

Федеральное агентство по образованию Российской Федерации
Архангельский государственный технический университет

МЕХАНИКА

Методические указания
к выполнению контрольной работы № 1
для студентов – заочников
инженерно – технических специальностей

Архангельск
2005

Рассмотрены и рекомендованы к изданию методической комиссией
факультета промышленной энергетики
Архангельского государственного технического университета
24 ноября 2004 года

Составители:

А.И. Аникин, доц., канд. техн. наук;
В.П. Кобычев, ст. преп.

Рецензент

Ю.Л. Леухин, доц., канд. техн. наук

УДК 530.1

Аникин А.И., Кобычев В.П. Механика: Методические указания к выполнению контрольной работы № 1 для студентов-заочников инженерно-технических специальностей. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2005. – 45 с.

Подготовлены кафедрой физики АГТУ.

В указаниях даны основные понятия и формулы, необходимые при решении задач по механике, варианты контрольных заданий, а также справочный материал.

Предназначены для студентов-заочников инженерно-технических специальностей.

Ил. 8. Табл. 3. Библиогр. 6 назв.

© Архангельский государственный
технический университет, 2005

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИКИ НА ЗАОЧНОМ ОТДЕЛЕНИИ

Физика является основой для изучения последующих общетехнических и специальных дисциплин. При изучении физики студенты знакомятся с основными физическими явлениями, их механизмом, закономерностями и практическим применением.

Процесс изучения физики включает следующие этапы: посещение и проработку установочных и обзорных лекций, самостоятельную работу над учебными пособиями и учебниками, выполнение контрольных работ, прохождение лабораторного практикума, сдачу зачетов и экзаменов.

Лекционный курс, который читается студентам во время лабораторно-экзаменационной сессии, является обзорным и не может быть достаточным для подготовки к экзамену или зачету. В связи с этим основным видом учебной работы на заочном отделении является самостоятельное изучение предмета по учебнику. Следует изучать курс систематически в течение всего семестра, так как изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний.

Контрольные работы помогают закрепить усвоение теоретической части каждого раздела курса.

Физический практикум, который студенты-заочники проходят во время лабораторно-экзаменационной сессии, призван помочь студенту научиться самостоятельно воспроизводить и анализировать основные физические явления, приобрести навыки работы в физической лаборатории, закрепить и осмыслить теоретический материал.

На экзамене или зачете студенты должны показать прочные знания теории, формулировок основных физических законов, формул, единиц физических величин, умение решать задачи.

При изучении курса физики в качестве основного следует использовать один из учебников или учебных пособий, рекомендованных в списке литературы. Другие учебные пособия можно использовать в том случае, если основное пособие не дает полного ответа на некоторые вопросы программы.

Начиная изучать материал какого-либо раздела, необходимо прочитать весь раздел учебника, не задерживаясь на трудном материале. При повторном чтении следует сначала уяснить сущность физического явления или процесса, затем составить конспект, в котором дать краткое пояснение физического явления или процесса, привести схемы, рисунки, формулы, иллюстрирующие и поясняющие изучаемый материал. Составление кон-

спекта облегчает запоминание прочитанного, помогает контролировать восприятие изучаемого материала. Материал можно считать усвоенным, если при его повторении не возникает необходимость заглянуть в книгу или конспект.

На кафедре физики в течение семестра регулярно проводятся консультации для студентов-заочников, и студент, встречающий затруднения при изучении теоретического материала, может обратиться к преподавателю для получения устной консультации.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Хорошее усвоение теоретического материала невозможно без решения задач, помогающих лучше уяснить физический смысл явлений, законов, понятий. При решении задач целесообразно руководствоваться следующими правилами.

1. Внимательно прочитать условие задачи, уяснить, какой физический процесс или явление в ней рассматриваются.

2. Записать условие задачи в сокращенном виде, применяя общепринятые обозначения физических величин. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ). Все числовые величины должны быть приведены к этой системе. Следует проанализировать, все ли данные, необходимые для решения задачи, приведены в условии. Недостающие данные надо взять из справочных таблиц. Необходимо записывать также и те величины, числовые значения которых не задаются, но о них можно судить по условию задачи. Например, если тело начинает двигаться из состояния покоя, то следует записать, что начальная скорость $v_0 = 0$, если в задаче сказано, что какой-то величиной x можно пренебречь, обязательно следует записать, что $x = 0$ и т. д.

3. Задачу следует обязательно пояснять чертежом или рисунком (если это возможно), выполняя их аккуратно с помощью чертежных принадлежностей. Обозначения на чертеже и в решении должны быть одинаковыми. Не следует обозначать одну и ту же величину разными буквами, а также обозначать различные величины одними и теми же символами.

4. Решение задачи должно сопровождаться пояснениями. В пояснениях необходимо указывать те основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи.

5. Как правило, задача по физике решается сначала в общем виде, то есть выводится формула, в которой искомая величина выражена через ве-

личины, заданные в условии задачи. При таком решении не происходит накопления погрешностей, неизбежных при промежуточных расчетах. В тех случаях, когда преобразования, необходимые для нахождения искомой величины в общем виде, слишком громоздки (например, при расчете токов, текущих в разветвленных цепях), допускается вычисление промежуточных величин.

6. Получив решение в общем виде, сделать анализ его размерности. Для этого подставить в правую часть полученной рабочей формулы вместо символов величин обозначения единиц измерений, провести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине.

7. Произвести вычисления путем подстановки заданных числовых величин в расчетную формулу. Все вычисления рекомендуется выполнять с помощью микрокалькулятора. При вычислениях соблюдать правила приближенных вычислений и округлений.

8. Оценить правдоподобность ответа. Такая оценка в ряде случаев позволяет обнаружить ошибочность ответа. Например, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме, коэффициент полезного действия теплового двигателя не может быть больше единицы и т.п.

9. Ответ должен быть записан с определенной степенью точности, соответствующей точности исходных данных.

Кафедрой физики АГТУ подготовлены методические указания по разделам курса общей физики, в которых даны основные понятия и формулы, примеры решения задач и контрольные задания. Эти пособия выдаются студентам в начале семестра. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольных работ, следует разобрать помещенные в указаниях примеры решения типовых задач с подробными пояснениями, а также самостоятельно решить ряд задач из задачников по физике, рекомендованных в списке учебной литературы.

ДЕЙСТВИЯ С ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЧИСЛАМИ

При решении физических задач редко приходится иметь дело с точными числами. Значения физических величин, заданные в условиях задач, обычно являются приближенными, так как получены в результате измерений. Истинное же значение физической величины, как правило, абсолютно точно определить нельзя, что обусловлено ограниченной точностью измерительных приборов и несовершенством наших органов чувств. Поэтому

результаты измерений дают не истинное, а приближенное значение измеряемой величины. Источниками приближенных чисел являются также некоторые математические операции, например:

$$\sqrt{2} \approx 1,414; \quad \ln 2 \approx 0,6931.$$

Приближенными являются многие константы, приводимые в справочниках. К примеру, при расчетах число π обычно принимают равным 3,14. Более точное значение этой величины $\pi = 3,1416$. Однако и это значение в свою очередь является приближенным, так как получено путем округления.

Приближенными являются и все вычисления, которые выполняют при решении физических задач. При таких расчетах необходимо соблюдать правила действий с приближенными числами.

Результатами математических операций с приближенными числами являются числа, которые могут содержать верные, сомнительные и неверные цифры. Верной цифрой обычно называют такую, погрешность которой не превышает половины единицы ее разряда. Сомнительная цифра – следующая за верной. Неверными считаются цифры, которые стоят справа от сомнительной (или двух сомнительных). Неверные цифры принято отбрасывать путем округления.

Правила округления

1. Если первая отбрасываемая цифра меньше пяти, то последняя сохраняемая цифра не изменяется ($0,1438 \approx 0,14$).

2. Если первая отбрасываемая цифра больше пяти или равна пяти, но за ней стоят цифры отличные от нуля, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу ($0,1468 \approx 0,15$).

3. Если отбрасывается одна цифра пять, а следующие цифры нули или неизвестны, то последняя сохраняемая цифра не изменяется, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная ($42,85 \approx 42,8$; $42,75 \approx 42,8$).

Экспоненциальная форма записи чисел

При выполнении расчетов часто используют экспоненциальную (показательную) форму записи чисел в виде $\pm M \cdot 10^{\pm E}$, где M – мантисса числа, E – порядок. Если мантисса числа записана так, что в разряде единиц стоит цифра от 1 до 9, а все остальные цифры – в десятичных разрядах после запятой, то говорят, что число представлено в нормализованном виде.

Например, число 0,000314 в экспоненциальной форме с нормализованной мантиссой записывают в виде $3,14 \cdot 10^{-4}$, число 2483 – в виде $2,483 \cdot 10^3$.

Количество значащих цифр в числе

К значащим относят все верные и сомнительные цифры. К незначащим – нули слева и те нули справа, которые заменяют отброшенные путем округления или неизвестные цифры. Например, в числе 0,00401 – 3 значащие цифры; в числе 8400 – 4 значащие цифры. Чтобы избежать недоразумений, не следует писать нули вместо отброшенных или неизвестных цифр. В этом случае принято использовать экспоненциальную форму записи чисел. Так число 8400, если оно имеет 2 значащие цифры, следует записать, например, как $84 \cdot 10^2$ или $8,4 \cdot 10^3$ и т.п.

Для того чтобы можно было судить о точности приближенного числа, его необходимо записывать так, чтобы оно не содержало неверных цифр. Если по каким-то причинам неверные цифры не отброшены, они считаются незначащими.

Точность расчетов

При решении задач обычно используют микрокалькулятор или персональный компьютер, которые позволяют существенно сократить затраты времени на вычисления. Однако результаты расчетов, выполненных с помощью вычислительной техники, необходимо анализировать, так как не все цифры, которые будут получены, могут быть значащими. Проиллюстрируем это примером. Предположим, что необходимо выполнить расчеты по формуле

$$S = at^2/2,$$

где $a = 1,3 \text{ м/с}^2$; $t = 12,1 \text{ с}$.

В этой формуле число 2 – точное, а физические величины a и t являются числами приближенными. После подстановки числовых значений в расчетную формулу и вычислений можно получить такой результат:

$$S = 1,3 \cdot 12,1^2/2 = 95,1665 \text{ м.}$$

Однако в полученном числе не все цифры являются достоверными. Действительно, в исходных данных последние значащие цифры являются сомнительными, так как могли быть получены, например, путем округления. Исходные значения величин могли быть такими: $a = 1,34 \text{ м/с}^2$; $t = 12,14 \text{ с}$ или $a = 1,26 \text{ м/с}^2$; $t = 12,06 \text{ с}$. В результате вычислений могли быть соответственно получены следующие результаты:

$$S = 1,34 \cdot 12,14^2/2 = 98,744332 \text{ м;} \quad S = 1,26 \cdot 12,06^2/2 = 91,629468 \text{ м.}$$

Сравнение результатов показывает, что они отличаются уже вторыми знаками слева. Следовательно, верным является только первый знак, второй – сомнительным. Остальные цифры не несут никакой информации и могут лишь ввести в заблуждение относительно высокой точности полученного результата. С учетом этого в рассмотренном примере результат следует округлить до двух значащих цифр, то есть считать, что $S \approx 95$ м.

При выполнении математических операций с приближенным: числами необходимо соблюдать несколько правил.

1. При сложении и вычитании результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например:

$$346 + 2,2 = 348,2 \approx 348.$$

2. При умножении и делении результат должен содержать столько значащих цифр, сколько их имеется в исходном числе с наименьшим количеством таких цифр. Например:

$$3,14 \cdot 1,3 = 4,082 \approx 4,1.$$

3. При возведении в степень или извлечении корня любой степени, логарифмировании или вычислении какой-либо стандартной функции результат записывают с тем же количеством значащих цифр, какое содержит аргумент.

4. Для того чтобы исключить накопление погрешностей за счет округления, в промежуточных расчетах принято сохранять один лишний знак, который отбрасывают при записи окончательного результата.

КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

1. Материальной точкой называют тело, размерами которого в данной задаче можно пренебречь и считать, что вся масса тела сосредоточена в одной геометрической точке. Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k},$$

где x, y, z – координаты точки; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты).

Движение материальной точки в пространстве описывается одним векторным уравнением $\vec{r} = \vec{f}(t)$ или эквивалентными ему тремя скалярными: $x = f(t); y = f(t); z = f(t)$, где t – время.

2. Мгновенная скорость материальной точки

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k},$$

где $v_x = \frac{dx}{dt}$; $v_y = \frac{dy}{dt}$; $v_z = \frac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости на оси координат.

Модуль мгновенной скорости равен первой производной пути S по времени t

$$v = \frac{dS}{dt} \text{ или } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

3. Средняя скорость

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{r}$ – перемещение материальной точки за промежуток времени Δt .

4. Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, который проходит материальная точка за промежуток времени Δt .

5. Мгновенное (полное) ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k},$$

где $a_x = \frac{dv_x}{dt}$; $a_y = \frac{dv_y}{dt}$; $a_z = \frac{dv_z}{dt}$ – проекции вектора ускорения на оси координат.

Модуль мгновенного ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Полное ускорение можно представить как геометрическую сумму тангенциальной $\vec{a}_\tau$ и нормальной $\vec{a}_n$ составляющих

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

или в скалярной форме

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Числовые значения тангенциальной и нормальной составляющих ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a_n = \frac{v^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

6. Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки относительно оси x

$$x = x_0 + v_x t,$$

где x – координата материальной точки в момент времени t ; x_0 – начальная координата (координата в момент времени $t = 0$); v_x – проекция вектора скорости на ось x .

При равномерном движении $v_x = \text{const}$, $a_x = 0$.

7. Кинематическое уравнение равнопеременного движения относительно оси x

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2},$$

где v_{0x} – проекция вектора скорости на ось x в момент времени $t = 0$; a_x – проекция вектора ускорения на ось x .

При равнопеременном движении $a_x = \text{const}$ и скорость точки определяется уравнением

$$v_x = v_{0x} + a_x t.$$

8. Кинематическое уравнение вращательного движения материальной точки (или абсолютно твердого тела) относительно заданной оси вращения

$$\vec{\varphi} = f(\vec{\omega}),$$

где $\vec{\varphi}$ – угол поворота; t – время.

9. Угловая скорость $\vec{\omega}$ при вращательном движении определяется как первая производная угла поворота $\vec{\varphi}$ по времени t

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Средняя угловая скорость

$$\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t},$$

где $\vec{\Delta\varphi}$ – приращение угла поворота за промежуток времени Δt .

10. Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ равно первой производной угловой скорости по времени t

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

11. Кинематическое уравнение равномерного вращения относительно оси z

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_z t,$$

где φ – угол поворота в момент времени t ; φ_0 – начальное значение угла поворота (угол поворота в момент времени $t = 0$); ω_z – проекция вектора угловой скорости на ось z .

При равномерном вращении $\omega_z = \text{const}$, $\varepsilon_z = 0$.

Равномерное вращательное движение характеризуется периодом вращения T , то есть промежутком времени, за которое точка (тело) совершает один полный оборот:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_z}.$$

Количество оборотов, совершаемых точкой (телом) при равномерном вращении в единицу времени, называют частотой вращения

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega_z}{2\pi}.$$

12. Кинематическое уравнение равнопеременного движения относительно оси z

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_{0z}t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2},$$

где ω_{0z} – проекция вектора угловой скорости на ось z в момент времени $t = 0$; ε_z – проекция вектора углового ускорения на ось z .

При равнопеременном вращении $\varepsilon_z = \text{const}$ и угловая скорость точки (тела) определяется уравнением

$$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z t.$$

13. Связь между линейными и угловыми величинами выражается формулами:

$$v = R\omega; \quad a_\tau = R\varepsilon; \quad a_n = \omega^2 R,$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

14. Среднее значение функции $y = f(t)$ за промежуток времени от t_1 до t_2 определяется выражением

$$\langle y \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} y dt.$$

Пример 1. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = 6t - 0,125 t^3$. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

Дано: $x = 6t - 0,125 t^3$; $t_1 = 2$ с; $t_2 = 6$ с.

Найти: $\langle v \rangle$.

Решение. Найдем координаты точки в моменты времени t_1 и t_2 :

$$x_1 = 6t_1 - 0,125 t_1^3 = 6 \cdot 2 - 0,125 \cdot 2^3 = 11 \text{ м};$$

$$x_2 = 6t_2 - 0,125 t_2^3 = 6 \cdot 6 - 0,125 \cdot 6^3 = 9 \text{ м}.$$

Проекция вектора скорости на ось x изменяется с течением времени по закону

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (6t - 0,125 t^3) = 6 - 0,375 t^2.$$

Найдем значения v_x в моменты времени t_1 и t_2 :

$$v_{1x} = 6 - 0,375 t_1^2 = 6 - 0,375 \cdot 2^2 = 4,5 \text{ м/с};$$

$$v_{2x} = 6 - 0,375 t_2^2 = 6 - 0,375 \cdot 6^2 = -7,5 \text{ м/с}.$$

Полученные результаты свидетельствуют о том, что направление движения точки изменяется на противоположное, так как в момент времени $t_1 = 2$ с точка движется в сторону положительного направления оси x (положительное значение v_x), а в момент времени t_2 – в противоположном направлении (отрицательное значение v_x). Момент времени t_0 , когда точка изменяет направление движения, найдем из условия

$$v_x = 6 - 0,375 t_0^2 = 0.$$

Тогда

$$t_0 = \pm \sqrt{\frac{6}{0,375}} = \pm 4 \text{ с}.$$

Отрицательное значение корня не удовлетворяет условию задачи, поэтому принимаем $t_0 = 4$ с.

Найдем координату точки в момент времени t_0 :

$$x_0 = 6t_0 - 0,125 t_0^3 = 6 \cdot 4 - 0,125 \cdot 4^3 = 16 \text{ м}.$$

Найдем среднюю путевую скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{x_0 - x_1}{t_2 - t_1}.$$

Произведем вычисления

$$\langle v \rangle = \frac{6 - 11}{6 - 2} \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\langle v \rangle = 3 \text{ м/с}$.

Пример 2. Точка движется по дуге окружности радиуса R . Ее скорость зависит от пройденного пути S по закону $v = \alpha\sqrt{S}$, где α – постоянная. Найти угол φ между вектором полного ускорения и вектором скорости в зависимости от S .

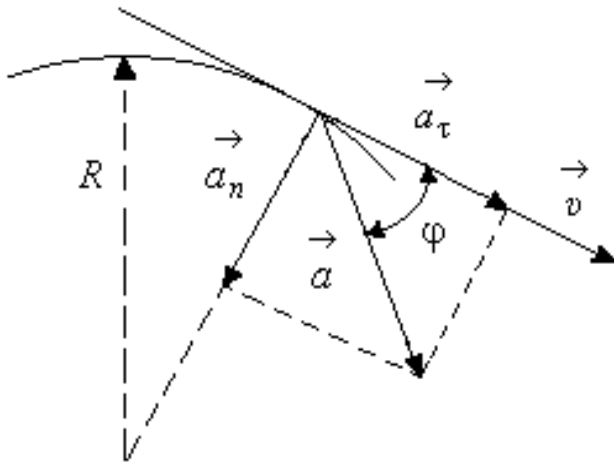


Рис.1

Дано: R – радиус окружности, по которой движется точка; $v = \alpha\sqrt{S}$ – зависимость скорости от пройденного пути; α – постоянная.

Найти: $\varphi = f(S)$.

Решение: Из рисунка 1 видно, что

$$\varphi = \arctg \frac{a_n}{a_\tau}, \quad (1)$$

где a_n , a_τ – нормальная и тангенциальная составляющие ускорения.

Нормальная составляющая ускорения равна $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\alpha^2 S}{R}$.

Тангенциальная составляющая ускорения

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (\alpha\sqrt{S}) = \frac{\alpha}{2\sqrt{S}} \frac{dS}{dt} = \frac{\alpha v}{2\sqrt{S}} = \frac{\alpha^2}{2}.$$

Подставляя значения a_n и a_τ в уравнение (1), получим $\varphi = \arctg 2S/R$.

Анализ размерности показывает, что $2S/R$ величина безразмерная, и убеждает в правдоподобности ответа.

Ответ: $\varphi = \arctg 2S/R$.

Пример 3. Вентилятор вращается с частотой $n_0 = 900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 75$ оборотов. Какое время t прошло с момента выключения до полной его остановки?

Дано: $n_0 = 900 \text{ мин}^{-1} = 15 \text{ с}^{-1}$; $N = 75$.

Найти: t .

Решение: Пусть вентилятор вращается относительно оси z (рис. 2). Так как движение является равнозамедленным, то вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлен противоположно вектору угловой скорости $\vec{\omega}$. Запишем уравнение движения относительно оси z

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_{0z}t + \frac{\varepsilon_z t^2}{2}. \quad (1)$$

Проекция вектора угловой скорости на ось z изменяется с течением времени по закону

$$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z t.$$

В момент остановки $\omega_z = 0$, поэтому

$$\varepsilon_z = -\frac{\omega_{0z}}{t},$$

где t – время движения вентилятора после выключения до остановки.

Подставим это выражение в уравнение (1), учитывая, что $\varphi = 0$:

$$\varphi = \omega_{0z}t - \frac{\omega_{0z}t}{2} = \frac{\omega_{0z}t}{2}.$$

Так как $\varphi = 2\pi N$; $\omega_{0z} = \omega_0 = 2\pi n_0$, то

$$t = \frac{2\varphi}{\omega_{0z}} = \frac{2 \cdot 2\pi N}{2\pi n_0} = \frac{2N}{n_0}.$$

Выполним проверку размерности

$$\left[\frac{N}{n_0} \right] = \frac{1}{\text{с}^{-1}} = \text{с}.$$

Произведем вычисления

$$t = \frac{2 \cdot 75}{15} = 10 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 10 \text{ с}$.

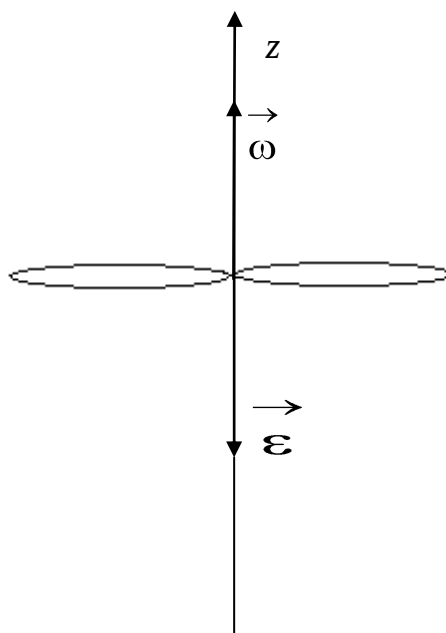


Рис. 2

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

1. Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью v :

$$\vec{p} = m \vec{v}.$$

2. Второй закон Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d \vec{p}}{dt},$$

где $\vec{F}$ – результирующая всех сил, действующих на материальную точку.

Учитывая, что масса в классической механике есть величина постоянная, второй закон Ньютона можно записать так:

$$\vec{F} = m \frac{d \vec{v}}{dt} = m \vec{a},$$

где $\vec{a}$ – ускорение, которое приобретает материальная точка массой m под действием силы $\vec{F}$.

3. Сила трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

4. Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы с течением времени не изменяется

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где $m_i, \vec{v}_i$ – масса и скорость i -го тела.

Пример 4. Груз массой 80 кг находится на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 17° . Горизонтально направленная сила вызывает движение груза по плоскости вверх с ускорением $0,20 \text{ м/с}^2$. Найти величину этой силы, если коэффициент трения скольжения груза о плоскость равен 0,25.

Дано: $m = 80 \text{ кг}$; $\alpha = 17^\circ$; $a = 0,20 \text{ м/с}^2$; $\mu = 0,25$; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Найти: F .

Решение. Изобразим рисунок и укажем все силы, действующие на груз.

На груз действуют 4 силы: $m\vec{g}$ – сила тяжести; $\vec{F}$ – горизонтально направленная сила; $\vec{F}_{\text{тр}}$ – сила трения скольжения; $\vec{N}$ – сила нормальной реакции опоры.

Рассмотрим движение груза в декартовой системе координат. Ось x проведем по направлению движения груза параллельно наклонной плоскости, а ось y – перпендикулярно к ней. Укажем направление вектора ускорения $\vec{a}$. Запишем уравнение второго закона Ньютона для груза в векторной форме

$$\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F} = m\vec{a}. \quad (1)$$

Запишем это уравнение в проекциях на ось y :

$$N - mg \cos \alpha - F \sin \alpha = 0.$$

Тогда $N = mg \cos \alpha + F \sin \alpha$. Сила трения скольжения пропорциональна силе нормальной реакции опоры, поэтому

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu (mg \cos \alpha + F \sin \alpha).$$

Запишем уравнение (1) в проекциях на ось x :

$$F \cos \alpha - F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha = ma.$$

Подставляя выражение для $F_{\text{тр}}$, получим:

$$F \cos \alpha - \mu mg \cos \alpha - \mu F \sin \alpha - mg \sin \alpha = ma.$$

Тогда

$$F = \frac{m (\mu g \cos \alpha + g \sin \alpha + a)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha}.$$

Сделаем подстановку числовых значений

$$F = \frac{80 (0,25 \cdot 9,81 \cdot \cos 17^\circ + 9,81 \cdot \sin 17^\circ + 0,20)}{\cos 17^\circ - 0,25 \sin 17^\circ} \approx 4,9 \cdot 10^2 \text{ Н.}$$

Ответ: $F = 4,9 \cdot 10^2 \text{ Н.}$

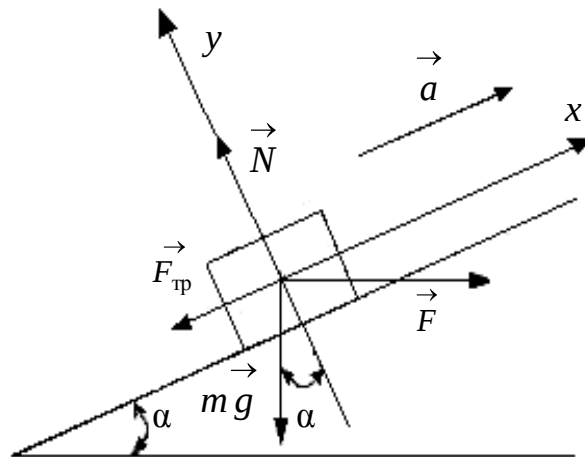


Рис.3

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

1. Момент инерции материальной точки массой m относительно произвольной оси

$$I = mr^2,$$

где r – расстояние от точки до оси.

2. Момент инерции механической системы, состоящей из n материальных точек, относительно произвольной оси равен сумме произведений масс этих точек на квадраты их расстояний r_i до рассматриваемой оси

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где m_i – масса i -ой материальной точки.

3. Момент инерции тела массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) полого тонкостенного цилиндра (обруча) относительно оси цилиндра (для обруча относительно оси, перпендикулярной его плоскости)

$$I = mR^2,$$

где R – радиус цилиндра (обруча);

б) сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$I = \frac{1}{2} mR^2,$$

где R – радиус цилиндра (диска);

в) однородного шара радиусом R

$$I = \frac{2}{5} mR^2;$$

г) однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему:

$$I = \frac{1}{12} ml^2,$$

где l – длина стержня.

4. Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера: момент инерции I тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции I_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями

$$I = I_0 + md^2.$$

5. Моментом силы $\vec{F}$ относительно некоторой точки O называют векторную величину $\vec{M}$, которая определяется выражением:

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки O в точку приложения силы; $[\vec{r} \vec{F}]$ – векторное произведение векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Вектор $\vec{M}$ перпендикулярен к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{r}$ и $\vec{F}$. Направление вектора $\vec{M}$ определяют по правилу правого винта: вектор $\vec{M}$ направлен в сторону поступательного движения острия правого винта, головка которого вращается по кратчайшему пути от первого множителя ко второму.

Векторы, перпендикулярные плоскости рисунка, изображают кружком с крестиком, если вектор направлен от нас за плоскость рисунка, и кружком с точкой в его центре, если вектор направлен на нас от плоскости рисунка. В соответствии с этим правилом вектор $\vec{M}$ изображен на рис. 4 кружком с вписанным в него крестиком.

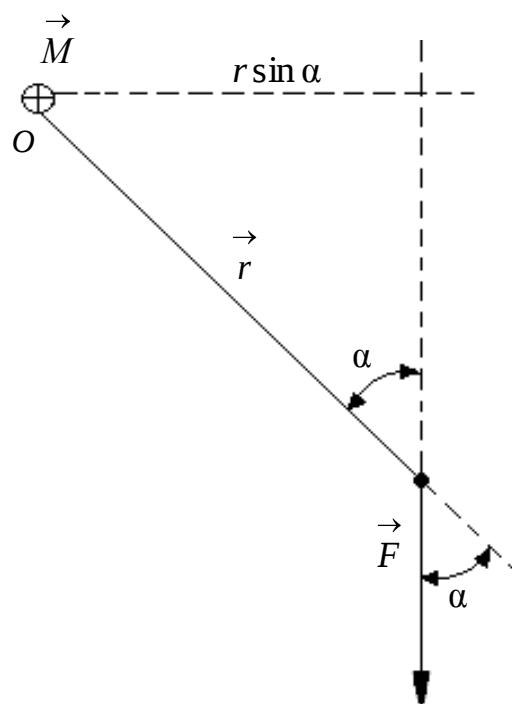


Рис.4

Числовое значение вектора $\vec{M}$ равно

$$M = rF \sin \alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

6. Моментом силы $\vec{F}$ относительно оси z называют параллельную этой оси составляющую момента силы относительно точки O (лежащей на оси)

$$\vec{M}_z = [\vec{r} \vec{F}]_z.$$

7. Момент импульса материальной точки относительно точки O (рис. 5)

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] = m [\vec{r} \vec{v}],$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из точки O в ту точку пространства, где находится материальная точка массой m ;
 $\vec{p} = m \vec{v}$ – импульс точки.

Числовое значение момента импульса

$$L = r p \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

8. Моментом импульса относительно оси z называют составляющую $\vec{L}_z$ по этой оси момента импульса $\vec{L}$ относительно точки O , лежащей на оси:

$$\vec{L}_z = [\vec{r} \vec{p}]_z.$$

9. Проекция вектора момента импульса твердого тела (материальной точки) на ось z

$$L_z = I_z \omega_z,$$

где ω_z – проекция вектора угловой скорости на ось z ; I_z – момент инерции тела относительно оси z .

10. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M}_z = \frac{d \vec{L}_z}{dt}.$$

Учитывая, что $L_z = I_z \omega_z$, уравнение динамики вращательного движения можно записать так:

$$M_z = I_z \varepsilon_z,$$

где ε_z – проекция вектора углового ускорения на ось вращения.

Уравнения для твердого тела справедливы и для системы тел, если считать, что момент импульса системы тел (материальных точек)

$$\vec{L}_z = \sum_{i=1}^n \vec{L}_{i z}, \text{ а сумма моментов всех внешних сил } \vec{M}_z = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i z}.$$

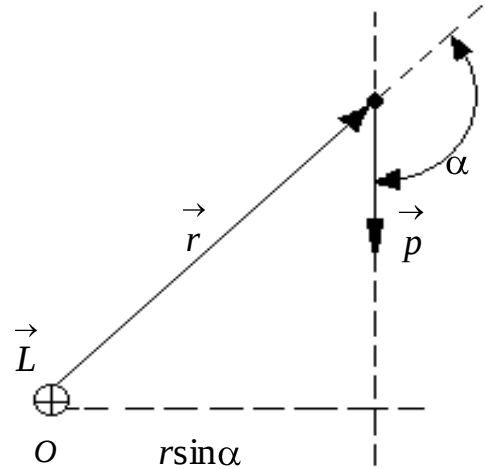


Рис. 5

11. Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой механической системы с течением времени не изменяется

$$\vec{L}_z = \sum_{i=1}^n \vec{L}_{iz} = \sum_{i=1}^n I_{iz} \vec{\omega}_{iz} = \text{const}.$$

Пример 5. Блок, имеющий форму диска массой $m = 0,4$ кг, вращается под действием силы натяжения невесомой нерастяжимой нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,7$ кг. Определить силы натяжения нити по обе стороны блока.

Дано: $m = 0,4$ кг; $m_1 = 0,3$ кг; $m_2 = 0,7$ кг; $g = 9,81$ м/с².

Найти: T_1 ; T_2 .

Решение. Изобразим рисунок и укажем силы, действующие на грузы и блок. На каждый из грузов действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}$. Так как $m_1 < m_2$, то первый груз будет подниматься вверх, а второй – опускаться вниз. Диск будет вращаться по часовой стрелке.

Из условия нерастяжимости нити следует, что грузы будут двигаться с одинаковым ускорением a . Запишем уравнение второго закона Ньютона для первого и второго грузов в векторной форме

$$m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}; \quad m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}.$$

Запишем эти уравнения в проекциях на ось y

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a; \quad m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= m_1 (g + a) \\ T_2 &= m_2 (g - a) \end{aligned} \right\} . \quad (1)$$

Со стороны нити на диск действуют силы натяжения $\vec{T}'_1$ и $\vec{T}'_2$. Вращающий момент, создаваемый этими силами относительно оси z , проходящей через центр диска и направленной перпендикулярно плоскости рисунка от нас:

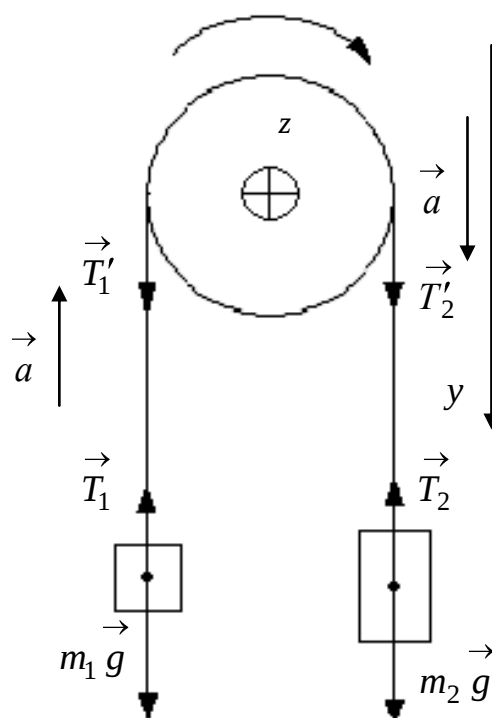


Рис.6

$$M_z = M_{1z} + M_{2z} = -T_1' R + T_2' R = (T_2' - T_1') R,$$

где R – радиус диска.

Так как нить по условию задачи невесомая, то $T_2' = T_2$; $T_1' = T_1$. Тогда

$$M_z = (T_2 - T_1) R.$$

Запишем уравнение динамики вращательного движения для диска

$$M_z = I_z \cdot \varepsilon_z.$$

Так как $I_z = \frac{mR^2}{2}$, $\varepsilon_z = \frac{a}{R}$, то, делая подстановку, можем записать

$$(T_2 - T_1) R = \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{a}{R}; \quad a = \frac{2(T_2 - T_1)}{m}.$$

Подставив выражения (1), определяющие T_1 и T_2 , после несложных преобразований получим

$$a = \frac{2g(m_2 - m_1)}{m + 2(m_2 + m_1)}.$$

Подставим числовые значения

$$a = \frac{2 \cdot 9,81 \cdot (0,7 - 0,3)}{0,4 + 2 \cdot (0,7 + 0,3)} = 3,27 \text{ м/с}^2.$$

Найдем значения T_1 и T_2 :

$$T_1 = m_1 g + a = 0,3 \cdot 9,81 + 3,27 \approx 3,9 \text{ Н};$$

$$T_2 = m_2 g - a = 0,7 \cdot 9,81 - 3,27 \approx 4,6 \text{ Н}.$$

Ответ: $T_1 = 3,9 \text{ Н}$; $T_2 = 4,6 \text{ Н}$.

Пример 6. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень, расположенный вдоль оси вращения скамейки (вертикально). Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$. Радиус R колеса равен 20 см, его масса $m = 3 \text{ кг}$. Определить частоту вращения скамьи n , если человек повернет стержень на угол 180° . Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Масса колеса равномерно распределена по ободу.

Дано: $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$; $R = 0,2 \text{ м}$; $m = 3 \text{ кг}$; $I = 6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $\alpha = 180^\circ$.

Найти: n .

Решение. Согласно условию задачи момент внешних сил относительно оси вращения z можно считать равным нулю. В этом случае проек-

ция вектора момента импульса всей системы (рис.7) на ось z изменяться не будет (закон сохранения момента импульса).

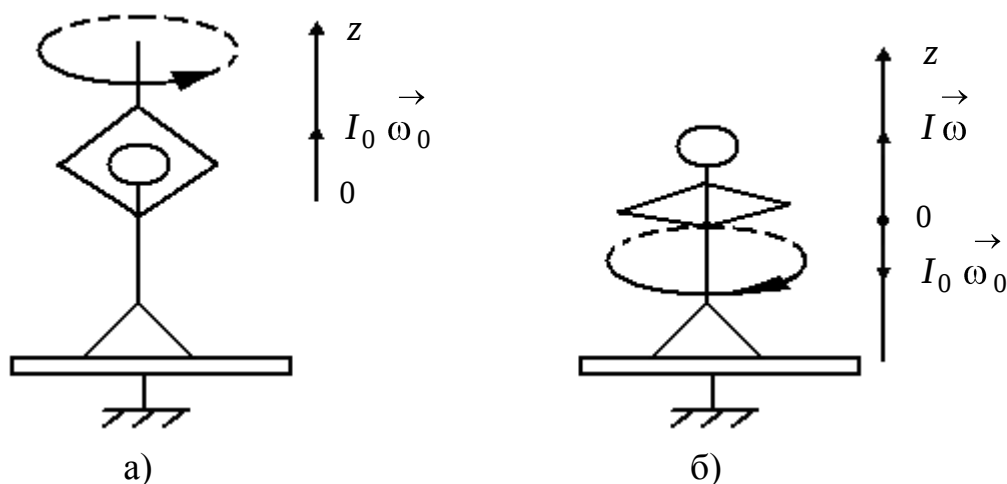


Рис.7

Запишем закон сохранения момента импульса в проекциях на ось z , учитывая, что в начальный момент времени скамья и человек были неподвижны:

$$L_{oz} = L_z + L'_{oz} \text{ или } I_0 \omega_0 = I \omega - I_0 \omega_0, \quad (1)$$

где $L_{oz} = I_0 \omega_0$ проекция вектора момента импульса колеса на ось z в начальный момент времени; I_0 – момент инерции колеса относительно оси z ; ω_0 – угловая скорость колеса; $L_z = I \omega$ – проекция вектора момента импульса скамьи и человека на ось z после того, как человек повернул стержень; ω – угловая скорость скамьи; $L'_{oz} = -I_0 \omega_0$ – проекция вектора момента импульса колеса на ось z после того, как человек повернул стержень.

Из уравнения (1) выразим ω :

$$\omega = \frac{2I_0 \omega_0}{I}. \quad (2)$$

Момент инерции колеса, с массой равномерно распределенной по ободу, $I_0 = mR^2$. Так как $\omega = 2\pi n$, $\omega_0 = 2\pi n_0$, то, делая подстановку в уравнение (2) и произведя сокращения, получим

$$n = \frac{2I_0 \omega_0}{I} = \frac{2mR^2 n_0}{I}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления

$$n = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,2^2 \cdot 10}{6} = 0,4 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $n = 0,4 \text{ с}^{-1}$.

ТЯГОТЕНИЕ

1. Закон всемирного тяготения

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2},$$

где F – сила взаимного притяжения двух материальных точек массами m_1 и m_2 ; r – расстояние между точками; G – гравитационная постоянная.

Это уравнение справедливо также для взаимодействующих тел, представляющих собой однородные шары. В этом случае r – расстояние между центрами масс шаров.

2. Напряженность гравитационного поля

$$\vec{g}_0 = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на материальную точку массой m в данной точке гравитационного поля.

Напряженность гравитационного поля вблизи поверхности Земли приближенно равна ускорению свободного падения.

3. Сила тяжести

$$\vec{P} = m \vec{g},$$

где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения.

4. Весом тела $\vec{P}'$ называют силу, с которой тело вследствие тяготения действует на опору или подвес.

5. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек массами m_1 и m_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга:

$$E_p = - \frac{G m_1 m_2}{r}.$$

6. Потенциал гравитационного поля

$$\varphi = \frac{E_p}{m},$$

где E_p – потенциальная энергия материальной точки массой m , помещенной в данную точку поля.

7. Первой космической скоростью называют такую минимальную скорость, которую следует сообщить телу, чтобы оно могло двигаться во-

круг Земли по круговой орбите, то есть превратиться в искусственный спутник Земли.

8. Второй космической скоростью называют такую наименьшую скорость, которую следует сообщить телу, чтобы оно могло без воздействия каких-либо дополнительных сил преодолеть земное притяжение и превратиться в искусственный спутник Солнца.

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

1. Работа силы F на пути S

$$A = \int_S F \cos \alpha \cdot dS,$$

где α – угол между направлением силы и направлением движения точки приложения силы.

В случае постоянной силы F , действующей под углом α к перемещению:

$$A = F S \cos \alpha.$$

2. Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \vec{v} = F v \cos \alpha,$$

где $\vec{F} \vec{v}$ – скалярное произведение векторов $\vec{F}$ и $\vec{v}$; α – угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{v}$.

3. Кинетическая энергия тела массой m , движущегося поступательно со скоростью v :

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

4. Потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли:

$$E_p = mgh,$$

где h – высота, отсчитываемая от нулевого уровня, для которого $E_{p0} = 0$.

Эта формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли.

5. Сила упругости

$$F_{yx} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жёсткость); x – величина деформации.

6. Потенциальная энергия упругодеформированного тела (пружины)

$$E_p = \frac{k x^2}{2}.$$

7. Кинетическая энергия тела массой m , вращающегося относительно оси z :

$$E_k = \frac{I_z \omega_z^2}{2},$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси вращения; ω_z – проекция вектора угловой скорости на ось z .

8. Кинетическая энергия тела, участвующего в поступательном и вращательном движениях:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I_z \omega_z^2}{2},$$

где v – скорость центра масс тела; I_z – момент инерции тела относительно оси вращения, проходящей через центр масс.

9. Работа внешних сил при вращении твердого тела

$$A = \int_0^\varphi M_z d\varphi,$$

где M_z – проекция результирующего момента приложенных к телу внешних сил на ось z ; φ – угол, на который поворачивается тело за время t .

10. Закон сохранения механической энергии: в замкнутой системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, механическая энергия с течением времени не изменяется

$$E_k + E_p = \text{const}.$$

Пример 7. Из бесконечности на поверхность Земли падает метеорит массой $m = 30$ кг. Определить работу A , которая при этом будет совершена силами гравитационного поля Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и её радиус R считать известными.

Дано: $m = 30$ кг; $g = 9,81$ м/с²; $R = 6,37 \cdot 10^6$ м.

Найти: A .

Решение. Механическую систему Земля-метеорит можно считать замкнутой. Со стороны Земли на метеорит действует сила тяготения. Это сила консервативная, поэтому при движении метеорита в поле тяготения Земли его механическая энергия изменяться не будет.

Так как метеорит был бесконечно далеко удален от Земли, то его потенциальная энергия в начальный момент времени была равна нулю

$$E_{p1} = -G \frac{mM}{r} = 0,$$

где G – гравитационная постоянная; m – масса метеорита; M – масса Земли; r – расстояние от центра масс Земли до метеорита.

Если $r \rightarrow \infty$, то $E_p \rightarrow 0$. Потенциальная энергия метеорита вблизи поверхности Земли

$$E_{p2} = -G \frac{mM}{R},$$

где R – радиус Земли.

В соответствии с законом сохранения механической энергии

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2},$$

где E_{k1}, E_{k2} – кинетические энергии метеорита в начальный момент времени и вблизи поверхности Земли.

По мере приближения к Земле потенциальная энергия метеорита будет убывать, а его кинетическая энергия – увеличиваться. При движении метеорита в гравитационном поле Земли сила тяготения совершает работу. Эта работа идет на увеличение кинетической энергии метеорита и совершается за счет убыли его потенциальной энергии

$$A = E_{k2} - E_{k1} = E_{p1} - E_{p2} = -E_{p2} = -G \frac{mM}{R}. \quad (1)$$

На метеорит вблизи поверхности Земли действует сила тяготения

$$F = G \frac{mM}{R^2}.$$

Если пренебречь суточным вращением Земли, то в соответствии со вторым законом Ньютона $G \frac{mM}{R^2} = mg$, тогда $GM = gR^2$. Деля подстановку в уравнение (1), получим $A = mgR$.

Выполним вычисления

$$A = 30 \cdot 9,81 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \approx 1,9 \cdot 10^9 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 1,9 \cdot 10^9$ Дж.

Пример 8. Диск скатывается без скольжения с наклонной плоскости. Найти линейную скорость v центра масс диска у основания наклонной плоскости, если ее высота h равна 0,5 м, начальная скорость движения диска v_0 равна нулю, угол α , который плоскость составляет с горизонтом, равен 30° . Сколько времени будет скатываться диск?

Дано $h = 0,5 \text{ м}$; $v_0 = 0 \text{ м/с}$; $\alpha = 30^\circ$; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Найти: v ; t .

Решение. В начальный момент времени кинетическая энергия диска E_{k1} равна нулю, а его потенциальная энергия

$$E_{p1} = mgh,$$

где m – масса диска; g – ускорение свободного падения.

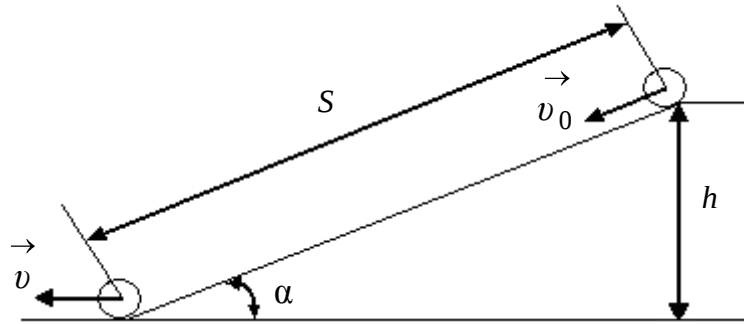


Рис.8

У основания наклонной плоскости потенциальная энергия диска E_{p2} равна нулю, а его кинетическая энергия

$$E_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения; $\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения; I – момент инерции диска относительно его геометрической оси (ось, проходящая через центр масс диска перпендикулярно плоскости рисунка); ω – угловая скорость диска относительно его геометрической оси.

Так как $I = \frac{mR^2}{2}$; $\omega = \frac{v}{R}$, где R – радиус диска, то $\frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{4}$. Тогда

$$E_{k2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{4} = \frac{3}{4}mv^2.$$

В соответствии с законом сохранения механической энергии

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}.$$

Деля подстановку, запишем $mgh = \frac{3}{4}mv^2$.

Найдем скорость диска у основания наклонной плоскости

$$v = 2\sqrt{\frac{1}{3}gh}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$v = 2\sqrt{\frac{1}{3} \cdot 9,81 \cdot 0,5} \approx 2,6 \text{ м/с}.$$

На диск во время движения действуют постоянные по величине силы. Следовательно, диск будет двигаться с постоянным по модулю ускорением a . В этом случае

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{v^2}{2a}; \quad (1)$$

$$v = v_0 + a t = a t, \quad (2)$$

где S – длина наклонной плоскости.

Решая уравнения (1) и (2) совместно, найдем время скатывания

$$t = \frac{v}{a} = \frac{2S}{v} = \frac{2h}{v \sin \alpha}.$$

Выполним вычисления

$$t = \frac{2 \cdot 0,5}{2,6 \cdot \sin 30^\circ} \approx 0,77 \text{ с}.$$

Ответ: $v = 2,6 \text{ м/с}$; $t = 0,77 \text{ с}$.

Пример 9. Пружина жесткостью $k = 500 \text{ Н/м}$ сжата силой $F = 100 \text{ Н}$. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на $l = 2 \text{ см}$.

Дано: $k = 500 \text{ Н/м}$; $F = 100 \text{ Н}$; $l = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$.

Найти: A .

Решение. Пусть внешняя сила F сжимает пружину на величину l_0 .

В соответствии с законом Гука $F = k l_0$. Так как $l_0 = \frac{F}{k}$, то потенциальная энергия пружины в этом состоянии

$$E_{p1} = \frac{k l_0^2}{2} = \frac{F^2}{2k}.$$

Потенциальная энергия пружины, сжатой на величину $(l_0 + l)$:

$$E_{p2} = \frac{k (l_0 + l)^2}{2} = \frac{k}{2} \left(\frac{F}{k} + l \right)^2.$$

Работа, совершаемая внешней силой при сжатии пружины, идет на увеличение ее потенциальной энергии. В соответствии с законом сохранения механической энергии

$$A = E_{p2} - E_{p1} = \frac{k}{2} \left(\frac{F}{k} + l \right)^2 - \frac{F^2}{2k} = F l + \frac{k l^2}{2}.$$

Подставим числовые значения

$$A = 100 \cdot 0,02 + \frac{500 \cdot 0,02^2}{2} \approx 2,1 \text{ Дж}.$$

Ответ: $A = 2,1 \text{ Дж}$.

Пример 10. Якорь двигателя вращается с частотой $n = 1500 \text{ мин}^{-1}$. Определить вращающий момент M , если двигатель развивает мощность $N = 500 \text{ Вт}$.

Дано: $n = 1500 \text{ мин}^{-1} = 25 \text{ с}^{-1}$; $N = 500 \text{ Вт}$.

Найти: M .

Решение. При повороте якоря на угол $d\varphi$ вращающий момент M совершает работу

$$dA = M_z d\varphi = M d\varphi,$$

где $M_z = M$ – проекция вектора момента силы на ось вращения z .

Мощность двигателя

$$N = \frac{dA}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega = 2\pi n M,$$

где $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость якоря.

Найдем вращающий момент: $M = \frac{N}{2\pi n}$. Выполним проверку размерности

$$M = \frac{N}{2\pi n} = \frac{\text{Вт}}{\text{с}^{-1}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{с}} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Выполним вычисления

$$M = \frac{500}{2 \cdot 3,14 \cdot 25} \approx 3,2 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ответ: $M = 3,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Пример 11. Кинетическая энергия тела, вращающегося относительно неподвижной оси, зависит от угла поворота φ по закону $E_k \sim \varphi^4$. При этом вращающий момент $M \sim \varphi^n$. Найти значение n .

Дано: $E_k \sim \varphi^4$; $M \sim \varphi^n$.

Найти: n .

Решение. Пусть тело вращается относительно неподвижной оси z . Его кинетическая энергия равна

$$E_k = \frac{I_z \omega_z^2}{2},$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси вращения; ω_z – проекция вектора угловой скорости на ось z .

Так как $E_k \sim \varphi^4$, то $\frac{I_z \omega_z^2}{2} \sim \varphi^4$. Тогда $\omega_z \sim \varphi^2$.

Запишем уравнение динамики вращательного движения тела относительно оси z

$$M_z = I_z \varepsilon_z \quad \text{или} \quad M_z = I_z \frac{d \omega_z}{dt}, \quad (1)$$

где M_z – проекция вектора момента силы на ось z ; $\varepsilon_z = \frac{d \omega_z}{dt}$ – проекция вектора углового ускорения на ось z .

Делая подстановку $\omega_z \sim \varphi^2$ в уравнение (1), получим

$$M_z \sim \frac{d \varphi^2}{dt} \sim \varphi \frac{d \varphi}{dt} \sim \varphi \omega_z \sim \varphi^3,$$

где $\omega_z = \frac{d \varphi}{dt}$.

Ответ: $n = 3$.

ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1. Изменение длины тела в направлении его движения:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

где l – длина тела, движущегося со скоростью v ; l_0 – длина тела, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело покоится (собственная длина); c – скорость света в вакууме.

2. Промежуток времени между событиями

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где Δt – промежуток времени между двумя событиями, происходящими с телом, в системе отсчета, относительно которой это тело движется со ско-

ростью v ; Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями, происходящими с телом, в системе отсчета, относительно которой тело покоится (собственное время).

3. Масса тела, движущегося со скоростью v (релятивистская масса):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 – масса тела, измеренная в системе отсчета, относительно которой тело покоится (масса покоя).

4. Релятивистский импульс

$$p = m v = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

5. Полная энергия тела

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

6. Кинетическая энергия тела

$$E_k = E - E_0 \quad \text{или} \quad E_k = m c^2 - m_0 c^2,$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя.

7. Связь полной энергии с импульсом

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + E_0^2}.$$

8. Связь импульса с кинетической энергией

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + E_k) E_k}.$$

Пример 12. При какой скорости движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

Дано: $\frac{l - l_0}{l_0} = 0,25$; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Найти: v .

Решение. По условию задачи

$$\frac{l - l_0}{l_0} = 0,25 \tag{1}$$

где l_0 – собственная длина тела; l – длина тела, движущегося со скоростью v .

Из формулы (1) следует, что $l/l_0 = 0,75$. Длина тела в направлении его движения определяется выражением

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Выразим из этого уравнения скорость v :

$$1 - v^2/c^2 = (l/l_0)^2; \quad v^2/c^2 = 1 - (l/l_0)^2; \quad v = c \sqrt{1 - (l/l_0)^2}.$$

Выполним вычисления

$$v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - 0,75^2} \approx 2,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $v = 2,0 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Пример 13. Нестабильная частица с момента рождения до момента распада пролетает расстояние $l = 75 \text{ м}$. Скорость частицы $v = 0,995c$. Определить собственное время жизни t_0 частицы.

Дано: $l = 75 \text{ м}$; $v = 0,995c$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Найти: t_0 .

Решение. Время жизни частицы в системе отсчета, относительно которой частица движется со скоростью v :

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (1)$$

где $\beta = v/c$.

Из уравнения (1) найдем собственное время жизни частицы, учитывая, что $t = l/v$:

$$t_0 = t \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{l}{v} \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления

$$t_0 = \frac{75}{0,995 \cdot 3 \cdot 10^8} \sqrt{1 - 0,995^2} \approx 25 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 25 \text{ нс}.$$

Ответ: $t_0 = 25 \text{ нс}$.

Пример 14. Сколько энергии (в расчете на единицу массы) необходимо затратить, чтобы сообщить первоначально покоившемуся космическому кораблю скорость $v = 0,98c$? Действие сил сопротивления не учитывать.

Дано: $v_0 = 0 \text{ м/с}$; $v = 0,98c$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Найти: W/m_0 .

Решение. Кинетическая энергия космического корабля определяется выражением

$$E_k = E - E_0 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right),$$

где $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ – полная энергия; $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя; m_0 – масса покоя; $\beta = v/c$.

Энергия затрачивается на приращение кинетической энергии корабля. Так как первоначально корабль покоился, то $\Delta E_k = E_k$. Тогда

$$\frac{W}{m_0} = \frac{\Delta E_k}{m_0} = \frac{E_k}{m_0} = c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления

$$\frac{W}{m_0} = (3 \cdot 10^8)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,98^2}} - 1 \right) \approx 3,6 \cdot 10^{17} \text{ Дж/кг.}$$

Ответ: $\frac{W}{m_0} = 3,6 \cdot 10^{17} \text{ Дж/кг.}$

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

При выполнении контрольной работы необходимо соблюдать следующие правила.

1. Контрольную работу следует выполнять шариковой ручкой или чернилами в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся следующие сведения: номер контрольной работы, курс, специальность, шифр, ФИО, номер варианта, домашний адрес.

2. Каждая работа выполняется в отдельной тетради.

3. В контрольной работе студент должен решить задачи того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра. Номера задач определяются по таблице вариантов.

4. Условия задач в контрольной работе необходимо переписывать полностью без сокращений. Для замечаний рецензента следует оставлять поля шириной 3...4 см. Каждую задачу начинать с новой страницы.

5. В конце контрольной работы следует указать учебники и учебные пособия, которыми пользовался студент при решении задач. Это необ-

ходимо для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует изучить студенту для завершения контрольной работы.

6. В том случае, если при рецензировании работы в решениях задач обнаружены ошибки, контрольная работа возвращается студенту для доработки. Студент должен изучить все замечания рецензента, уяснить свои ошибки и внести исправления. Если повторная работа выполнена в другой тетради, то она обязательно представляется вместе с незачтенной работой.

7. Если при решении отдельных задач встречаются затруднения, и вы не можете решить их самостоятельно, оформите работу, изложив ваши соображения и затруднения. Такая работа не будет зачтена, но письменная консультация рецензента поможет вам найти правильное решение.

8. Зачет по контрольной работе может быть получен только после собеседования с преподавателем по существу решения задач, входящих в контрольную работу. Собеседование проводится на кафедре физики в течение семестра и в период лабораторно-экзаменационной сессии.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Контрольная работа включает решение восьми задач. Вариант контрольной работы выбирается по последней цифре шифра, номера задач – по таблице. Справочные данные, необходимые при решении задач, приведены в приложении.

*Таблица
Варианты контрольной работы*

Вариант	Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75
6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
0	10	20	30	40	50	60	70	80

1. Точка прошла половину пути со скоростью $v_1 = 6$ м/с. Оставшуюся часть пути она половину времени двигалась со скоростью $v_2 = 4$ м/с, а последний участок – со скоростью $v_3 = 8$ м/с. Определить среднюю путевую скорость точки за все время движения.

2. Прямолинейное движение точки вдоль оси x описывается уравнением $x = 3t^3 - 2t^2 + 10$ (x – в метрах, t – в секундах). Найти ускорение точки в тот момент времени, когда её скорость v станет равной 3 м/с.

3. По ледяной горке пустили скользить снизу вверх шайбу. На расстоянии $l = 3$ м от начальной точки шайба побывала дважды: через $t_1 = 2$ с и $t_2 = 10$ с после начала движения. Считая ускорение постоянным, найти его модуль и начальную скорость шайбы.

4. Тело бросили под углом α к горизонту с начальной скоростью v_0 . Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти значение угла α , при котором максимальная высота подъёма тела будет равна горизонтальной дальности его полёта.

5. Движение материальной точки задано уравнениями: $x = 8t^2 + 4$; $y = 6t^2 - 3$; $z = 0$ (x, y – в метрах, t – в секундах). Определить модули скорости и ускорения точки в момент времени $t = 10$ с.

6. На вал радиусом $R = 10$ см намотана нить, к которой привязана гиря. Двигаясь равноускоренно, гиря за $t = 20$ с от начала движения опустилась на $h = 2$ м. Найти угловую скорость и угловое ускорение вала в этот момент времени.

7. Нормальная составляющая ускорения частицы, движущейся по окружности радиусом $R = 3,2$ м, изменяется с течением времени по закону $a_n = At^2$, где $A = 2,5$ м/с². Найти: а) путь, пройденный частицей за $t = 5$ с с момента начала движения; б) тангенциальную составляющую и полное ускорение в конце этого участка пути.

8. Колесо вращается вокруг неподвижной оси так, что угол его поворота φ зависит от времени по закону $\varphi = ct^2$, где $c = 0,20$ рад/с². Найти полное ускорение точки на ободу колеса в момент времени $t = 2,5$ с, если линейная скорость её в этот момент $v = 0,65$ м/с.

9. Автомобиль, движущийся со скоростью $v = 54$ км/ч, проходит закругление шоссе радиусом кривизны $R = 375$ м. На повороте шофёр тормозит машину, сообщая ей ускорение $a_\tau = 0,5$ м/с². Найти модули нормальной составляющей и полного ускорения автомобиля и угол между их направлениями.

10. Определить угловое ускорение и число оборотов, которое сделает маховик за $t = 10$ с с момента начала движения, если к концу десятой секунды он вращался, делая 300 оборотов в минуту. Вращение считать равноускоренным.

11. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Разность между максимальным и минимальным натяжениями веревки $\Delta F_n = 9,8$ Н. Найти массу камня.

12. Мотоциклист с постоянной скоростью $v = 20$ м/с едет по окружности внутренней поверхности цилиндра, ось которого расположена вертикально. Радиус цилиндра $R = 4$ м. Найти коэффициент трения шин мотоцикла о стенки цилиндра. Размерами мотоцикла и человека пренебречь.

13. Тяжелый шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити длиной $l = 0,5$ м, вращается в горизонтальной плоскости. Нить образует с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$. Найти период вращения шарика.

14. Сосуд с жидкостью вращается с частотой $n = 2$ с⁻¹ вокруг вертикальной оси. Поверхность жидкости имеет вид воронки. Чему равен угол φ наклона поверхности жидкости по отношению к горизонтальной плоскости в точках, лежащих на расстоянии $R = 5$ см от оси вращения?

15. Через невесомый блок, подвешенный к пружинным весам, перекинута легкая нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы массами $m_1 = 0,5$ кг и $m_2 = 0,6$ кг. Что покажут весы во время движения грузов, если пренебречь трением в оси блока?

16. Бак в тендере паровоза имеет длину $l = 4$ м. Чему равна разность Δl уровней воды у переднего и заднего концов бака при движении поезда с ускорением $a = 0,5$ м/с².

17. В вагоне, движущемся горизонтально и прямолинейно с ускорением $a = 2$ м/с², висит на шнуре груз массой $m = 0,2$ кг. Найти силу натяжения шнура и угол отклонения шнура от вертикали.

18. Материальная точка массой $m = 20$ г движется без трения прямолинейно под действием силы, изменяющейся с течением времени по закону $\vec{F} = \vec{A}t$, где $\vec{A}$ – постоянный вектор, модуль которого $A = 0,03$ Н/с. В момент времени $t = 0$ с координата точки $x_0 = 0$ м, скорость $v_0 = 5$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за первые 4 с движения.

19. По наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$, скользит брусок. За какое время от начала движения он приобретет скорость $v = 14$ м/с? Коэффициент трения скольжения бруска о плоскость $\mu = 0,3$.

20. Проволока круглого сечения диаметром $d = 4,6$ мм сделана из молибденовой стали, предел упругости которой $\sigma = 6 \cdot 10^8$ Н/м². Определить массу груза, который выдержит проволока в пределах упругой деформации, если поднимать груз с ускорением $a = 2,20$ м/с².

21. Частица массой $m_1 = 1$ г, двигавшаяся со скоростью $\vec{v}_1 = A \vec{i} + B \vec{j}$ ($A = 3$ м/с; $B = -2$ м/с), испытала абсолютно неупругое столкновение с другой частицей, масса которой $m_2 = 2$ г, а скорость $\vec{v}_2 = C \vec{i} + D \vec{j}$ ($C = 4$ м/с; $D = -6$ м/с). Найти скорость образовавшейся частицы.

22. Снаряд массой $m = 10$ кг в верхней точке траектории имеет скорость $v = 200$ м/с. В этой точке он разорвался на два осколка. Один осколок массой $m_1 = 3$ кг полетел вперед со скоростью $u_1 = 400$ м/с под углом $\varphi_1 = 60^\circ$ к горизонту. С какой скоростью u_2 и под каким углом к горизонту φ_2 полетит второй осколок?

23. Лодка длиной $l = 3$ м и массой $m = 120$ кг стоит на спокойной воде. На носу и корме находятся два рыбака массами $m_1 = 60$ кг и $m_2 = 90$ кг. На какое расстояние относительно воды сдвинется лодка, если рыбаки поменяются местами.

24. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 60$ кг, масса доски $m = 20$ кг. С какой скоростью относительно пола будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с. Массой колес пренебречь, трение не учитывать.

25. На подножку вагонетки, которая движется прямолинейно со скоростью $v = 2,0$ м/с, прыгает человек массой $m = 60$ кг в направлении, перпендикулярности к ходу вагонетки. Определить скорость вагонетки вместе с человеком.

26. На сколько переместится относительно берега лодка длиной $l = 3,5$ м и массой $M = 200$ кг, если стоящий на корме человек массой $m = 80$ кг переместиться на нос лодки? Считать, что лодка расположена перпендикулярно берегу.

27. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,02$?

28. При взрыве гранаты, летевшей горизонтально со скоростью $v = 8,0$ м/с, образовалось два осколка. Осколок, масса которого составляла $0,3$ массы гранаты, продолжал двигаться в прежнем направлении со скоростью $u_1 = 30$ м/с. Определить скорость u_2 и направление движения второго осколка.

29. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью $v = 100$ м/с, разорвался на две равные части на высоте $h = 40$ м. Одна часть через $t = 1$ с падает на землю точно под местом взрыва. Найти модуль и направление скорости второй части снаряда сразу после взрыва.

30. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Определить начальную скорость снаряда, если известно, что после выстрела платформа откатилась на расстояние $l = 3,0$ м. Масса платформы с орудием $M = 2,0 \cdot 10^4$ кг, масса снаряда $m = 10$ кг, коэффициент трения качения между колесами платформы и рельсами $\mu = 0,002$.

31. На блок, имеющий форму диска радиусом $R = 20$ см и массой $M = 5$ кг, намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 0,5$ кг. До начала вращения блока высота груза над полом $h = 1$ м. Через какое время t груз опустится до пола?

32. Через блок, имеющий форму диска, диаметром 10 см и массой 100 г перекинута нерастяжимая и невесомая нить, на концах которой привязаны грузы массами 200 и 250 г. С каким угловым ускорением будет вращаться блок? Вычислить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если предоставить их самим себе.

33. Шар диаметром 40 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^2$, где $B = 1,0$ рад/с². Вращение происходит под действием силы $F = 5$ Н, направленной по касательной к поверхности шара. Найти массу шара.

34. Маховик в виде диска диаметром 80 см и массой 30 кг вращается, делая 600 об/мин. При торможении скорость вращения изменилась за 20 с до 240 об/мин. Определить тормозящий момент.

35. Материальная точка движется по окружности с нормальной составляющей ускорения $a_n \sim t^4$. При этом момент силы, действующий на точку относительно центра вращения, выражается степенной функцией времени $M \sim t^n$. Найти значение n .

36. Сплошной шар массой 10 кг и радиусом 15 см равномерно вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс шара,

делая 600 об/мин. Сила, направленная по касательной к поверхности шара, за 10 с непрерывного действия остановила вращение. Определить величину этой силы.

37. Сплошной диск диаметром 20 см и массой 4 кг вращается с частотой 10 об/с. Определить величину силы торможения, приложенной к боковой поверхности диска, которая остановит его за 10 с.

38. На краю стола закреплен блок, на который намотана нерастяжимая нить. К свободному концу нити подвешен груз массой 1 кг. Когда систему предоставили самой себе, груз начал падать с ускорением 8 м/с^2 , вызывая вращение блока. Определить массу блока, считая его однородным диском.

39. Однородный тонкий стержень массой 0,8 кг и длиной 0,6 м может вращаться относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Вычислить угловую скорость стержня и линейную скорость его свободного конца через 4 с после начала действия силы, равной 2 Н, непрерывно действующей на свободный конец стержня перпендикулярно его оси и создающей вращающий момент.

40. Шар диаметром 40 см и массой 2 кг равномерно вращается вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс шара. В результате непрерывного действия тормозящей силы 8 Н, касательной к поверхности шара, он остановился через 6 с. Сколько оборотов в секунду делал шар до начала торможения?

41. В центре платформы, имеющей форму диска, стоит человек и держит в руках стержень, направленный вертикально вдоль оси диска. Платформа с человеком вращается с угловой скоростью $\omega = 4 \text{ рад/с}$. С какой угловой скоростью будет вращаться платформа с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 5 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2$. Длина стержня $l = 1,8 \text{ м}$, масса $m = 6 \text{ кг}$. Считать, что центр масс стержня находится на оси платформы.

42. Горизонтально расположенный деревянный стержень длиной $l = 1,8 \text{ м}$ и массой $M = 0,8 \text{ кг}$ может вращаться вокруг перпендикулярной к нему вертикальной оси, проходящей через его середину. В конец стержня попадает и застревает в нем пуля массой $m = 3 \text{ г}$, летящая перпендикулярно стержню и оси вращения со скоростью $v = 50,0 \text{ м/с}$. Определить угловую скорость ω , с которой начинает вращаться стержень.

43. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8 \text{ мин}^{-1}$, стоит человек массой

$m = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10 \text{ мин}^{-1}$. Определить массу платформы. Человека можно рассматривать, как материальную точку.

44. Платформа, имеющая форму диска диаметром $D = 3$ м и массой $M = 180$ кг, может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой $m = 70$ кг со скоростью $v = 1,8$ м/с относительно платформы? Человека рассматривать, как материальную точку.

45. Однородный стержень длиной $l = 1,5$ м и массой $M = 10$ кг может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая перпендикулярно стержню и оси вращения со скоростью $v = 500$ м/с. Считая удар абсолютно неупругим, найти угол, на который отклонится стержень после удара.

46. Горизонтальная платформа массой $M = 150$ кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n = 8 \text{ мин}^{-1}$. Человек массой $m = 70$ кг стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым однородным диском, а человека рассматривать, как материальную точку.

47. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D = 0,8$ м и массой $m = 6$ кг стоит человек массой $M = 60$ кг. С какой угловой скоростью начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m_0 = 0,5$ кг. Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $R = 0,4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v = 5$ м/с. Человека и мяч можно рассматривать, как материальные точки.

48. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться относительно вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой $m = 60$ кг. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы $M = 240$ кг. Человека можно рассматривать, как материальную точку.

49. Однородный стержень длиной $l = 0,1$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через один из его концов. В другой конец абсолютно неупруго ударяет пуля массой $m = 7$ г, летящая перпендикулярно стержню и оси вращения. Определить массу M стержня, если в результате попадания пули он отклонится на угол $\alpha = 60^\circ$. Принять скорость пули $v = 360$ м/с.

50. Горизонтальная платформа в виде однородного диска радиусом $R = 1,2$ м вращается с частотой $n = 4,5$ об/мин. На краю платформы стоит человек массой $m = 60$ кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $I = 144$ кг·м², человека можно рассматривать, как материальную точку.

51. Карандаш, поставленный вертикально, падает на стол. Длина карандаша $l = 15$ см. Найти угловую и линейную скорости середины карандаша в конце падения.

52. Какой путь пройдет катящийся без скольжения шар, поднимаясь вверх по наклонной плоскости (угол наклона к плоскости горизонта $\alpha = 30^\circ$), если ему сообщена начальная скорость $v_0 = 7$ м/с, параллельная наклонной плоскости? Трение не учитывать.

53. Два груза массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 15$ кг подвешены на нитях длиной $l = 2$ м так, что грузы соприкасаются. Меньший груз был отклонен на угол $\varphi = 60^\circ$ и выпущен. Определить высоту h , на которую поднимутся оба груза после удара. Удар считать неупругим, грузы считать точечными.

54. В шар массой $M = 1$ кг, подвешенный на длинной нерастяжимой нити, попадает и застревает пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 500$ м/с. На какую высоту поднимется шар, если сопротивлением воздуха и массой нити можно пренебречь? Какая часть механической энергии превратится в тепловую в результате удара?

55. Определить кинетическую энергию вращающегося на токарном станке полого стального цилиндра длиной $l = 400$ мм. Внутренний и наружный радиусы цилиндра $r = 30$ мм, $R = 50$ мм. Частота вращения $n = 1200$ мин⁻¹. Плотность стали $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

56. Тело массой $m = 1$ кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 20$ м/с, через $t = 3$ с упало на землю. Определить кинетическую энергию, которую имело тело в момент удара о землю (сопротивление воздуха не учитывать).

57. Шар и сплошной цилиндр, двигаясь с одинаковой линейной скоростью, вкатываются вверх по наклонной плоскости без скольжения. Какое из тел поднимется выше? Найти соотношение высот подъема.

58. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется прямолинейно под действием некоторой силы в соответствии с уравнением $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 10$ м; $B = 2$ м/с; $C = 1$ м/с²; $D = -0,2$ м/с³. Найти мощность, затрачиваемую на движение точки, в момент времени $t = 5$ с.

59. Камень брошен вверх под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Кинети-

ческая энергия камня в начальный момент времени $E_{0k} = 20$ Дж. Определить кинетическую и потенциальную энергию в высшей точке его траектории. Сопротивление воздуха не учитывать.

60. Маховик, момент инерции которого $I = 40 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, начал вращаться равноускоренно под действием момента силы $M = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить кинетическую энергию, приобретенную маховиком за время $t = 10 \text{ с}$.

61. На каком расстоянии от центра Земли находится точка, в которой напряженность суммарного гравитационного поля Земли и Луны равна нулю? Принять массу Земли в 81 раз больше массы Луны и расстояние от центра Земли до центра Луны равным 60 радиусам Земли.

62. Радиус Земли в 3,66 раза больше радиуса Луны. Средняя плотность Земли в 1,66 раза больше средней плотности Луны. Определить ускорение свободного падения у поверхности Луны, если ускорение свободного падения g у поверхности Земли считать известным.

63. Две пружины жесткостью $k_1 = 0,3 \text{ кН/м}$ и $k_2 = 0,8 \text{ кН/м}$ соединены последовательно. Определить абсолютную деформацию x_1 первой пружины, если вторая деформирована на $x_2 = 1,5 \text{ см}$.

64. Ракете сообщили на полюсе Земли скорость $v_0 = 5 \text{ км/с}$, направленную вертикально вверх. Зная радиус Земли R и ускорение свободного падения g у ее поверхности, найти высоту h , на которую поднимется ракета. Сопротивление воздуха не учитывать.

65. На двух параллельных пружинах одинаковой длины висит невесомый стержень длиной $l = 10 \text{ см}$. Жесткости пружин $k_1 = 2 \text{ Н/м}$ и $k_2 = 3 \text{ Н/м}$. На каком расстоянии от первой пружины к стержню следует подвесить груз, чтобы стержень оставался горизонтальным?

66. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой $m = 1 \text{ кг}$ с высоты h , равной радиусу Земли. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g у ее поверхности считать известными.

67. Груз, положенный на чашку весов, сжимает пружину на $l = 5 \text{ см}$. Найти величину сжатия пружины в том случае, если этот же груз падает на чашку весов с высоты $h = 10 \text{ см}$.

68. По круговой орбите вокруг Земли вращается спутник с периодом $T = 90 \text{ мин}$. Определить высоту спутника над поверхностью Земли. Ускорение свободного падения g у поверхности Земли и ее радиус считать известными.

69. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями $k_1 = 400 \text{ Н/м}$ и $k_2 = 240 \text{ Н/м}$, если первая пружина

жина при этом растянулась на $\Delta l = 2$ см.

70. Считая ускорение свободного падения g у поверхности Земли известным, определить высоту над полюсом Земли, на которой ускорение свободного падения убывает в 2 раза.

71. Собственное время жизни мюона $t_0 = 2,2$ мкс. От точки рождения до точки распада в инерциальной системе отсчета мюон пролетел расстояние $l = 6,0$ км. С какой скоростью v (в долях скорости света) двигался мюон.

72. Отношение сторон прямоугольника $a/b = 2/1$. С какой скоростью (в долях скорости света) и в каком направлении должен двигаться прямоугольник, чтобы "неподвижному" наблюдателю он казался квадратом?

73. В инерциальной системе отсчета мюон, движущийся со скоростью $v = 0,99c$, пролетел от места своего рождения до точки распада расстояние $l = 3,0$ км. Определить собственное время жизни этого мюона и расстояние, которое пролетел мюон с "его точки зрения".

74. Найти скорость, при которой релятивистский импульс частицы в 2 раза превышает ее ньютоновский импульс.

75. Стержень движется в продольном направлении с постоянной скоростью v относительно инерциальной системы отсчета. При каком значении v длина стержня в этой системе отсчета будет на 10% меньше его собственной длины?

76. Собственное время жизни некоторой нестабильной частицы $t_0 = 10$ нс. Какой путь пролетит эта частица до распада в инерциальной системе отсчета, где ее время жизни $t = 20$ нс?

77. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

78. Рассчитать уменьшение массы Солнца за один год, если известно, что общая мощность излучения Солнца составляет около $N = 3,8 \cdot 10^{26}$ Вт.

79. Ракета движется относительно Земли со скоростью $v = 0,6c$. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

80. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличится в $n = 4$ раза?

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Некоторые физические и астрономические постоянные (округленные значения)

Постоянная	Значение
Гравитационная постоянная	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Стандартное ускорение свободного падения у поверхности Земли	$g = 9,81 \text{ м/с}^2$
Масса Земли	$M_3 = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Масса Луны	$M_{\text{Л}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Средний радиус Земли	$R_3 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Средний радиус Луны	$R_{\text{Л}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$

Таблица 2

Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц системы СИ и их наименования

Приставка	Множитель	Обозначение
Пико	10^{-12}	п
Нано	10^{-9}	н
Микро	10^{-6}	мк
Милли	10^{-3}	м
Санتي	10^{-2}	с
Деци	10^{-1}	д
Кило	10^3	к
Мега	10^6	М

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособие для втузов. – 2 - е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк., 1999. – 718 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики: Учеб. пособие для втузов. В 5 кн. – М.: изд. Астрель; изд. АСТ, 2001.
3. Трофимова Т.И. Курс физики: Учеб. пособие для вузов. – 7 - е изд., стереотипное. – М.: Высш. шк., 2002. – 542 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – Изд. доп. и перераб. – СПб.: изд. Специальная литература; изд. Лань, 1999. – 328 с.
5. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики: Учеб. пособие для студентов втузов. – М.: Высш. шк., 1991. – 303 с.
6. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: Учеб. пособие для втузов. – 7 - е изд., перераб. и доп. – М.: изд. Физ.-мат. литературы, 2003. – 640 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Изучение физики на заочном отделении	3
Рекомендации по решению задач	4
Действия с приближенными числами	5
Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела	8
Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела	15
Вращательное движение твердых тел	17
Тяготение	23
Работа и энергия	24
Элементы специальной теории относительности.....	30
Порядок выполнения контрольной работы	33
Контрольная работа № 1	34
Приложение	44
Библиографический список	44