

Задания для самостоятельной работы по теме
«Экономический смысл производной»

1. Объем выпущенной заводом продукции x и выручка z , полученная от ее реализации, связаны следующей зависимостью:

$$z = 10x + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{15}x^3.$$

Найдите предельную выручку и постройте ее график. Пользуясь этим графиком, определите, при каком объеме производства выручка максимальна (минимальна). Чему равна при этом предельная выручка? Что это означает?

Замечание. **Предельная выручка** определяется аналогично предельным издержкам производства (это скорость изменения выручки при данном объеме продаж).

2. Предприятие производит x единиц продукции в месяц и реализует ее по цене

$$P = 25 - \frac{1}{30}x.$$

Суммарные издержки производства составляют:

$$K = \frac{1}{25}x^2 + 5x + 300.$$

Определите, при каком объеме производства прибыль предприятия будет максимальной.

3. Из треугольных обрезков фанеры необходимо сделать заготовки, имеющие форму параллелограмма. Как добиться того, чтобы заготовки имели максимально возможную площадь?

4. Имеется запас меда стоимостью в C рублей. Известно, что с течением времени стоимость меда повышается по закону $V = Ce^{\sqrt{t}/2}$, а затраты на хранение настолько меньше V , что ими можно пренебречь. С другой стороны, если мед продать, а деньги положить в банк, то на вырученную сумму непрерывно будут начисляться 10% годовых. То есть сумма V_0 , положенная в банк в момент време-

ни $t = 0$, через t лет станет равной

$$V_1 = V_0 e^{t/10} \quad (10\% = \frac{1}{10}).$$

Определите момент времени t_0 , в который наиболее выгодно продать имеющийся запас меда и положить деньги в банк, чтобы через t лет сумма, накапливаемая на счете, была максимальной.

5. Зависимость полных издержек производства K от объема производства x выражается с помощью формулы:

$$K = x^3 - 4x^2 + 9x.$$

Рассчитайте, при каком объеме производства средние издержки минимальны

$$(K_{cp} = \frac{K}{x}).$$

6. Цена бриллианта пропорциональна квадрату его массы. Если бриллиант разбить на две части. То в каком случае общая стоимость двух частей будет наименьшей?

7. Предположим, что функция затрат имеет вид:

$$y = 2x + \ln(x + 1).$$

Определите предельные издержки производства при объеме выпуска $x_1 = 2, x_2 = 9$.

При каких значениях x данная функция возрастает (убывает) все быстрее?

8. Установлено, что предложение данного товара описывается формулой $s = e^p - 1$, где p - цена. Установите вид зависимости предельного предложения (скорости изменения предложения) и темпа изменения предложения от цены на товар. Как изменение этих параметров характеризует динамику предложения?

9. Функция спроса на товар имеет вид:

$$d = 80 + 16p - p^2.$$

Определите уровни цен, соответствующих максимальному спросу на товар, исчезновению спроса на него. При какой цене предельный спрос (скорость изменения спроса) будет равен нулю, двум, десяти? Чему равен темп изменения спроса? Что это означает? Приведите примеры ситуаций, которые могут быть описаны с

помощью функций указанного вида.

10. Зависимость спроса от цены выражается формулой:

а) $d(p) = 10 - 2p$;

б) $d(p) = \frac{100}{p+1}$;

в) $d(p) = 15 + 2p - p^2$.

Опишите динамику изменения спроса на товар и выручки от продажи этого товара, нарисуйте графики функций.