**Домашнее задание №2** «Расчет переходных процессов в цепях первого порядка»

*Необходимо:* а) скомпоновать схему согласно своему варианту; б) найти мгновенное значение величин, указанных в табл., классическим методом расчета; в) найти мгновенное значение величин, указанных в табл., операторным методом расчета; д) представить найденные величины графиками на интервале времени [-τ, 4·τ].

**Схема:**

*Е*

**1**

**2**

**3**

**4**

**5**

**6**

**7**

**8**

**9**

**10**

*i*1

*i*2

*i*3

*u*1

*u*2

*u*3

*u*4

*u*5

*u*6

*u*7

*u*9

*u*10

*u*8

**Вариант:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Элементы *E*[В], *R*[Ом], *L*[Гн], *C*[Ф] | Искомые величины | Расположе-ние ключа  | Ключ при *t<0* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *E*=155; *R*1=*R*5=*R*8=*R*10=1250; *C*4=2,4⋅10−5 | *i*2 (*t*), *u*10 (*t*) | Параллельно*R*8 | З |

**Пример выполнения Задания 2:**

 *uC*(*t*)

*E*

*R*1

 *R*2

 *L*

 *С*

 *iL*(*t*)

 *iC*(*t*)

 *i*(*t*)

*Дано*: *Е*=200 В; *R*1=*R*2=103 Ом;

 *L*=0,1 Гн; *С*=10–6 Ф.

*Найти*: токи во всех ветвях и напря-

 жения на индуктивном и ём-

 костном элементах

 *uL*(*t*)

*Решение:*

1) Цепь при *t*<0

 *uC*(0–)

 *R*2

 *iL*(0–)

*iL*(0–)= 0 [A];

*uC*(0–)=0 [В].

2) Цепь при *t*=0+

*iC*(0+)=*Е*/*R*1=200/103=0,2 [А];

*uL*(0+)=0 [В].

 *EC*=*uC*(0–)

*E*

*R*1

 *R*2

 *JL*=*iL*(0–)

 *iC*(0+)

 *uL*(0+)

3) Цепь при *t*=∞

*iL*(∝)=*Е*/(*R*1+*R*2)=200/(103+103)=0,1 [А];

*uL*(∝)=*R*2⋅*iL*(∝)=103⋅0,1=100 [В].

*E*

*R*1

 *R*2

*iL*(∝)

 *uC*(∝)

4) Составляем и решаем характеристическое уравнение

*z*(*p*)==

 ==

 =

*R*1

 *R*2

 *L*⋅*p*

1/(*C*⋅*p*)

Приравняв *z*(*p*) к 0, получим корни характеристического уравнения

*р*1= –2300 [1/с], *р*2= –8700 [1/с].

5) Записываем мгновенные значения напряжения на ёмкостном элементе и тока через индуктивный элемент в общем виде

*uC*(*t*)=*uC*(∝)+*B*1⋅*ep*1⋅*t*+*B*2⋅*ep*2⋅*t* =100+*B*1⋅*e*–2300⋅*t*+*B*2⋅*e*–8300⋅*t* [B];

*iL*(*t*)=*iL*(∝)+*A*1⋅*ep*1⋅*t*+*A*2⋅*ep*2⋅*t* =0,1+*A*1⋅*e*–2300⋅*t*+*A*2⋅*e*–8300⋅*t* [A].

6) Определяем постоянные интегрирования.

Ток *iL*(*t*)в момент *t*=0+ будет *iL*(0+)=0,1+*A*1+*A*2, а с учетом *iL*(0–)=*iL*(0+)=0, получаем *A*1+*A*2 = − 0,1.

Напряжение *uL*(*t*)=*L⋅diL*/*dt*=0,1⋅(−2300⋅*A*1⋅*e*−2300⋅*t*−8700⋅*A*2⋅*e*−8700⋅*t*) в момент *t*=0+ будет *uL*(0+)=0,1⋅(−2300⋅*A*1 −8700⋅*A*2) или, с учетом *uL*(0+)=0, 2,3⋅*A*1+8,7⋅*A*2=0.

Напряжение *uC*(*t*) в момент *t*=0+ будет *uC*(0+)=100+*B*1+*B*2 или, с учетом *uC*(0+)=0, *B*1+*B*2=−100 .

Ток *i*C(*t*)=*C⋅duC*/*dt*=10−6⋅(−2300⋅*B*1⋅*e*−2300⋅*t*−8700⋅*B*2⋅e−8700⋅*t*) для *t*=0+,будет *i*C(0+)=10−6⋅(−2300⋅*B*1 −8700⋅*B*2) или, с учетом *i*C(0+)=0,2 , 2,3⋅*B*1 + 8,7⋅*B*2 = −200.

Располагаем двумя системами уравнений и их решениями:

.

Тогда *iL*(*t*)=0,1−0,1359⋅*e*−2300*t*+0,0359*e*−8700*t* [A];

 *uC*(*t*)=100−104,7⋅*e*−2300*t*+4,7*e*−8700*t* [B].

7) Полученные в п.6 соотношения дают возможность определить остальные токи и напряжения:

*iC*(*t*)=*C*⋅*duC/dt* =10−6⋅(104,7⋅2300⋅*e*−2300*t*−4,7⋅8700⋅e−8700*t*) =

=0,2406⋅*e*−2300*t* −0,0406⋅*e*−8700*t*  [A];

*uL*(*t*)=*L*⋅*diL/dt*=0,1⋅(0,1359⋅2300⋅*e*−2300*t*−0,0359⋅8700⋅*e*−8700*t*) =

=31,26⋅*e*−2300*t*−31,26⋅*e*−8700*t*  [B];

*i*(*t*)=*iL*(*t*)+*iC*(*t*)=0,1+0,1047⋅*e*−2300*t*−0,0047⋅*e*−8700*t* [A].

*Ответ:* *iL*(*t*)=0,1−0,1359⋅*e*−2300*t*+0,0359*e*−8700*t* [A];

 *iC*(*t*)=0,2406⋅*e*−2300*t* −0,0406⋅*e*−8700*t*  [A];

 *i*(*t*)=0,1+0,1047⋅*e*−2300*t*−0,0047⋅*e*−8700*t* [A];

 *uL*(*t*)=31,26⋅*e*−2300*t*−31,26⋅*e*−8700*t*  [B];

 *uC*(*t*)=100−104,7⋅*e*−2300*t*+4,7*e*−8700*t* [B].

**Домашнее задание №3** «Расчет цепей синусоидального тока» *Необходимо:* а) скомпоновать схему согласно своему варианту; б) найти мгновенное значение всех токов, напряжений и источника ЭДС методом комплексных амплитуд; в) построить векторные диаграммы для любого контура и любого узла.

1. Рассчитать мгновенные значения ЭДС источника, токов в ветвях и напряжений на элементах.
2. Определить активную, реактивную и полную мощности.
3. Построить векторную диаграмму токов и напряжений для амплитудных значений величин.

**Схема:** Всё задание выполняется только для третьей схемы

3

1

2

5

4

*i*1

*i*2

*i*3

*u*1

*u*2

*u*3

*u*4

*u*5

*e*

3

1

2

5

4

*i*1

*i*2

*i*3

*u*1

*u*2

*u*3

*u*4

*u*5

*e*

3

1

2

5

4

*i*1

*i*2

*i*3

*u*1

*u*2

*u*3

*u*4

*u*5

*e*

Схема 1 Схема 2 Схема 3

**Вариант:**

|  |  |
| --- | --- |
| Элементы ветвей*R* [Ом], *L*[мГн], *C*[мкФ] | Заданная величина*i* [A]; *e,u* [B] |

|  |  |
| --- | --- |
| *R*1=7, *L*3=10, *C*4=1250, *C*5=1250 | *u*3 =80,5sin(400*t+*90°) |

**Домашнее задание №4** «Расчет цепей с несинусоидальными источниками энергии»

*Необходимо:* а) скомпоновать схему согласно своему варианту; б) найти действующее и мгновенное значения величины, указанной в табл., используя первые пять слагаемых несинусоидального источника энергии.

Для заданной схемы электрической цепи, структура которой представлена на рис 2 и параметрами из таблиц 4.1…4.4, выполнить:

1. представить заданную функцию источника ЭДС или тока рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. определить функцию  - напряжение  или ток  на нагрузке, используя метод расчета по комплексным значениям;
4. построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую на нагрузке.

**Схема:** Всё задание выполняется только для рисунка №2

**2**

**5**

**1**

**3**

**4**

**6**

**7**

*J*вх

 *i*н

*u*н

**2**

**5**

**1**

**3**

**4**

**6**

 *e*вх

 Рис.1 Рис.2

**Вариант:**

**Разложение функции  в ряд Фурье:**



**Параметры из таблиц 4.1…4.4:**

**Таблица 4.1 (начало)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рисуноксхемы | Параметры источника Тип Форма  *F*м [A,B]ω1[1/c] | *f*Н(ωt) |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | ЭДС | 28 | *E*м=125B | 100 | *u*н(ωt) |

**Таблица 4.1 (окончание)**

|  |  |
| --- | --- |
| Рисунок схемы | Параметры элементов *R*[Ом]*, L*[мГн]*, C*[мкФ]Н о м е р а в е т в е й 1 2 3 4 5 6 7 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | *R*=12 | *L*=200 | *C*=100 | *R*=12 | *L*=200 | *R*=96 | \_\_ |

**Пример выполнения Задания 4:**

*Дано:* К электрической цепи, схема которой приводится ниже, приложено несинусоидальное периодическое напряжение, форма которого также показана. Параметры цепи имеют следующие значения:  [Ом];  [Гн];  [мкФ]; [В];  [рад/с].

*Требуется выполнить следующие операции:*

1. представить напряжение источника *f*(*x*)=*e*(ω*t*) рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. определить напряжение на нагрузке , используя метод расчета по комплексным значениям;
4. построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую в ней.

*e*(*t*)

*R*н

**





**

*R*2

**

2π

π

ω*t*

*E*M

*e*(*t*)

0

 *а*) *б*)

Схема цепи (*а*) и форма входного напряжения (*б*) к примеру

*Решение*

**1.** Воспользуемся данными табл. 1 (функция ) и представим напряжение источника в виде ряда Фурье, ограниченного постоянной составляющей и тремя первыми гармониками



**2.** Построим графики спектров амплитуд и начальных фаз напряжения источника, которые изображены на рис. 4.3 *а*, *б*. При построении графиков используем масштаб, при котором одно деление по оси ординат соответствует 10 В, а по оси абсцисс – 100 Гц.

*E*0

*Emk*

*Em*1

*Em*2

3

*Em*4

 0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

60

50

40

30

20

10

ψ*ek*

 –30o

 –60o

 –90o

ψ*e*2

ψ*e*24

 0 ω1 2ω1 3ω1 4ω1 ω

ω

 *а*) *б*)

Рис. 4.3. Спектры амплитуд (*а*) и фаз (*б*) входного сигнала к примеру

**3.** Теперь выполним расчет напряжения на нагрузке, используя для этого метод комплексных амплитуд.

 *Для постоянной составляющей* напряжения на нагрузке, используя схему замещения, приведенную на рис. 4.4 *а*, получим следующее значение

 [В].

 При выполнении этого расчета учтено, что на постоянном токе индуктивности ,  нужно заменить перемычками, а емкость  – разрывом цепи, как показано ниже на рисунке. Ток в нагрузке определим по закону Ома

 [А].

 При расчете напряжения на нагрузке для гармоник ЭДС *e*(*t*) источника можно пользоваться схемой замещения, приведенной на рис 4.4 *б.* На этой схеме все элементы цепи заменены их комплексными сопротивлениями, которые имеют двойные индексы. Первый индекс соответствует порядковому номеру ветви, а второй – номеру гармоники. Комплексные значения токов в ветвях определим по формулам



где  – эквивалентное комплексное сопротивление цепи для *k*-ой гармоники напряжения источника;



в которых учтено, что ток  делится в ветвях схемы на два тока, которые обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

 *E*0

*R*н





*R*2

°

°

*I*0

0

**

*R*н

**





**

**

**

**

**

 *а*) *б*

Рис. 4.4. Схемы для расчета постоянной (*а*) и переменных (*б*) составляющих напряжения на нагрузке

*Для первой гармоники,* пользуясь схемой замещения, получим напряжения на нагрузке

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом] – сопротивления цепи для первой гармоники напряжения источника.

 Комплексная амплитуда тока первой гармоники источника имеет значение

[А]

 Этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей  и , поэтому ток в нагрузке

[А]

 Комплексное значение напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

 Полученное значение позволяет записать мгновенное значение первой гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

 *Вторую гармонику* напряжения на нагрузке определим, используя в схеме замещения рис. 4.4 *б* сопротивления цепи и напряжение источника для второй гармоники

[В]; [Ом]; [Ом]; [Ом].

 Значение комплексной амплитуды тока второй гармоники в цепи источника напряжения найдем по закону Ома

[А]

 Комплексную амплитуду тока второй гармоники в нагрузке *R*н найдем аналогично току первой гармоники путем деления тока источника обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей

[А]

 Комплексное значение напряжения второй гармоники на нагрузке найдем с помощью закона Ома

[В]

 Полученное значение позволяет записать мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке

 [В]

 Определение напряжения *четвертой гармоники* выполним аналогично расчету напряжения второй гармоники. Сопротивления цепи и напряжение источника для четвертой гармоники имеют значения

В; [Ом]; [Ом]; [Ом].

 Комплексную амплитуду тока четвертой гармоники определим по закону Ома

[А]

 Используя ток четвертой гармоники в ветви с источником напряжения, рассчитаем ток в нагрузке

[А]

 Комплексное значение четвертой гармоники напряжения на нагрузке определим по закону Ома

[В]

Мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке определим по формуле

 [В]

 Результирующее напряжение на нагрузке найдем путем суммирования отдельных составляющих, рассчитанных выше



 Представим графики ЭДС источника *e*(*t*) и напряжения нагрузки 

0

0.02

0.04

0.06

0.08

0.1

0.12

0.14

0.16

20

0

20

40

60

80

100

*t,*c

*e*вх(*t*)

*u*н(*t*)

*e,u*н*,* В

Рис. 4.5. Графики входного напряжения и напряжения на нагрузке

 **4.** Построим графики спектральных составляющих напряжения на нагрузке, используя полученное выше мгновенное значение напряжения. Эти графики показывают, что электрическая цепь, включенная между источником и нагрузкой, оказывает определенное сглаживающее действие: амплитуды спектральных составляющих уменьшаются по мере увеличения частоты. Кроме этого, заметно существенное запаздывание сигнала по отношению к напряжению источника.

*U*Н0

,В

*Um*н1

*Um*н2

3

*Um*н4

 0 100 200 300 400 ω

50

40

30

20

10

*Umk*

ψ*ek*

ψ*e*2

ψ*e*4

 100 200 300 400 ω

ω, рад/с

ψ*e*1

 –100o

 –200o

Рис. 4.6. Амплитудный (*а*) и фазовый (*б*) спектры напряжения на нагрузке

**5.** Определим действующее значение напряжения на нагрузке и среднюю мощность, рассеиваемую в ней. Действующее напряжение на нагрузке можно рассчитать по формуле:



где =31,80 В – постоянная составляющая напряжения на нагрузке;

  В – действующее значение напряжения первой гармоники;

  В – действующее значение напряжения второй гармоники;

  В – действующее значение напряжения четвертой гармоники.

 Средняя мощность несинусоидального тока определяется по формуле:



где  Вт – мощность постоянной составляющей тока;

  Вт – средняя мощность первой гармоники тока;

  Вт – средняя мощность второй гармоники тока;

  Вт – средняя мощность четвертой гармоники тока.

 Из полученных выражений следует, что средняя мощность почти полностью определяется постоянной составляющей и первой гармоникой тока. Вклад высших гармоник весьма незначителен и составляет всего 1,6% от полной мощности, рассеиваемой в нагрузке.