

Задание 1.

Вычислить значение  $Z$  и оценить абсолютную и относительную погрешности результата, считая, что значения исходных данных получены в результате округления по дополнению. Записать результат с учетом погрешности. Указать верные цифры.

N	Z	N	Z
1	$\cos 3.14 + 2.15 - 3.0^3$	2	$\ln(3.18 - 1.0) - 2^{1.55}$
3	$\sqrt[3]{7.98} + 1.5 - 1.04^3$	4	$\frac{1}{3.09^2} - 5.4^2 + 3.09$
5	$\sqrt{8^3 + 15.1^3 + 50.5}$	6	$\ln(5.358 + \sqrt{5.538})/2.21$
7	$0.5e^{2.45} + 6.061e^{-2.45}$	8	$e^{\sqrt{3.18}}/(0.21^2 + 0.893)$
9	$\frac{1}{2.15} - e^{2.40} + 1.808$	10	$\frac{1}{1.1^2} - \ln(1.15 + 1.26)$
11	$\ln(\cos(0.25 + 0.52 + \sqrt{0.25 \cdot 0.52}))$	12	$23.8 \operatorname{arctg}(51.45/5.5)$
13	$2.1e^{-4.6} - 4.6e^{2.1} + 1.535e^{-4.6}$	14	$(0.0321 + 5.74^2)e^{-0.0321}$
15	$\cos 1.57 - \sqrt{3.007 - 1.4}$	16	$\sqrt{16.2} - 2 \cos 0.01 + 1.99$
17	$-2.02^3 + \sqrt{2.02^3 + 5.05 \cdot 4.04}$	18	$\frac{2.2}{0.84} - \ln(1.354)$
19	$1.25^3 + 1.687 - 2.2^2$	20	$\sqrt[3]{3.44} - 1.600 - \cos 2.0$
21	$e^{0.22+1.22}/\sqrt{0.429}$	22	$20.295 \arcsin(9.65/9.95)$
23	$\sqrt{1.58} - \frac{1}{5.18^2} - 1.85$	24	$1.4^3 - 1.89^2 - 2.02$
25	$2^{0.5} - 0.88^2 + 2.88 = 0$	26	$\sqrt[3]{e^{-3.03} - e^{3.03}} \cdot 5.5$
27	$2.864 - \ln 12.1 - \sqrt{2.001}$	28	$e^{-3.55} + 2.068 - \frac{1}{\sqrt{2.068}}$
29	$2^{1.1} - 3^{1.2} + 1.3$	30	$5.05^2 - 0.21 - \frac{1}{1.718}$

Задание 2.

До скольких значащих цифр следует округлить число  $x_0 = 10/7$ , чтобы погрешность вычисления величины  $f(x_0)$  не превосходила 0.01%?

N	$f(x)$	N	$f(x)$	N	$f(x)$
1	$\cos x + 2 - x^3$	2	$\ln(x - 1) - 2^{1-x}$	3	$\sqrt[3]{x + 1} + 1 - x^3$
4	$\frac{1}{(x + 1)^2} - x^2 + 2$	5	$e^{-x} - (x + 2)^2 + 2$	6	$\ln x + 2 - \frac{1}{x}$
7	$e^x + 2x - 2$	8	$\sqrt{x + 1} - x + 2$	9	$\frac{1}{x} - e^{x+2} + 1$
10	$\frac{1}{x^2} - \ln(1 - x)$	11	$\ln(x + 1) + x^2 - 3$	12	$e^x - (x - 3)^2 - 1$
13	$\sqrt{x - 1} - x + 4$	14	$\sin x - \ln(x + 3)$	15	$3 \cos x - \sqrt{3x - 1}$
16	$\sqrt{x} - 2 \cos x + 1$	17	$\ln x + x - 3$	18	$\frac{1}{2 + x} - \ln(x + 1)$
19	$x^3 + x - 3$	20	$\sqrt[3]{3x} - 1 - \cos x$	21	$e^x - x^2 + 3x$
22	$e^x - x^2 + 6x$	23	$\sqrt{1 - x} - \frac{1}{x^2} - 1$	24	$x^3 - x^2 + 3x - 2$
25	$2^x - x^2 + 2x$	26	$\sin x + (x - 1.5)^3$	27	$2 - \ln x - \sqrt{x + 2}$
28	$e^{x-3} + 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$	29	$2^{x+1} - 3^x$	30	$x^2 - 3x - \frac{1}{x + 1}$

Задание 3.

Локализовать корень нелинейного уравнения  $f(x) = 0$  и найти его методом бисекции с точностью  $\varepsilon_1 = 0.01$ . Выбрав полученное решение в качестве начального приближения, найти решение уравнения методом простой итерации с точностью  $\varepsilon_2 = 0.0001$ . Для метода простой итерации обосновать сходимость и оценить достаточное для достижения заданной точности  $\varepsilon_2$  число итераций. Функция  $f(x)$  дана в задании 2.

## Задание 4.

Дан многочлен третьей степени  $P(x) = x^3 + bx^2 + c$ . Методом Ньютона найти действительный корень многочлена, расположенный на интервале  $(-3, 0)$ , с точностью  $\varepsilon = 10^{-6}$ .

N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c	N	b	c
1	-30	1	2	-29	2	3	-5	26	4	-24	7	5	-22	9
6	-10	21	7	-21	10	8	-26	5	9	-19	12	10	-18	13
11	-28	3	12	-16	15	13	-27	4	14	-4	27	15	-25	6
16	-20	11	17	-3	28	18	-17	14	19	-7	24	20	-15	16
21	-9	22	22	-2	29	23	-8	23	24	-14	17	25	-23	8
26	-13	18	27	-12	19	28	-11	20	29	-6	25	30	-1	30

## Задание 5.

Вычислить нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_E$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  матрицы  $A$  и нормы  $\|\cdot\|_1$ ,  $\|\cdot\|_2$ ,  $\|\cdot\|_\infty$  вектора  $b$ .

N	A			b	N	A			b	N	A			b
1	-0,109	-2,105	7,623	2	1,964	-2,878	-7,65	3	1,647	0,904	-4,7			
	2,246	-1,276	6,2		-2,154	-2,139	-7,85		1,623	1,249	1,49			
4	2,733	0,864	-3,27	5	-0,028	2,29	2,957	6	1,232	2,934	-6			
	2,99	-1,537	4		0,06	0,44	-7,9		1,644	1,497	4,547			
7	0,536	2,188	2	8	-2,033	-1,361	-5	9	0,461	-0,011	3,84			
	1,136	-1,273	6		0,262	2,765	-5,2		-1,289	-2,064	-6,71			
10	-2,542	-2,641	-1,894	11	1,445	-0,036	-5,738	12	-2,638	-1,836	-3,93			
	-2,361	1,773	-1,01		-0,952	1,913	-7		1,038	-1,635	5,4			
13	-1,113	-1,111	-2,902	14	1,6	1,443	0,7	15	1,014	-2,326	-7			
	0,939	1,154	-3,3		0,312	1,342	6,09		-0,17	-0,578	2,77			
16	-2,516	2,53	-3,564	17	0	0,983	-2,161	18	-1,162	-2,673	3,15			
	2,032	1,089	3,75		-2,051	-1,62	8		-2,388	2,2	3			
19	-2,901	-1,141	-0,9	20	-0,877	-0,073	-5,114	21	-2,235	2,354	1,398			
	2,426	0,211	-2,445		-2,571	2,105	-0,103		-0,581	-1,755	2			
22	2,566	0,243	-5	23	0,778	1,15	-5,62	24	1,283	-0,367	-5			
	-1,043	-0,31	7,94		0,244	-2,417	6		2,882	-2,073	-2			
25	-0,63	-0,817	-0,63	26	0,401	-1,48	1,728	27	0,346	2,272	4,48			
	-2,506	-0,277	5,08		-0,766	0,496	3,2		-0,835	-0,816	-4,7			
28	1,189	2,023	4	29	1,217	-0,258	-4	30	2,178	1,579	5,4			
	1,511	2,411	-3,3		2,786	-1,869	-2,835		2,8	-1,354	-4			

## Задание 6.

Определить погрешность решения СЛАУ  $Ax = b$ , если элементы матрицы  $A$  заданы точно, а элементы вектора правых частей  $b$  получены в результате округления. Матрица  $A$  и вектор  $b$  даны в задании 5.

## Задание 7.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом Гаусса (LU-разложения).

N	A				b	N	A				b	N	A				b
1	4	-5	1	-8	40	2	-6	-7	-2	9	-76	3	-9	-2	-9	9	67
	16	-24	1	-34	151		12	15	1	-21	146		90	17	94	-83	-740
	-28	47	3	70	-328		30	43	-9	-61	324		-81	-15	-79	71	640
	32	-40	15	-5	-232		36	39	-24	-114	528		-81	0	-69	24	816
4	-9	2	-5	6	-155	5	-4	-2	-2	9	7	6	6	1	-2	-5	-26
	18	-12	13	-14	379		-20	-13	-9	49	31		-54	-3	19	40	143
	81	-90	71	-72	2007		-28	-8	-17	48	67		-42	47	25	-3	-597
	90	36	37	-54	1179		0	15	-9	-52	64		6	-5	11	44	315
7	8	-6	-1	-3	23	8	-2	4	1	0	42	9	-9	-3	7	-6	125
	56	-36	-5	-31	113		8	-12	3	0	-206		-72	-16	57	-39	1012
	-48	90	22	-78	-584		-2	24	38	6	-144		45	31	-28	45	-573
	24	6	15	-20	-55		-8	-12	-29	46	458		-72	16	16	14	818
10	9	-8	-4	-7	-23	11	5	-2	-10	4	-44	12	1	-3	-9	7	-19
	0	-2	-1	-8	52		-15	4	34	-22	176		-1	4	15	-17	-19
	36	-48	-27	-97	336		5	16	-55	88	-488		-10	33	111	-97	118
	-45	54	51	126	-315		-25	16	119	70	514		3	-11	-57	29	-185
13	-3	-7	7	-1	-40	14	3	-2	-9	4	-54	15	2	7	-5	-5	81
	27	55	-55	11	258		-27	27	75	-30	324		2	-2	-8	-15	97
	15	35	-34	-4	255		-12	26	22	0	-148		4	-49	-35	-73	237
	-12	-68	67	13	-711		-6	13	20	-9	34		4	-31	-9	-95	439
16	2	-4	-3	1	21	17	-10	-7	0	-5	-33	18	-2	-2	-2	5	28
	-10	27	21	-12	-212		20	16	0	11	61		-14	-7	-16	42	215
	-2	60	55	-52	-857		60	30	-1	29	270		18	-17	29	-90	-419
	-4	-41	-68	10	571		100	84	-6	80	498		-14	7	-28	143	885
19	9	-5	-2	3	-39	20	-7	9	9	6	10	21	5	-9	3	7	128
	9	-6	-11	-6	5		-14	10	18	7	-35		35	-68	13	57	895
	18	-7	28	25	-261		-63	9	83	9	-423		-50	105	0	-103	-1280
	-72	49	142	-8	-529		35	35	-55	16	578		40	-67	20	60	1001
22	-2	-8	3	-10	17	23	-10	3	0	-4	77	24	-8	0	5	4	76
	-16	-61	33	-76	96		30	-14	1	6	-196		8	-6	-7	5	-133
	16	34	-111	41	251		90	-2	3	64	-824		-24	24	28	-18	450
	10	52	3	56	-151		-50	15	0	-18	373		-8	0	-5	-10	90
25	-7	-10	4	7	151	26	5	-3	6	4	69	27	7	-9	-6	-1	28
	7	16	-13	-15	-240		45	-18	51	41	625		0	5	-7	5	30
	0	36	-47	-58	-421		-50	-51	-39	-76	-636		-35	35	49	0	-245
	63	36	59	-3	-372		-45	-27	-12	-105	-1029		-35	65	37	63	-347

N	A	b	N	A	b	N	A	b
28	-6 3 -5 0	71	29	-6 -9 3 7	-52	30	8 0 9 -1	-62
	36 -13 36 4	-506		-48 -66 28 46	-300		-32 -3 -40 -4	306
	36 -28 27 0	-385		54 33 -54 17	-470		32 -27 -8 -86	366
	-24 2 -86 -51	1123		-42 -27 80 -16	312		8 9 61 77	-720

Задание 9.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  методом прогонки.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	9 -5 0 0 0	48	2	2 1 0 0 0	-10	3	2 1 0 0 0	15
	-6 16 -2 0 0	-110		-4 10 -1 0 0	-33		2 12 -5 0 0	80
	0 -6 20 5 0	71		0 -6 19 4 0	151		0 -6 20 -5 0	-85
	0 0 -3 10 -3	45		0 0 -5 16 3	109		0 0 -2 8 3	40
	0 0 0 4 7	-30		0 0 0 -6 10	-28		0 0 0 -3 5	11
4	7 -4 0 0 0	-15	5	6 -3 0 0 0	15	6	2 1 0 0 0	3
	3 9 2 0 0	-76		5 16 -4 0 0	-93		5 14 3 0 0	86
	0 -2 10 -4 0	-90		0 -6 14 -1 0	-38		0 -1 2 -1 0	15
	0 0 5 14 -3	9		0 0 0 8 -4	-28		0 0 0 4 -3	-27
	0 0 0 3 6	57		0 0 0 2 4	-12		0 0 0 2 4	-8
7	7 -4 0 0 0	-15	8	4 -2 0 0 0	42	9	10 -6 0 0 0	30
	4 14 -3 0 0	-72		5 16 4 0 0	5		-2 8 2 0 0	-26
	0 1 9 -4 0	-43		0 -3 10 -3 0	11		0 -3 16 -6 0	-130
	0 0 -6 17 -3	-41		0 0 4 14 -3	122		0 0 0 8 -5	5
	0 0 0 1 2	2		0 0 0 -5 9	-120		0 0 0 -5 9	-56
10	2 -1 0 0 0	17	11	2 -1 0 0 0	17	12	2 -1 0 0 0	9
	-5 10 1 0 0	-89		-1 11 -5 0 0	-138		3 9 -2 0 0	-54
	0 -2 5 1 0	-39		0 4 15 4 0	41		0 -5 16 -3 0	8
	0 0 -1 7 3	-43		0 0 0 10 -5	-25		0 0 -2 13 -5	-70
	0 0 0 -1 2	-12		0 0 0 -3 5	-24		0 0 0 -4 8	4
13	5 3 0 0 0	-5	14	11 -6 0 0 0	14	15	8 5 0 0 0	0
	0 9 -5 0 0	85		-1 12 -6 0 0	-34		5 19 5 0 0	-87
	0 0 5 3 0	-40		0 -4 13 -3 0	-42		0 3 13 -4 0	80
	0 0 2 14 5	29		0 0 2 11 -4	-84		0 0 0 4 -3	-21
	0 0 0 -3 5	45		0 0 0 -4 7	65		0 0 0 -5 8	56
16	2 1 0 0 0	-23	17	2 -1 0 0 0	21	18	4 -2 0 0 0	14
	-5 14 -3 0 0	-82		-2 5 -1 0 0	-60		3 10 3 0 0	93
	0 -2 6 -1 0	5		0 -4 18 -6 0	132		0 -2 13 -5 0	-99
	0 0 3 8 2	-37		0 0 -3 10 -2	-91		0 0 -1 11 -5	10
	0 0 0 -6 11	96		0 0 0 -6 12	114		0 0 0 -2 4	-16

N	A	b	N	A	b	N	A	b
19	9 -5 0 0 0	17	20	8 4 0 0 0	0	21	10 -6 0 0 0	-8
	2 8 3 0 0	-39		-2 5 -1 0 0	22		5 11 1 0 0	-108
	0 -3 7 1 0	61		0 2 8 3 0	-85		0 2 8 -2 0	-80
	0 0 5 18 -4	-127		0 0 5 19 5	-152		0 0 1 6 3	48
	0 0 0 -2 4	18		0 0 0 5 8	-87		0 0 0 -4 8	-36
22	4 -2 0 0 0	-18	23	2 -1 0 0 0	10	24	5 3 0 0 0	-65
	0 8 -5 0 0	43		1 12 5 0 0	80		-1 6 -2 0 0	-33
	0 5 15 3 0	-127		0 4 17 5 0	56		0 -1 8 -3 0	-85
	0 0 2 5 -1	-56		0 0 -6 17 3	-189		0 0 2 14 5	40
	0 0 0 -1 2	3		0 0 0 1 2	-13		0 0 0 -4 7	-34
25	4 -2 0 0 0	-14	26	6 -3 0 0 0	0	27	5 3 0 0 0	-75
	-4 15 4 0 0	-1		-3 9 2 0 0	7		3 6 1 0 0	-96
	0 0 2 -1 0	-9		0 3 8 -2 0	-20		0 5 10 1 0	-137
	0 0 0 2 -2	-26		0 0 0 2 2	4		0 0 -2 8 3	30
	0 0 0 -2 4	42		0 0 0 -1 2	13		0 0 0 -1 2	-11
28	8 5 0 0 0	-105	29	2 -1 0 0 0	16	30	8 4 0 0 0	-12
	0 6 4 0 0	-2		-2 4 1 0 0	-32		-5 10 1 0 0	-109
	0 2 14 -6 0	40		0 3 8 -1 0	-1		0 1 6 -2 0	-13
	0 0 -5 13 2	57		0 0 -2 15 -6	-25		0 0 3 14 5	-172
	0 0 0 1 2	-4		0 0 0 5 10	5		0 0 0 2 4	-36

Задание 10.

Решить систему уравнений  $Ax = b$  с точностью 0.05 методами: 1) простой итерации; 2) Зейделя.

УКАЗАНИЕ. Для обеспечения выполнения достаточного условия сходимости воспользоваться перестановкой строк в исходной системе уравнений.

N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	-1 9 100 -10	-470	2	-3 -1 -5 44	-229	3	-3 7 110 5	183
	7 108 -5 -1	-787		-8 116 3 4	-1111		6 3 2 51	314
	-5 8 -5 130	-214		6 6 118 -8	858		102 -2 -8 8	524
	123 -7 -7 -2	1070		95 -8 8 1	979		-9 111 -5 -8	909
4	7 115 -2 -5	32	5	-9 -10 -4 136	15	6	5 84 -7 -2	299
	103 -5 -7 6	-955		100 -6 8 -3	769		8 1 86 9	-614
	2 -2 -10 110	150		0 39 1 -3	299		-9 0 1 55	368
	-10 -3 76 1	469		1 3 80 -7	-774		115 -10 -1 3	114
7	-10 -3 110 -2	-428	8	-5 -6 70 -2	-387	9	-3 -3 -10 100	709
	-7 -10 5 115	-348		-8 -10 -3 116	1026		-3 -4 99 -6	-680
	112 -5 6 -5	980		116 -9 4 -3	-592		66 -2 8 -1	-240
	-2 134 -10 7	534		9 178 -8 -10	-789		1 48 4 1	-505
10	-5 1 86 7	-560	11	1 115 7 -8	-1065	12	-2 5 102 -10	-742
	132 -9 -10 -2	-238		-4 9 -6 143	328		3 1 -10 93	-828
	-1 1 0 52	214		89 -8 -6 -2	790		1 112 9 -3	-258
	-1 44 2 -1	160		0 3 28 -1	-86		75 -4 4 4	536

N	A	b	N	A	b	N	A	b
13	5 -1 93 -10	554	14	4 99 6 -5	-381	15	9 -1 139 -9	752
	-4 -10 4 102	1038		102 -7 7 -5	825		138 -7 -9 3	-34
	8 81 6 1	-621		6 -8 3 93	167		-4 -8 -4 96	832
	113 -4 6 8	-193		2 7 99 3	-207		-8 102 4 0	126
16	-6 3 -6 120	-300	17	102 -9 -3 6	804	18	2 2 64 0	-318
	8 0 46 2	402		3 -1 65 8	-579		-5 1 -2 85	588
	91 -3 7 -1	-14		9 0 -5 74	-114		-5 98 0 -9	-274
	1 108 -3 9	-478		-10 132 3 -10	-1255		69 -1 2 -5	164
19	-2 58 1 -1	-125	20	91 -1 -5 8	920	21	4 4 65 -1	-280
	1 -3 86 8	-847		-1 3 -9 103	745		5 129 6 -9	-1041
	1 9 -1 89	80		-4 155 -10 7	-1467		-5 0 -10 119	25
	164 8 -7 9	-101		3 -9 103 -4	-632		33 -1 -4 0	123
22	-2 4 92 7	70	23	91 -3 -8 -4	-731	24	2 -3 97 8	-286
	1 6 1 45	-28		-5 1 52 1	191		3 72 6 2	-679
	6 78 -1 3	-385		-1 0 -3 66	-397		5 7 9 121	-347
	66 0 -4 5	62		1 82 -10 -3	62		57 5 2 2	-226
25	57 -2 0 7	-449	26	98 -10 -3 6	144	27	5 -10 9 145	-1391
	-6 110 6 4	422		0 60 4 5	217		-8 -4 153 -10	1010
	3 4 8 101	-659		6 0 3 46	-132		-1 102 4 8	-57
	2 -2 26 2	-190		-9 3 117 -4	-228		99 2 -6 -6	123
28	117 -2 9 -4	-436	29	0 1 9 85	560	30	-7 119 8 8	944
	7 8 88 2	190		4 -10 104 -4	-224		4 2 4 56	64
	2 7 8 111	-720		-5 98 4 -5	-876		-3 2 105 -10	-204
	-1 55 -2 -3	406		66 -1 -6 -4	592		119 8 1 8	70

## Задание 11.

Выполнить три итерации по методу Зейделя для системы уравнений  $Ax = b$  (не переставляя строк). В качестве начального приближения взять нулевой вектор. Изобразить графически поведение итерационного процесса. Сопоставить его сходимость с выполнением достаточных условий сходимости метода.

N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b	N	A	b
1	5 2 10	10	2	3 2 15	15	3	5 4 15	15	4	1 1 3	3	5	5 3 10	10
	2 5 20			2 2 8			5 5 10			2 1 5			5 5 5	
6	2 4 4	4	7	2 3 6	6	8	2 2 10	10	9	4 -4 4	4	10	2 2 4	4
	4 2 8			3 2 4			2 1 3			4 4 4			2 5 20	
11	5 1 10	10	12	1 3 5	5	13	3 3 15	15	14	3 5 12	12	15	5 3 10	10
	5 5 15			3 1 5			3 2 6			5 3 3			3 5 20	
16	4 4 16	16	17	3 3 9	9	18	3 3 3	3	19	2 4 6	6	20	4 5 8	8
	5 4 4			3 -3 -3			3 4 12			4 2 8			5 4 8	
21	4 5 16	16	22	5 2 5	5	23	5 4 20	20	24	-5 5 -25	-25	25	2 5 6	6
	5 4 12			5 5 15			4 5 25			5 5 20			5 2 2	
26	5 5 5	5	27	1 3 3	3	28	3 -3 6	6	29	4 2 8	8	30	-5 5 -10	-10
	5 3 9			3 1 2			3 3 12			4 4 16			5 5 5	

## Задание 12.

Функция  $y = y(x)$  задана таблицей своих значений. Применяя метод наименьших квадратов, приблизить функцию многочленами 1-й и 2-й степеней. Для каждого приближения определить величину среднеквадратичной погрешности. Построить точечный график функции и графики многочленов.

N	таблица						N	таблица					
1	x	-1	-0,5	0	0,5	1	2	x	-5,8	-2,9	0	2,9	5,8
	y	-2,1	0,8	0,7	-2,6	-5,2		y	0,1	-1,4	-4,3	-7,2	-8,2
3	x	-2,8	-1,4	0	1,4	2,8	4	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2
	y	-3,1	0,6	-3,3	-5,2	-5,3		y	-2,5	-2,6	-6,3	-6,4	-9,4
5	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	6	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4
	y	1,7	-0,4	-0,8	-3,4	-6		y	-3,1	0,4	2,3	4,1	7
7	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6	8	x	-2,6	-1,3	0	1,3	2,6
	y	-0,8	-4,1	-4,7	-5,6	-7,7		y	-0,2	1,5	2,4	1,9	1,6
9	x	-3,6	-1,8	0	1,8	3,6	10	x	-2	-1	0	1	2
	y	3,4	1,4	-1,3	-2,4	-4,5		y	-0,7	-1,9	-3,5	-7,3	-8,6
11	x	-3,4	-1,7	0	1,7	3,4	12	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8
	y	-2,2	-6	-8,2	-10,3	-10,8		y	-3,3	-1,2	0,3	2	5,9
13	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	14	x	-1,6	-0,8	0	0,8	1,6
	y	1,4	4,6	5	5,7	7,2		y	-3,9	-6,3	-8	-10	-11,4
15	x	-3	-1,5	0	1,5	3	16	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2
	y	-0,7	3	6	7,7	10,5		y	3,2	3	1,4	-1,6	-4,3
17	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4	18	x	-2	-1	0	1	2
	y	-2,8	-1,5	2	5,4	7,5		y	-3,6	-1,1	0,4	-2,9	-5,8
19	x	-5,4	-2,7	0	2,7	5,4	20	x	-2,4	-1,2	0	1,2	2,4
	y	1,5	1,9	1,1	-1,4	-4,3		y	-2,6	-6,1	-7,7	-10,4	-14,2
21	x	-1,2	-0,6	0	0,6	1,2	22	x	-2	-1	0	1	2
	y	1,5	-2	-4,3	-5	-7,2		y	-3,5	-0,9	1,7	1,9	4
23	x	-4,4	-2,2	0	2,2	4,4	24	x	-1,4	-0,7	0	0,7	1,4
	y	2,1	5,7	8,4	8,7	11,2		y	0,9	0,6	-1,9	-4,3	-7,2
25	x	-5,2	-2,6	0	2,6	5,2	26	x	-1	-0,5	0	0,5	1
	y	2,5	6	8,1	7,8	7,8		y	3,1	0,5	-1,6	-2,2	-4,1
27	x	-4,8	-2,4	0	2,4	4,8	28	x	-3	-1,5	0	1,5	3
	y	2,7	-1,2	-2,6	-5,7	-9		y	1,6	3,5	4,1	5,6	8,9
29	x	-3,2	-1,6	0	1,6	3,2	30	x	-3,8	-1,9	0	1,9	3,8
	y	-1,3	-1,2	-0,3	2,2	2,6		y	1,1	-1,9	-4,6	-5,1	-8,4

## Задание 14.

Для функции  $y = y(x)$ , заданной таблицей своих значений, построить интерполяционные многочлены в форме Лагранжа и Ньютона. Используя их, вычислить приближенное значение функции в точке  $x_0$ .

N	таблица					$x_0$	N	таблица					$x_0$	N	таблица					$x_0$
1	x	-1	0	1	2	-0,71	2	x	-3	-2	-1	0	-1,65	3	x	-3	-2	-1	0	-1,3
	y	2	4	0	2			y	1	0	2	2			y	3	-2	0	-3	
4	x	0	1	2	3	1,71	5	x	4	5	6	7	4,74	6	x	-4	-3	-2	-1	-3,17
	y	0	-5	-4	4			y	0	3	3	4			y	0	1	-2	1	

N	таблица					$x_0$	N	таблица					$x_0$	N	таблица					$x_0$
7	x	4	5	6	7	5,68	8	x	3	4	5	6	4,88	9	x	2	3	4	5	3,54
	y	-2	1	0	-5			y	3	4	0	1			y	1	0	1	1	
10	x	-1	0	1	2	-0,63	11	x	-2	-1	0	1	-0,64	12	x	-4	-3	-2	-1	-2,55
	y	4	0	3	1			y	0	-3	3	2			y	0	-4	2	-2	
13	x	-2	-1	0	1	-1,86	14	x	-2	-1	0	1	-0,78	15	x	-4	-3	-2	-1	-2,25
	y	2	-3	0	4			y	0	2	-3	-5			y	-5	0	-5	1	
16	x	-1	0	1	2	0,42	17	x	3	4	5	6	3,12	18	x	-2	-1	0	1	-1,51
	y	0	-5	4	-1			y	-1	3	0	1			y	1	0	4	-4	
19	x	-5	-4	-3	-2	-3,14	20	x	2	3	4	5	3,88	21	x	0	1	2	3	0,66
	y	0	4	-3	2			y	3	-1	0	-1			y	0	-2	2	-5	
22	x	-4	-3	-2	-1	-3,84	23	x	-5	-4	-3	-2	-3,35	24	x	3	4	5	6	3,24
	y	2	2	0	3			y	-5	-4	0	-5			y	0	1	-5	-3	
25	x	2	3	4	5	3,35	26	x	-5	-4	-3	-2	-3,77	27	x	0	1	2	3	0,73
	y	-2	0	-3	4			y	0	-1	-2	2			y	0	-3	-1	-1	
28	x	3	4	5	6	4,56	29	x	0	1	2	3	0,89	30	x	-2	-1	0	1	-1,17
	y	1	-4	0	4			y	2	0	2	-1			y	3	1	0	3	

Задание 17.

Вычислить приближенное значение интеграла  $\int_a^b f(x) dx$ , используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом  $h = 0.4$ ; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами  $h = 0.4$  и  $h = 0.2$ ; оценить погрешность последнего результата по формуле Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона с шагом  $h = 0.4$ .

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью значащими цифрами. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах.

N	$f(x)$	$a$	$b$	N	$f(x)$	$a$	$b$	N	$f(x)$	$a$	$b$
1	$\ln(1 + e^x)$	3,3	4,9	2	$\frac{x\sqrt{x}}{\ln x}$	4,3	5,9	3	$\sqrt{x + \sqrt{x}}$	1,2	2,8
4	$\ln(1 + x^2)$	1,7	3,3	5	$e^{\sin^2 x}$	1,9	3,5	6	$e^{\cos^2 x}$	2,8	4,4
7	$e^{-0.5x^2}$	2,7	4,3	8	$\sin(1/x)$	4,4	6	9	$\sqrt{1 + x^2}$	2,4	4
10	$\sin(\operatorname{arctg} x)$	1,1	2,7	11	$e^{\cos(1/x)}$	1,1	2,7	12	$e^{0.3/x^2}$	2,8	4,4
13	$e^{\sin x}$	2,4	4	14	$\cos(1/x^2)$	2,2	3,8	15	$e^{1/\ln x}$	0,5	2,1
16	$\ln(4 - \sin x)$	4,5	6,1	17	$e^{0.6/(x\sqrt{x})}$	1,8	3,4	18	$\frac{\sin x}{x}$	0,9	2,5
19	$\sqrt{x\sqrt{x}}$	2,6	4,2	20	$\sin(1 + \sqrt{x})$	1,6	3,2	21	$e^{-0.02x\sqrt{x}}$	4,1	5,7
22	$e^{-1/x^2}$	0,5	2,1	23	$\cos(e^{-\sqrt{x}})$	2,3	3,9	24	$\sin(\sqrt{1 + x})$	2,2	3,8
25	$\frac{x \ln x}{\sqrt{1 + x}}$	1,3	2,9	26	$e^{-0.2 \sin x}$	3,6	5,2	27	$\sin(e^x)$	2,6	4,2
28	$x \cos \sqrt{x}$	3,8	5,4	29	$\frac{x^2 - 1}{x^3}$	0,6	2,2	30	$\frac{x}{1 + x^2}$	1,5	3,1

Задание 20.

Вычислить центральную и правую разностные производные функции  $f(x)$  с шагом  $h = 0.1$  в точке  $x_0 = \frac{a+b}{2}$ . (Функция и величины  $a$  и  $b$  даны в задании 17). Выполнить априорную оценку погрешности для каждой формулы, сравнить с точным значением производной. Записать результат с учетом погрешности.



Задание 22.

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка

$$\begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

на отрезке  $[t_0, T]$  с шагом  $h = 0.2$ : а) методом Эйлера; б) методом Рунге-Кутты 2-го порядка с оценкой погрешности по правилу Рунге. Найти точное решение задачи. Построить на одном чертеже графики точного и приближенных решений.

N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>	N	f(t,y)	t <sub>0</sub>	T	y <sub>0</sub>
1	$2y + 2e^{4t}$	0	1	3	2	$-y + e^{-t}$	0	1	1
3	$6t^2y + 12t^2$	0	1	0	4	$\frac{y}{t+1} + t + 1$	1	2	0
5	$-\frac{y}{t} + \frac{\cos t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	6	$2yt^2 + 4t^2$	0	1	-1
7	$\frac{y}{t+2} + 3(t+2)e^{3t}$	0	1	4	8	$\frac{y}{t-2} + 2(t-2)e^{2t}$	0	1	0
9	$\frac{y}{t+2} + t + 2$	0	1	4	10	$\frac{y}{t+2} + (t+2)^2$	0	1	4
11	$-\frac{3t-1}{t}y + 6t$	1	2	3	12	$\frac{y}{t} + t \sin t + t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$\pi^2/4$
13	$\frac{y}{t-1} + 3(t-1)e^{3t}$	-1	0	$-2e^{-3}$	14	$4yt + e^{2t^2}$	0	1	0
15	$y \sin t + e^{-\cos t}$	0	1	0	16	$y \operatorname{ctg} t + 8t \sin t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$\pi^2$
17	$\frac{3t+1}{t}y + 3t$	1	2	0	18	$\frac{y}{t-4} + \frac{t-4}{t}$	1	2	0
19	$y \sin t - 2 \sin t e^{\cos t}$	0	1	0	20	$\frac{y}{t \ln t} + \frac{\ln t}{t}$	e	e + 1	1
21	$-\frac{y}{t} - \frac{\sin t}{t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	$4/\pi$	22	$y \operatorname{ctg} t + 4t \sin t$	$-\pi/2$	$1 - \pi/2$	$-\pi^2/2$
23	$\frac{y}{t+1} - (t+1)e^{-t}$	0	1	0	24	$-y \operatorname{tg} t + \frac{1}{\cos t}$	0	1	0
25	$y \operatorname{ctg} t + \sin 2t$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	2	26	$\frac{y}{t} + t \cos t + t$	$\pi$	$\pi + 1$	$\pi^2$
27	$\frac{y}{t} + 2t^2e^{t^2}$	1	2	e	28	$\frac{y}{t} + 2 \ln t$	1	2	0
29	$y \operatorname{ctg} t - \frac{1}{\sin t}$	$\pi/2$	$\pi/2 + 1$	0	30	$\frac{y}{t-1} + t^2 - t$	-1	0	-1

Задание 25.

Методом конечных разностей найти решение краевой задачи  $\begin{cases} -y'' + q(x)y = f(x) \\ y(0) = y_0, \quad y(1) = y_1 \end{cases}$  с шагами  $h_1 = 1/3$ ,  $h_2 = 1/6$  и оценить погрешность по правилу Рунге. Построить графики полученных приближенных решений.

N	q(x)	f(x)	y <sub>0</sub>	y <sub>1</sub>
1	$2e^x$	$xe^x(e^x - 1)$	1	$1 + e$
2	$2/(1+x)^2$	$2x/(x+1)^2$	1	$3/2$
3	1	$2e^{1-x}$	0	1
4	6	$6(1-x+x^3)$	1	2
5	$3\pi^2/4$	$\pi^2 \cos(\pi x/2)$	1	0
6	5	$e^{2x}$	1	$e^2$
7	$1/(1+x)$	1	1	2
8	$1/(1+x)$	$x/(1+x)$	0	1
9	$2+5x^2$	$x^2e^{x^2}$	1	e
10	x	$2+x^2-x^3$	0	0

N	$q(x)$	$f(x)$	$y_0$	$y_1$
11	6	$2e^{2x-1}$	$1/e$	$e$
12	1	$(\pi^2 + 1) \cos(\pi(2x - 1)/2)$	0	0
13	$1/(1+x)$	$-1/(1+x) + \ln(1+x) - 1$	0	$\ln 4 - 2$
14	$7\pi^2/16$	$\pi^2 \cos(\pi x/4)$	2	$\sqrt{2}$
15	4	$4e^{-2x}$	0	$1/e^2$
16	$1/\sqrt{1+x}$	$1 + 1/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
17	$2+x$	$(x+1)e^{x+1}$	$e$	$e^2$
18	1	$1 + 6x - x^3$	1	0
19	1	$2e^{-x}$	1	$2/e$
20	1	$2 + x - x^2$	1	$e$
21	$5\pi^2/9$	$\pi^2 \cos(\pi(2x - 1)/3)$	$1/2$	$1/2$
22	$1/4$	$((\pi^2 + 1)/4) \sin(\pi(x + 1)/2)$	1	0
23	$\pi^2/2$	$\pi^2(1 + \sin^2(\pi x/2))/2$	1	0
24	$1/2$	$2x + x^2/2$	4	9
25	$1/4$	$(x^2 + 2x + 2)/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
26	$2\pi^2$	$3\pi^2 \sin(\pi x)$	0	0
27	$\pi^2$	$2\pi^2 + 5\pi^2 \sin^2(\pi x)$	0	0
28	1	$3 - x^2$	1	0
29	$1/(1+x)$	$(5 + 4x)/(4(1+x)^{3/2})$	1	$\sqrt{2}$
30	$5x^2 - 2$	$x^2 e^{-x^2}$	1	$1/e$

Задание 27.

Найти приближенное решение начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), & a < x < b, \quad 0 < t \leq T, \\ u(a, t) = g_1(t), \quad u(b, t) = g_2(t), & 0 < t \leq T, \\ u(x, 0) = \varphi(x), & a \leq x \leq b, \end{cases}$$

используя явную разностную схему. Взять  $h = (b-a)/10$ , шаг  $\tau$  выбрать из условия устойчивости. Изобразить графики зависимости приближенного решения от  $x$  при  $\tau = 0, 2\tau, 4\tau, \dots T$ .

N	$a$	$b$	$k$	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
1	0	1	1	$(1-x)^2$	$1/(1+t)$	0	$1 - x^2$
2	0	1	0.5	1	$1+t$	$e^{-2t}$	0
3	0	1	0.25	$1 - x^3$	$\cos 2t$	$t$	0
4	0	1	0.5	0	0	0	$\sin(\pi x)e^{-t}$
5	0	1	0.2	$\sin x$	0	$\sin(1+2t)$	$1 - x$
6	0	1	0.5	0	0	$10t$	$t$
7	0	1	1	0	0	0	$x$
8	0	2	1	0	0	0	$x$
9	0	1	1	0	$\sin t$	0	0
10	0	1	0.5	$x - x^2$	$1 - e^{-t}$	$t$	0
11	0	2	1	$x$	0	2	$x$

N	$a$	$b$	$k$	$\varphi(x)$	$g_1(t)$	$g_2(t)$	$f(x, t)$
12	0	1	1	1	$e^t$	$e^{10t}$	0
13	0	1	0.1	$x$	$2 \sin t$	$\cos t$	0
14	0	1	0.5	1	$e^{-t}$	$e^{-10t}$	2
15	0	1	0.4	$(1-x)^3$	1	$\sin t$	$(1-x) \sin t$
16	0	1	0.4	$x^3$	0	0	$x^2$
17	0	1	0.4	$1-x$	1	0	2
18	0	1	0.25	0	$e^t - 1$	0	0
19	0	1	0.5	$1-x^3$	$e^{-t}$	$1 - e^{-t}$	0
20	0	1	0.2	$1-x^2$	1	0	$1-x$
21	0	2	2	0	0	$10t$	1
22	0	2	0.5	1	$e^{-t}$	$e^{-5t}$	2
23	0	1	0.2	$x-x^2$	0	$t$	$x-x^2$
24	0	1	0.25	$(1-x)^2$	$e^{-t}$	$1 - e^{-t}$	0
25	0	1	0.25	$x^3$	0	1	$x$
26	0	2	1	$\sin x$	0	$\sin 2$	$2-x$
27	0	1	0.25	$x-x^2$	$t$	0	$e^{-t}$
28	0	1	0.2	0	$1 - e^{-t}$	0	$e^{-t}$
29	0	1	0.5	$x^3$	$1 - e^{-t}$	$e^{-t}$	0
30	0	1	0.4	0	0	0	$x(1-x) \sin t$