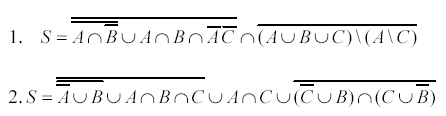
**Дискретная математика**

**Вариант I**

**Задание №1.** Упростить выражение.



= = A(AC) = A, т,к, по формуле поглощения: ((AAC)=, A=1

= = = = A= ( *A*)

**Задание №2.** С помощью диаграмм Эйлера-Венна решите следующие задачи:

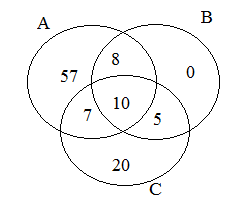
1. В ящике лежат 120 деталей, из них на автомате №1 обработаны 82 штуки, на автомате №2 – 23, а на автомате №3 – 42 штуки. 18 деталей было обработаны на автоматах №1 и №2, 17 деталей на автоматах №1 и №3 и 15 – на автоматах №2 и №3. 10 деталей прошли обработку на всех трех автоматах. Сколько деталей не обработано ни на одном из автоматов?

= (A)=()= ().

В качестве универсального выберем множество всех деталей . Число его элементов равно 120.Пусть А - множество деталей ,обработанных на 1 автомате ,В – на втором ,С- на третьем .

Число элементов множества А обозначим n(А),оно равно 82. Аналогично ,n(В)=23, n( С)=42.

Построим диаграмму :

- Детали обработанные на всех трех автоматах :n(

n(A=18, 18-10=8

n(A) =17, 17-10=7

n(В =15, 15-10=5

n(A)-(10+8+7)=82-25=57

n(B)-(10+8+5)=23-23=0; n(c)-(10+7+5) =42-22=20

Число всех деталей n(A=120 (по условию )

По диограмме : n(A=107

Дополнением к нему является множество необработанных деталей :

n( = 120-107=13

Ответ :13 деталей .

**Задание №3**. Для следующих высказываний выполнить:

1. Построить истинностные таблицы

а) x

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z | Y | X |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Данная формула задает высказывание, которое истинно на всех наборах значений элементарных высказываний; кроме

=1, =0,=0 (- истинно, и -ложно).

2.Преобразовать их к формулам, содержащим только операции: отрицания, конъюнкции и дизъюнкции (максимально простым).



*(* заменяем импликацию равносильной ей формулой).

и .

Построим таблицу истинности последней формулы, добавив в первую таблицу значения , .

Замечаем, что стобцы №1 и №2 имеют одинаковый набор значений, следовательно, данные формулы равносильны.

б)

Таблица истинности:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C |  | №1 | AB |  | №2 | F | B | A |  |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Данная формула задает высказывание, которое истинно на всех наборах значений элементарных высказываний, кроме двух наборов:

1. А=1,В=1,С=1(все истинны)
2. А=0,В=0,С=1(А,В-ложны, С-истинно).

2.)=())

)=((A(A=CCABCABABC

ABABC=ABBA=(AB=B.

1. Доказать равносильность данной и полученной формул.

Построим таблицу истинности последней формулы; добавив в первую таблицу нужные столбцы.

Получили, что столбцы имеют одинаковые наборы значений, следовательно, данные формулы равносильны.

**Задание №4.** Составить и упростить логическую функцию по заданной таблице истинности

1.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **А** | **В** | **С** | **F** |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

Найдем основные конъюнкции, исходя из истинных значений данной функции.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | F | Основные конъюнкции |
| 0 | 0 | 0 | 1 | \*\* |
| 0 | 0 | 1 | 0 |  |
| 0 | 1 | 0 | 0 |  |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 | 1 | А\*\* |
| 1 | 0 | 1 | 1 | А\*\*С |
| 1 | 1 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | А\*В\*С |

Тогда F (ABC) = \*\* A\*\* A\*\*CA\*B\*C

Упростим получинную формулу :

F(ABC) = (\*\*ABC)(A\*\*CA\*B\*C) =\*()AC()=

\*\*1 A\*C\*1=\* A\*C.

Ответ: \* A\*C.

**Задание №5.**

1. Заданы следующие высказывания:

S1: Если две прямые совпадают или не имеют общих точек, то они параллельны.

S2: Две прямые параллельны тогда и только тогда, когда они совпадают или не имеют общих точек.

S3: Если две прямые не совпадают и не имеют общих точек, то они параллельны.

Между какими парами высказываний существует отношение следствия? Приведенные высказывания расположить таким образом, чтобы из каждого высказывания следовали все, стоящие после него.

Введем элемертанные высказывания :

А: Две прямые совподают

В: Две прямые не имеют общих точек

С: прямые параллельны

Запишем формулы приведеных высказываний :

=AB,

=C

=

Построем таблицы истинности этих высказываний :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Из высказывания следует и Т.к Cтолбцы и имеют истиностные значения «1» 1, 1.

А также из высказывания следует :

Поэтому ,высказывания нужно расположить в таком порядке : ,,

**Задание №6.**

Проверить правильность каждого из следующих рассуждений двумя способами: построением соответствующей таблицы и преобразованием формулы.

1. «Если противоположные стороны четырёхугольника попарно равны, то он является параллелограммом. Четырехугольник является параллелограммом тогда и только тогда, когда его диагонали делятся в точке пересечения пополам. Противоположные стороны четырехугольника попарно равны. Следовательно, его диагонали делятся в точке пересечения пополам».

Состовляем элемертарные высказывания :

А-Противоположные стороны четырехугольника попарно равны

В- четырехугольник является параллелограммом .

С-диагонали четырехугольника делятся пополам в точке пересечения. Используя эти обозначения ,получим формулы :

А (Первая посылка )

BC (Вторая посылка )

A (Третья посылка )

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C (Заключение Q)  Если импликация (АВ)(ВС)АС=РQ тождественно истинна, то рассуждение верно. Проверим правильность с помощью истинностной таблицы :   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | A | B | C | A | B |  |  | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | `1 | |

Получили ,что рассуждение верно.

Правильность данного рассуждения можно проверить с помощью преобразования формулы .

S=(AB)C=ABC-истинно.

Следовательно ,данная формула верна .

**Задание №7.** С помощью ДНФ и КНФ (без построения таблицы истинности) установить тип формулы.



Опредилим КНФ для отрицания S:

S=\*, где =(

=((.

=

=(

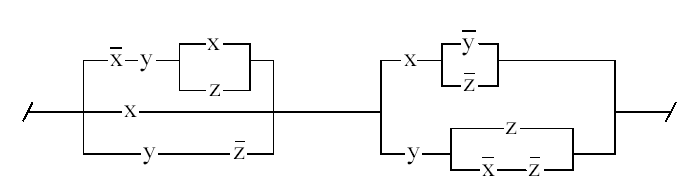
=\* ,

КНФ для не удовлетворяет условию теоремы 3,следовательно -выполнима ,тоесть

Ответ : формула является выполнимой .

**Задание №8**. Упростить схемы:

1.



Функция проводимости задается формулой

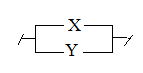
= ,где

=(Y(

*=*X\*(

=(X

Получаем упрощенную схему:



**Задание №9**. Ввести предикаты на соответствующих областях (возможно многоместные) и записать с их помощью высказывания:

Через три различные точки проходит некоторая плоскость.

P( - предикат обозначает : через три точки А,В,С проходит плоскость ,где А,В,С-принимают значение из множества точек , а -принимает значения из множества плоскостей Евклидова пространства .

P(

**Задание №10.** Решить следующие задачи:

1. Задан G (X,ГX)

X=x1,x2,x3,x4,x5

ГХ: Гx1=x4

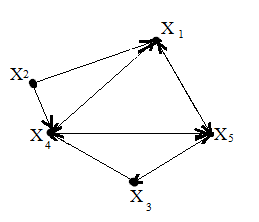
Гx2=x1,x4

Гx3=x4,x5

Гx4=x1,x5

Гx5=x1,x3

Определить хроматическое и цикломатическое число данного графа.



Хроматическое число графа :

Y(G)=3, т.к. потребуется минимальное число красок 3,так чтобы никакие две смежные вершины не были окрашены одинаково .

Цикломатическим числом графа называется число

*=*7- число ребер графа

n=5- число его вершин

p=1-число компонент связности

=7-5+1=3

**Задание №11**. Вычислите:

1. А36 , С26

= - формула размещений ( без повторений )

== = 4\*5\*6=120

найдем по формуле сочетаний (без повторений ): =

= = = =15

Ответ : =120 ; =15.