить уравнение эллипса, зная, что его малая ось равна 2, а фокусы находятся в точках $F_1(0; 0)$, $F_2(2; 2)$.

2. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 1/2$, фокус $F(3; 2)$ и уравнение соответствующей директрисы $y + 2 = 0$.

3. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(-1; 3/2)$, $F_2(3; -3/2)$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \sqrt{2}/2$.

4. Точка $A(-3;1)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(-1;2)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x-2=0$. Составить уравнение этого эллипса.

5. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(0;2)$, $F_2(2;0)$ и расстояние между директрисами равно $12\sqrt{2}$.

6. Точка $M_1(2;1)$ является концом малой оси эллипса, фокусы которого лежат на прямой $y+4=0$. Составить уравнение этого эллипса, зная его эксцентриситет $\varepsilon=\sqrt{2}/2$.

7. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon=1/2$, фокус $F(4;-1)$ и уравнение соответствующей директрисы $x+y-1=0$.

8. Эллипс касается оси абсцисс в точке $A(3;0)$ и оси ординат в точке $B(0;-4)$. Составить уравнение этого эллипса, зная, что его оси параллельны осям коордтнат.

9. Точка $M_1(-1;2)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(0;1)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x-2y+10=0$. Составить уравнение этого эллипса.

10. Составить уравнение эллипса, зная, что его большая ось равна 26, а фокусы расположенны в точках $F_1(-10;3)$ и $F_2(14;3)$.

11. Составить уравнение эллипса, зная, что его малая ось равна 2, а фокусы находятся в точках $F_1(0;-2)$, $F_2(2;0)$.

12. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon=1/2$, фокус $F(-5;3)$ и уравнение соответствующей директрисы $y+1=0$.

13. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(-1;2)$, $F_2(3;-1)$ и эксцентриситет равен $\varepsilon=\sqrt{2}/2$.

14. Точка $A(7;1)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(5;2)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x-2=0$. Составить уравнение этого эллипса.

15. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(0;-2)$, $F_2(-2;0)$ и расстояние между директрисами равно $12\sqrt{2}$.

16. Точка $M_1(-1;-3)$ является концом малой оси эллипса, фокусы которого лежат на прямой $y-2=0$. Составить уравнение этого эллипса, зная его эксцентриситет $\varepsilon=\sqrt{2}/2$.

17. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon=1/2$, фокус $F(1;-2)$ и уравнение соответствующей директри-

сы $x + y - 1 = 0$.

18. Эллипс касается прямой $y - 1 = 0$ в точке $A(-5;1)$ и прямой $x + 2 = 0$ в точке $B(-2;-1)$. Составить уравнение этого эллипса, зная, что его оси параллельны осям координат.

19. Точка $M_1(-1;-2)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(0;-1)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x + 2y + 10 = 0$. Составить уравнение этого эллипса.

20. Составить уравнение эллипса, зная, что его большая ось равна 10, а фокусы расположенны в точках $F_1(-3;-1)$ и $F_2(5;-1)$.

21. Составить уравнение эллипса, зная, что его малая ось равна 4, а фокусы находятся в точках $F_1(0;-4)$, $F_2(4;0)$.

22. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 1/2$, фокус $F(-3;-1)$ и уравнение соответствующей директрисы $y - 3 = 0$.

23. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(-2;-1/2)$, $F_2(2;5/2)$ и эксцентриситет равен $\varepsilon = \sqrt{2}/2$.

24. Точка $A(3;0)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(1;1)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x + 2 = 0$. Составить уравнение этого эллипса.

25. Составить уравнение эллипса, зная, что его фокусы находятся в точках $F_1(0;0)$, $F_2(3;-3)$ и расстояние между директрисами равно $18\sqrt{2}$.

26. Точка $M_1(-2;-1)$ является концом малой оси эллипса, фокусы которого лежат на прямой $y - 4 = 0$. Составить уравнение этого эллипса, зная его эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{2}/2$.

27. Составить уравнение эллипса, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = 1/2$, фокус $F(-3;0)$ и уравнение соответствующей директрисы $x - y + 1 = 0$.

28. Эллипс касается прямой $y - 1 = 0$ в точке $A(2;1)$ и прямой $x + 2 = 0$ в точке $B(-2;4)$. Составить уравнение этого эллипса, зная, что его оси параллельны осям координат.

29. Точка $M_1(1;2)$ лежит на эллипсе, фокус которого $F(0;1)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x + 2y - 10 = 0$. Составить уравнение этого эллипса.

30. Составить уравнение эллипса, зная, что его большая ось равна 20, а фокусы расположенны в точках $F_1(-1;-6)$ и $F_2(-1;10)$.

**Задача 5.**

1. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 13/12$, фокус $F(3; 14)$ и уравнение соответствующей директрисы $13y - 157 = 0$.

2. Составить уравнение гиперболы, если известно, что угол между асимптотами равен $90^\circ$ и фокусы находятся в точках $F_1(4; 2)$, $F_2(-2; -4)$.

3. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 5/4$, фокус $F(6; -1)$ и уравнение соответствующей директрисы $5x - 21 = 0$.

4. Составить уравнение гиперболы, если известно, что фокусы находятся в точках $F_1(4; 2)$, $F_2(-2; -6)$, а расстояние между директрисами равно 3,6.

5. Составить уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между ее вершинами равно 24 и фокусы находятся в точках $F_1(-11; -2)$, $F_2(15; -2)$.

6. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $F(4; 3)$ и уравнение соответствующей директрисы $3x - y + 3 = 0$.

7. Точка $A(1; -4)$ лежит на гиперболе, фокус которой $F(0; -2)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x+1 = 0$. Составить уравнение этой гиперболы.

8. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 5/3$, фокус $F(2; 4)$ и уравнение соответствующей директрисы $4x + 3y - 4 = 0$.

9. Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения асимптот $y = \pm\dfrac{3}{4}x + 1$ и уравнения директрис $x = \pm\dfrac{16}{5}$.

10. Составить уравнение гиперболы, если точка $A(2; 2)$ является вершиной этой гиперболы, и известны фокус $F(4; 4)$ и уравнение соответствующей директрисы $x + y - 2 = 0$.

11. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 13/12$, фокус $F(1; -15)$ и уравнение соответствующей директрисы $13y + 170 = 0$.

12. Составить уравнение гиперболы, если известно, что угол между асимптотами равен $90^\circ$ и фокусы находятся в точках $F_1(4; -5)$, $F_2(-2; 1)$.

13. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентри-

ситет $\varepsilon = 5/4$, фокус $F(-4;1)$ и уравнение соответствующей директрисы $5x + 11 = 0$.

14. Составить уравнение гиперболы, если известно, что фокусы находятся в точках $F_1(3;-2)$, $F_2(-5;4)$, а расстояние между директрисами равно 3,6.

15. Составить уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между ее вершинами равно 16 и фокусы находятся в точках $F_1(-11;2)$, $F_2(9;2)$.

16. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $F(-4;3)$ и уравнение соответствующей директрисы $3x + y - 3 = 0$.

17. Точка $A(3;1)$ лежит на гиперболе, фокус которой $F(2;3)$, а соответствующая директриса задана уравнением $x-1=0$. Составить уравнение этой гиперболы.

18. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 5/3$, фокус $F(2;-4)$ и уравнение соответствующей директрисы $4x - 3y - 4 = 0$.

19. Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения асимптот $x = \pm\dfrac{3}{4}y + 1$ и уравнения директрис $y = \pm\dfrac{16}{5}$.

20. Составить уравнение гиперболы, если точка $A(-1;1)$ является вершиной этой гиперболы, и известны фокус $F(-3;3)$ и уравнение соответствующей директрисы $x - y = 0$.

21. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 13/12$, фокус $F(11;-2)$ и уравнение соответствующей директрисы $13x - 118 = 0$.

22. Составить уравнение гиперболы, если известно, что угол между асимптотами равен $90^\circ$ и фокусы находятся в точках $F_1(2;4)$, $F_2(-4;-2)$.

23. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 5/4$, фокус $F(1;-4)$ и уравнение соответствующей директрисы $5y + 11 = 0$.

24. Составить уравнение гиперболы, если известно, что фокусы находятся в точках $F_1(-2;4)$, $F_2(6;-2)$, а расстояние между директрисами равно 3,6.

25. Составить уравнение гиперболы, если известно, что расстояние между ее вершинами равно 16 и фокусы находятся в точках $F_1(2;-11)$, $F_2(2;9)$.

26. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $F(3;-4)$ и уравнение соответствующей директрисы $x + 3y - 3 = 0$.

27. Точка $A(1;3)$ лежит на гиперболе, фокус которой $F(3;2)$, а соответствующая директриса задана уравнением $y - 1 = 0$. Составить уравнение этой гиперболы.

28. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = 5/3$, фокус $F(4;2)$ и уравнение соответствующей директрисы $3x + 4y - 4 = 0$.

29. Составить уравнение гиперболы, если известны уравнения асимптот $x = \pm\dfrac{3}{4}y + 1$ и уравнения директрис $y = \pm\dfrac{32}{5}$.

30. Составить уравнение гиперболы, если точка $A(-1;-1)$ является вершиной этой гиперболы, и известны фокус $F(-3;-3)$ и уравнение соответствующей директрисы $x + y = 0$.

**Задача 6.**

1. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(9;3)$ и директриса $x - 3 = 0$.

2. Дана вершина параболы $A(1;-6)$ и уравнение ее директрисы $3x - 5y + 1 = 0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

3. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(9;3)$ и вершина $A(7;3)$.

4. Даны фокус парабоолы $F(3;-5)$ и вершина $A(0;0)$. Составить уравнение параболы.

5. Составить уравнение параболы, если известны ее вершина $A(5;-3)$ и директриса $x - 3 = 0$.

6. Даны вершина параболы $A(2;-3)$ и уравнение ее директрисы $x + 2y - 1 = 0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

7. Составить уравнение параболы, если известен ее фокус $F(8;4)$, а директриса совпадает с осью ординат.

8. Даны фокус параболы $F(1;-5)$ и уравнение ее директрисы $x + 2y - 1 = 0$. Составить уравнение параболы и найти ее вершину.

9. Составить уравнение параболы, если известен ее фокус $F(-7;3)$, а директриса совпадает с осью абсцисс.

10. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(-4;3)$ и директриса $2x - y + 1 = 0$.

11. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(-6;-1)$ и директриса $x+3=0$.

12. Дана вершина параболы $A(-6;1)$ и уравнение ее директрисы $5x-3y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

13. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(-1;3)$ и вершина $A(-1;5)$.

14. Даны фокус парабоолы $F(-5;3)$ и вершина $A(0;0)$. Составить уравнение параболы.

15. Составить уравнение параболы, если известны ее вершина $A(-3;5)$ и директриса $y-3=0$.

16. Даны вершина параболы $A(-3;2)$ и уравнение ее директрисы $2x+y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

17. Составить уравнение параболы, если известен ее фокус $F(4;8)$, а директриса совпадает с осью абсцисс.

18. Даны фокус параболы $F(-5;1)$ и уравнение ее директрисы $2x+y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее вершину.

19. Составить уравнение параболы, если известен ее фокус $F(3;-7)$, а директриса совпадает с осью ординат.

20. Даны фокус параболы $F(3;-4)$ и уравнение ее директрисы $x-2y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее вершину.

21. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(-6;-1)$ и директриса $y-3=0$.

22. Дана вершина параболы $A(4;-5)$ и уравнение ее директрисы $5x-3y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

23. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(-1;3)$ и вершина $A(1;3)$.

24. Даны фокус парабоолы $F(3;5)$ и вершина $A(0;0)$. Составить уравнение параболы.

25. Составить уравнение параболы, если известны ее вершина $A(-2;2)$ и директриса $y+3=0$.

26. Даны вершина параболы $A(1;4)$ и уравнение ее директрисы $2x+y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее фокус.

27. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(4;8)$ и директриса $x+2=0$.

28. Даны фокус параболы $F(3;5)$ и уравнение ее директрисы $2x+y-1=0$. Составить уравнение параболы и найти ее вершину.

29. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(3;-7)$ и директриса $y-1=0$.

30. Составить уравнение параболы, если известны ее фокус $F(7;-2)$ и директриса $x-2y-1=0$.

**Задача 7.**

1. Составить, уравнения касательных к эллипсу $\dfrac{x^2}{40}+\dfrac{y^2}{10}=1$, параллельных прямой $3x-2y+27=0$.

2. Составить, уравнения касательных к эллипсу $\dfrac{x^2}{80}+\dfrac{y^2}{20}=1$, перпендикулярных прямой $x+y-13=0$.

3. Вычислить расстояние между касательными к эллипсу $\dfrac{2x^2}{15}+\dfrac{y^2}{6}=1$, проведенными параллельно прямой $4x+2y+21=0$.

4. На эллипсе $\dfrac{x^2}{72}+\dfrac{y^2}{32}=1$ найти точку $M_1$, ближайшую к прямой $2x+3y+50=0$, и вычислить расстояние от точки $M_1$ до этой прямой.

5. Составить уравнения касательных к эллипсу $\dfrac{x^2}{180}+\dfrac{y^2}{45}=1$, проведенных из точки $A(10;-5)$.

6. Из точки $A(-5;4)$ проведены касательные к эллипсу $\dfrac{4x^2}{25}+\dfrac{y^2}{4}=1$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.

7. Из точки $B(32;-18)$ проведены касательные к эллипсу $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$. Вычислить расстояние от точки $B$ до хорды, соединяющей точки касания.

8. Эллипс проходит через точку $A(-8;2)$ и касается прямой $x+4y+20=0$. Составить уравнение этого эллипса при условии, что его оси совпадают с осями координат.

9. Составить уравнение эллипса, касающегося двух прямых $3x-2y+30=0$, $x+6y-30=0$, при условии, что его оси совпадают с осями координат.

10. Прямая $x-y+10=0$ касается эллипса, фокусы которого находятся в точках $F_1(-6;0)$ и $F_2(6;0)$. Составить уравнение этого эллипса.

11. Составить уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если известно уравнение касательной к эллипсу $3x-10y+50=0$ и его малая полуось $b=4$.

12. Из левого фокуса эллипса $\dfrac{x^2}{180} + \dfrac{y^2}{80} = 1$ под тупым углом $\alpha$ к оси $Ox$ направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = -2$. Дойдя до эллипса, луч от него отразился. Составить уравнение прямой, на которой лежит отраженный луч.

13. На гиперболе $\dfrac{x^2}{96} - \dfrac{y^2}{72} = 1$ найти точку $M_1$, ближайшую к прямой $3x - 2y - 1 = 0$, и вычислить расстояние от точки $M_1$ до этой прямой.

14. Найти расстояние между касательными к гиперболе $\dfrac{x^2}{64} - \dfrac{y^2}{32} = -1$, проведенными параллельно прямой $x - 2y + 10 = 0$.

15. Составить уравнения касательных к гиперболе $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{16} = 1$, параллельных прямой $10x + 3y - 10 = 0$.

16. Прямая $x - 2y + 4 = 0$ касается гиперболы, фокусы которой находятся в точках $F_1(0; -3)$ и $F_2(0; 3)$. Составить уравнение этой гиперболы.

17. Составить уравнение гиперболы, фокусы которой расположены на оси абсцисс симметрично относительно начала координат, если известны уравнение касательной к гиперболе $15x - 16y + 72 = 0$ и расстояние между ее вершинами 16.

18. Гипербола проходит через точку $A(3; \sqrt{6})$ и касается прямой $2x - 9y - 15 = 0$. Составить уравнение этой гиперболы при условии, что ее оси совпадают с осями координат, а фокусы расположены на оси ординат.

19. Составить уравнение гиперболы, касающейся двух прямых $5x - 6y - 16 = 0$, $13x - 10y - 48 = 0$, при условии, что ее оси совпадают с осями координат, а фокусы расположены на оси абсцисс.

20. Из правого фокуса гиперболы $\dfrac{x^2}{20} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ под углом $\alpha$ $(\pi < \alpha < 3\pi/2)$ к оси $Ox$ направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = 2$. Дойдя до гиперболы, луч от нее отразился. Составить уравнение прямой, на которой лежит отраженный луч.

21. Из точки $A(-2; 10)$ проведены касательные к гиперболе $\dfrac{x^2}{12} - \dfrac{y^2}{20} = 1$. Вычислить расстояние от точки $A$ до хорды гиперболы, соединяющей точки касания.

22. Из точки $C(10; -1)$ проведены касательные к гиперболе

$-\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{8}=1$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.

23. Составить уравнение касательных к гиперболе $x^2-y^2=64$, проведенных из точки $A(-2;14)$.

24. Составить уравнение касательной к параболе $y^2=16x$, параллельной прямой $2x-2y+5=0$.

25. Составить уравнение касательной к параболе $y^2=-8x$, параллельной прямой $2x-2y+3=0$.

26. Составить уравнение касательной к параболе $x^2=8y$, перпендикулярной прямой $2x-4y+1=0$.

27. Составить уравнение касательной к параболе $y^2=6x$, параллельной прямой $3x+2y+15=0$ и вычислить расстояние между этой прямой и касательной.

28. На параболе $y^2=32x$ найти точку $M_1$, ближайшую к прямой $4x-3y+28=0$, и вычислить расстояние от точки $M_1$ до это прямой.

29. Составить уравнения касательных к параболе $x^2=-36y$, проведенных из точки $A(9;-2)$.

30. Из точки $A(-9;2)$ проведены касательные к параболе $x^2=36y$. Составить уравнение хорды, соединяющей точки касания.

31. Из точки $A(-12;3)$ проведены касательные к параболе $x^2=10y$. Вычислить расстояние от точки $A$ до хорды, соединяющей точки касания.

32. Из фокуса параболы $x^2=12y$ под тупым углом $\alpha$ к оси $Oy$ направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha=-3/4$. Дойдя до параболы луч отразился. Составить уравнение прямой, на которой лежит отраженный луч.

33. Из фокуса параболы $y^2=-12x$ под острым углом $\alpha$ к оси $Ox$ направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha=-3/4$. Дойдя до параболы луч отразился. Составить уравнение прямой, на которой лежит отраженный луч.

# Рекомендуемая литература


[1] *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. — М.: Наука, 1984. — 192 с.

[2] *Виноградов И.М.* Аналитичекая геометрия. — М.: Наука, 1986. —176 с.

[3] *Волков В.А.* Аналитическая геометрия и векторная алгебра. — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1986. — 192 с.

[4] *Дубротин Д.А.* Основы линейной алгебры и аналитической геометрии. — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1977. — 120 с.

[5] *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1988. — 224 с.

[6] *Рублев А.Н.* Курс линейной алгебры и аналитической геометрии. — М.: Высшая школа, 1972. — 224 с.

[7] *Солодовников А.С., Торопова Г.А.* Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. — М.: Высшая школах, 1987. — 254 с.

# Использованная литература


[1] *Апатенок Р.Ф., Маркина А.М., Хейман В.Б.* Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии, — Минск, Вышэйшая школа, 1990. — 288 с.

[2] *Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: Наука, 1987. — 496 с.

[3] *Клетеник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1969. — 256 с.

[4] *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). — 2-е изд., доп. — М.: Высшая школа, 1994. — 206 с.

[5] *Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А.* Сборник задач по алгебре и теории чисел. — М.: Просвещение, 1993. — 288 с.

[6] *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Наука, 1974. — 384 с.

[7] *Сборник* задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математичского анализа. / Под ред. А.В.Ефимова, Б.П.Демидовича. — М.: Наука, 1981. — 464 с.

[8] *Сборник* индивидуальных заданий по высшей математике. В 3 ч. Ч.1. / Под общ. ред. А.П.Рябушко. — Минск, Вышэйшая школа, 1990. — 270 с.

# Список типовых расчетов

## Аналитическая геометрия

1. Векторная алгебра
2. Линии второго порядка

## Линейная алгебра

1. Системы линейных уравнений
2. Линейные пространства
3. Евклидовы пространства
4. Линейные операторы
5. Билинейные и квадратичные формы

## Общая алгебра

1. Комплексные числа
2. Алгебраические структуры

*Учебное издание*

*Александр Аркадьевич Айзикович*
*Татьяна Сергеевна Быкова*

**Сборник типовых расчетов по алгебре и геометрии (линии второго порядка)**

*В авторской редакции*

Компьютерная верстка *А.А.Айзикович, Т.С.Быкова*
Корректор *И.О.Фамилия*

Оригинал-макет подготовлен с помощью издательской системы
$\LaTeX\,2_\varepsilon$ (MiKTEX) на оборудовании кафедры ПМИ ИжГТУ

Издательство ИжГТУ. Лицензия ЛР №020885 от 24.05.99.
Подписано в печать 00.00.2002. Бумага офсетная. Формат 60x84/16.
Печать офсетная. Усл.печ.л. 00,00. Уч.-изд.л. 00,00.
Тираж 100 экз. Заказ №000.

Типография Издательства ИжГТУ.
Лицензия РФ ПД №00525 от 28.04.2000.
426069, г.Ижевск, ул.Студенческая,7.