МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МАМИ»

Кафедра «Высшая математика»

М.А. Бодунов, С.И. Бородина, В.В. Показеев,
Б.Э. Теуш. О.И. Ткаченко,

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Варианты расчетно-графических работ

Москва 2011

1. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ» (приложение 1).

Задача 1. Найти производные функций $y = f(x)$.

Задача 2 Найти производные функций заданных параметрически и неявно.

Задача 3. Найти производные второго порядка функций $y = f(x)$.

Задача 4. Написать уравнения касательной и нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0.

Задача 5. Найти дифференциалы первого и второго порядков функции $y = f(x)$.

Задача 6. Вычислить с помощью дифференциала.

Задача 7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;b]$.

Задача 8. Решить задачу геометрического или физического содержания.

Вариант 1.

1. $y_1 = 2\sin^5 3x + \sqrt{\ln(3x - x^2)}$; $y_2 = tg\sqrt[5]{x^2} \cdot 3^{\arcsin 5x}$; $y_3 = \dfrac{arctg(2x^2 + 3x)}{\sqrt{4x + \sqrt{x^2 + 6x}}}$; $y_4 = (3x + \sin 4x)^{7x}$;

$y_5 = \dfrac{tg^3 9x \cdot \arccos^6 x^7}{x^{13} \cdot \sqrt[4]{3x - 2ctgx}}$; $y_6 = \sin^7(\arcsin(1/x))$.

2. $x = e^t \sin t; y = e^t \cos t;$ $\quad arctg(y/x) = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$.

3. $y_1 = \cos^2 x^2; y_2 = arctg\sqrt{x}$.

4. $y = x^3 - 3x + 2; x_0 = 2$.

5. $y_1 = \sqrt{\ln^2 x - 4}; y_2 = \sin(x/\ln x)$.

6. $\sqrt{24.8}$; $tg 48^\circ$.

7. $y_1 = x^2 \ln x$, [1;e]; $y_2 = \sqrt{(1 - x^2)(1 + 2x^2)}$, $[-1;1]$.

8. В данный шар вписать цилиндр, имеющий наибольшую боковую поверхность.

Вариант 2.

1. $y_1 = 3tg^6 6x + \sqrt{x^2 + \ln(x + x^2)}$; $y_2 = ctg\sqrt[5]{x^4} \cdot 2^{arctg 6x}$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[9]{3\sqrt{3x + x^2} + 4x}}{\ln(2x + 3\ln x)}$; $y_4 = (\cos 6x)^{tgx}$;

$y_5 = \dfrac{ctg^5 6x \cdot \sqrt{\arcsin\sqrt{x}}}{\cos x^3 \cdot \sqrt[6]{4x - tgx}}$; $y_6 = arcctg^9 \sqrt{\arcsin x^5}$.

2. $x = \ln(1 + t^2); y = t - arctgt;$ $\quad tg(y + x) = x^y$.

3. $y_1 = x\sqrt{1 + x^2}; y_2 = 5^{\sin 3x}$.

4. $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3; x_0 = -2$.

5. $y_1 = tg^2 x; y_2 = x/(x + \ln x)$.

6. $\sqrt{15.9}$; $\sin 63^\circ$.

7. $y_1 = (x - 1)/(x + 1)$, [0;4]; $y_2 = \sqrt[3]{x + 1} - \sqrt[3]{x - 1}$, [0;1].

8. В данный шар вписать цилиндр, имеющий наибольший объем.

Вариант 3.

1. $y_1 = 2^{\sin\sqrt{x}} + 3ctg(1/x)$; $y_2 = \sqrt{tg 7x} \cdot arctgx^8$; $y_3 = \dfrac{\arcsin^5(x^2 + 4x)}{\sqrt[3]{\sqrt{x} + 2\cos 5x}}$;

$y_4 = x^{\ln(2x+1)}$; $y_5 = \sqrt[7]{x^8 \cdot \ln^5 x \cdot \arccos^9 4x} \cdot (3x^8 - 5x)$; $y_6 = \cos^9(arctg\sqrt{\sin 5x})$

2. $x = 3\log_2 ctgt$; $y = 5^{tg(6t+5)}$; $\quad \sin(xy) = x + \ln y$.

3. $y_1 = \sqrt[3]{ctgx^2}; y_2 = 7^{\arcsin 5x}$.

4. $y = \ln x$; $x_0 = 1$.

5. $y_1 = \arccos(1/x)$; $y_2 = x\sin 5x$.

6. $4{,}8^3$; $\arcsin 0{,}52$.

7. $y_1 = \sqrt{(x + 1)(9 - x)}$, [0;7]; $y_2 = 4x/(x^2 + 1)$, [0;2].

8. Найти стороны прямоугольника наибольшего периметра, вписанного в полукруг радиуса R.

Вариант 4.

1. $y_1 = 7^{\sin 5x} + \sqrt[3]{2x^2 + 3x}$; $y_2 = \arcsin\sqrt{x}\sin(1/x)$; ; $y_3 = \dfrac{tg^3(x^2 + 2\sqrt{x})}{\ln(3x + \sin 7x)}$; $y_4 = (\ln x)^{\sqrt{2x+7}}$;

$y_5 = x^9 ctg^5 4x\sqrt{arcctg^3 9x} \cdot 3^{1/x}$; $y_6 = \sqrt[9]{tg(ctg^7(\ln 7x))}$.

2. $x = \arcsin t^2, y = 2t^2 + 3t$; $x + x^y = y + y^x$.

3. $y_1 = tg^3 7x; y_2 = \sqrt{x}/(1 + 3x)$.

4. $y = x^2 e^{-x}$; $x_0 = 0$.

5. $y_1 = 5^{\sqrt{2x-3}}$; $y_2 = \arcsin(2x^2 + 5x)$.

6. $\sqrt[3]{26}$; $ctg 47^\circ$.

7. $y_1 = (x^2 - 3x)/(x + 1)$, $[0;2]$; $y_2 = e^{2x} + e^{-2x}$, $[-2;1]$.

8. В шар радиуса R вписать конус наибольшего объема.

Вариант 5.

1. $y_1 = arctgx^7 + 3\sin^6 5x$; $y_2 = \cos\sqrt{2x + 3} \cdot tg(1/x^2)$; $y_3 = \dfrac{\ln^9(x^2 + \sqrt{ctg 6x})}{x^8 + \sqrt{\sin 6x + \sqrt{3x^2 + 4x}}}$; $y_4 = x^{1/\sqrt{x}}$;

$y_5 = x^{9/7} arcctg^8 7x\sqrt{ctg^7 6x} \cdot 73^{1/(2x+5)}$; $y_6 = 5^{\arccos(\sin(x\ln x))}$.

2. $x = \arcsin^2 t$; $y = 1/\sqrt{t^2 + 7t}$; $x \cdot x^y = y \cdot y^x$.

3. $y_1 = \cos^3(1/x)$; $y_2 = x^2\sqrt{3x^3 + 5x}$.

4. $y = \sqrt{4x - 3 - x^2}$; $x_0 = 3/2$.

5. $y_1 = x^2 tgx^3$; $y_2 = arcctg(4x^2 + 8x)$.

6. $\sqrt[5]{31{,}8}$; $tg 58^\circ$.

7. $y_1 = \sin x + \cos 2x$, $[0;\pi]$; $y_2 = \sqrt{100 - x^2}$, $[-6;8]$.

8. Найти наибольший объем конуса с образующей длины L.

Вариант 6.

1. $y_1 = \arccos^9(1/x) + 2^{tg 6x}$; $y_2 = \sqrt{\sin 7x} \cdot ctg^4 5x$; $y_3 = \dfrac{\arcsin(5x^2 + 9x)}{\sqrt{6x - \sqrt{x^2 + 9x}}}$; $y_4 = (1 + 3\sqrt{x})^{\sqrt{2+3x}}$;

$y_5 = \sqrt[7]{tg^8 4x \cdot \ln^3 7x \cdot \sqrt{\arcsin 13x}} \cdot ctg^6 12x$; $y_6 = \left(\cos 7x\right)^{x\cos 5x}$.

2. $x = tg(1/(t^2 + 5t)); y = e^{\sqrt{t}}$; $\sin xy = \arcsin(\sqrt{x} + \sqrt{y})$.

3. $y_1 = \sqrt{x}/(1 + \sqrt{1 + x^2}); y_2 = arcctg\sqrt{x}$.

4. $y = \sqrt{3x^2 + 2x}; x_0 = 2$.

5. $y_1 = arctg^3 x; y_2 = x\ln^2 x$.

6. $\lg 10{,}21$; $ctg 123^\circ$.

7. $y_1 = 2x + 3x^{2/3}$, [-1,5;8]; $y_2 = tgx + 2ctgx$, $[\pi/6;\pi/3]$.

8. Периметр осевого сечения цилиндра равен 6. Найти наибольший объем такого цилиндра при заданной длине L его образующей.

Вариант 7.

1. $y_1 = \ln^6 \ln x + \sqrt{\sin 5x}$; $y_2 = tg^2 x^2 ctgx^3$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[3]{\cos(x^2 + 6x)}}{\arccos 8x}$;

$y_4 = (tg\sqrt{x})^{ctg(1/x)}$; $y_5 = 3^{\arcsin 8x}\sqrt[7]{arctg^9 6x}\ln(x^3 + 3x)$; $y_6 = 1/\sin(\sin(x^2 ctg 13x))$.

2. $x = 5/(\sqrt{t} + 1), y = \sqrt[5]{arctg 4t}$; $3^{\sin(x+y)} = x^2 y^3$.

3. $y_1 = \sin(x^2 tgx)$; $y_2 = 5^{\arcsin 4x}$.

4. $y = (3x - 4)/(\sqrt[3]{x} + 4), x_0 = 1$.

5. $y_1 = x/(1 + tg 5x)$; $y_2 = \ln x \arcsin 9x$.

6. $arctg 0{,}98$; $\sin 153^\circ$.

7. $y_1 = 4\sin 2x - 2\sin 4x, [0;\pi]$; $y_2 = 1 - 3x^2 - x^3, [-1;1]$.

8. Найти прямоугольный треугольник с гипотенузой H, имеющей наибольшую площадь.

Вариант 8.

1. $y_1 = tg^7 \ln x + \sqrt{ctg 5x}$; $y_2 = \sin 8x \arcsin 6x$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[9]{arctg(2x^2 + 7x)}}{\arccos 4x}$;

$y_4 = (\cos(1/x))^{tg 6x}$; $y_5 = \sqrt[9]{3x^2 + 4} \cdot \ln^5 \ln 6x \cdot 5^{\sin 8x} \cdot ctg x^7$; $y_6 = \cos(\arcsin(x^6 tg 16x))$.

2. $x = 2/(t + tg 3t), y = 2^{\sqrt{2t+3}}$; $\sqrt[6]{x^4 + y^5} = e^{xy}$.

3. $y_1 = x^3 \arcsin 9x$; $y_2 = \cos(\sin 5x)$.

4. $y = xe^{-x}, x_0 = 0$.

5. $y_1 = 1/(x - ctg 8x)$; $y_2 = x^2 \sqrt{1 - x^3}$.

6. $arctg 1{,}058$; $\cos 147^\circ$.

7. $y_1 = (1 - x + x^2)/(1 + x - x^2), [0;1]$; $y_2 = \sin 2x - x, [-\pi/2; \pi/2]$.

8. Найти прямоугольник максимальной площади, вписанный в эллипс $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

Вариант 9.

1. $y_1 = \arcsin^2 3x - \sqrt{arctg 6x}$; $y_2 = \cos^6(1/x) tg x^8$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[4]{\lg(x + \sin 6x)}}{3x + e^{arctg 4x}}$;

$y_4 = x^{tg\sqrt{x}}$; $y_5 = x^{13} \cdot \sqrt[8]{tg^9 8x} \ln^7 \sin 3x \cdot 2^{\cos 2x}$; $y_6 = \arcsin^{16}(\sqrt{2x^9 + \cos^4 ctg \sqrt{x}}$.

2. $x = t/(t^2 + 1), y = t ctg(1/t)$; $5^{tg(x+y)} = 2x^2 + 5y^3$.

3. $y_1 = \sqrt{2x^3 + 3x}/(1 + 3\sqrt{x})$; $y_2 = x^2 \cdot 5^{\sin 7x}$.

4. $y = \sqrt[3]{ctg x}, x_0 = \pi/4$.

5. $y_1 = tg(ctg 3x)$; $y_2 = \sqrt{x} \ln^9 x$.

6. $e^{0{,}02}$; $\sin 183^\circ$.

7. $y_1 = x^2/(x + 5), [-4;1]$; $y_2 = \dfrac{2}{1 + \sqrt{2}\sin(x + \pi/4)}, [0; \pi/2]$.

8. Найти прямоугольник наибольшей площади, вписанный в круг радиуса R.

Вариант 10.

1. $y_1 = 3^{\arcsin 5x} + 2\ln^5 4x$; $y_2 = tg^3(1/\sqrt{x}) \cdot ctg x^2$; $y_3 = \dfrac{arctg\sqrt{2x^7 + 5x}}{2\sin 5x + \sqrt{2 + x^6}}$;

$y_4 = (\ln x)^{\lg(2x+1)}$; $y_5 = x^{17} \cdot \arccos^9 x^5 \cdot \cos(1/x^2) \cdot \sqrt{3x + 4}$; $y_6 = \sqrt[8]{ctg^7(x^9 \sqrt{3x + 4\sin 6x})}$.

2. $x = \sqrt{2 + t^4}/(3 + t^3), y = \sin^9 t^7$; $\arcsin(xy) = x^3 + y^3$.

3. $y_1 = \sqrt{x} \sin x^8$; $y_2 = (x^2 + x)/(1 + \sqrt{1 + 3x})$.

4. $y = (x^2 - 1)/x, x_0 = -2$.

5. $y_1 = 1/\sin\sqrt{x}$; $y_2 = 5^{tg 7x}$.

6. $(0{,}99)^4$; $\mathrm{tg} 44^\circ$.

7. $y_1 = 2 \cdot 3^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 3^x, [-1;1]$; $y_2 = 3x^2 - x^3, [-1;3]$.

8. Найти основание равнобедренного треугольника с боковой стороной, равной $\sqrt{2}$ имеющего наибольшую площадь.

Вариант 11.

1. $y_1 = \sqrt[5]{\cos 3x} + 11^{\sin 7x}$; $y_2 = ctg(1/x^2) arctg^5 8x$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[7]{tg(5x^2 - x)}}{\arcsin\cos 8x}$;

$y_4 = (\sqrt{x})^{tg\sqrt{x}}$; $y_5 = 17^{\sqrt{2x+5}} \cdot x^7 \cdot \sqrt[9]{arctg x^7} \cdot \ln(x + \ln x)$; $y_6 = \log_6 \arcsin^9(\sqrt{x}/(3x - 2))$.

2. $x = e^t \sin t^7, y = e^t \cos t^7$; $2^x + 3^y = x^2 + y^3$.

3. $y_1 = x^x$; $y_2 = \sqrt{x}/\cos 6x$.

4. $y = (2 + \sqrt{x})/(2 - \sqrt{x}), x_0 = 9$.

5. $y_1 = x \cdot ctg 8x)$; $y_2 = \ln x/(x + \ln x)$.

6. $\sqrt{(1{,}02)^3}$; $\sin 2^\circ$.

7. $y_1 = (10x + 10)/(x^2 + 2x + 2), [0;1]$; $y_2 = x - 2\ln x, [1; e]$.

8. Около правильной треугольной призмы объема V описан цилиндр. Найти наименьшую полную поверхность цилиндра.

Вариант 12.

1. $y_1 = \sqrt{\cos 7x} + 3^{\sin 5x}$; $y_2 = \ln^7 2x \cdot \sqrt[7]{tgx^9}$; $y_3 = \dfrac{arctg(tgx^2)}{4x + \sqrt{\ln \ln x}}$;

$y_4 = (x \ln x)^x$; $y_5 = \dfrac{x^7 \cdot \sqrt[5]{arcctg^6 4x}}{\cos(2x + 3\sqrt{x}) \cdot \sqrt{2x^3 + 5x}}$; $y_6 = arctg^{23}(\arcsin(3^{\sin 3x} \cdot ctg 4x))$.

2. $x = \sqrt[3]{1 - \sqrt{t}}, y = \sqrt{1 + \sqrt[3]{t}}$; $x^y + 2x = y^x + 2y$.

3. $y_1 = \log_2 \sqrt{1 + x^2}$; $y_2 = (\arcsin x) / \sqrt{1 + 3x}$.

4. $y = \cos^2 x, x_0 = \pi / 4$.

5. $y_1 = tg(1/\sqrt{x})$; $y_2 = (1 + \sin 5x) / \ln x$.

6. $arctg 1,028$; $\lg 1005$.

7. $y_1 = 2\sin x - \cos 2x, [\pi/4; 3\pi/4]$; $y_2 = x^3 - 3x^2 - 5, [1; 4]$.

8. Цилиндр вписан в шар. Под каким углом должны пересекаться диагонали осевого сечения цилиндра имеющего наибольшую полную поверхность.

Вариант 13.

1. $y_1 = \sin^4 6x - 1/\sqrt{arctg 9x}$; $y_2 = \sqrt[7]{\cos 4x} \cdot 3^{ctg(3x+5)}$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[9]{tg(\sin 6x)}}{2x^5 + e^{\sqrt{x}}}$;

$y_4 = (8x + 1)^{1/\sin 6x}$; $y_5 = (x^6 - 4)^7 \cdot \sqrt[4]{arctg^{12} 9x} \ln^8 \cos 12x \cdot 2^{arc\cos 2x}$; $y_6 = \ln^{14} \ln(1 + \sin 6x / \arcsin 3x)$.

2. $x = \sin t / (t^2 + tgt), y = \arccos(1/(t+2))$; $e^{x/y} = 5x^2 + 8y^3$.

3. $y_1 = \sqrt{1 - x^2} \arcsin x$; $y_2 = 5^{\sqrt{\sin 3x}}$.

4. $y = 2x / (1 + x^2), x_0 = \sqrt{2}$.

5. $y_1 = ctg(tg 7x)$; $y_2 = \sqrt{x} / \ln x$.

6. $\sqrt[4]{82}$; $\mathrm{ctg} 59^\circ$.

7. $y_1 = 2x^3 - 3x^2 - 36x - 8, [-3; 6]$; $y_2 = x \ln(x/5), [1; 5]$.

8. В равнобедренной трапеции меньшее основание и боковые стороны равны L. Найти длину большего основания, при которой площадь трапеции будет наибольшей.

Вариант 14.

1. $y_1 = \sqrt[9]{ctgx^6} - 1/\sqrt{tg 9x}$; $y_2 = \sin x^5 \cos x^7$; $y_3 = \dfrac{\arcsin(2x^3 + 4x)}{x^9 + e^{\sqrt{arctgx}}}$;

$y_4 = x^{1/\ln \ln x}$; $y_5 = \sqrt[13]{\dfrac{x^6 \cos \ln x \cdot tg^7 4x}{\sqrt{1 + 3x^{14}} \cdot 6^{\sin 8x}}}$; $y_6 = arcctg^{46}[x^7 / (2\arcsin 3x + x^5)]$

2. $x = \ln \sin(t/2), y = 2^{\sqrt{3t + 2tg 5t}}$; $xy = \sin \dfrac{x+y}{x-y}$.

3. $y_1 = \sqrt{1 - x^2} \sin 4x$; $y_2 = 5^{\sqrt{x}} / x$.

4. $y = \sin^3 3x, x_0 = \pi / 12$.

5. $y_1 = tg(ctg 6x)$; $y_2 = \sqrt{2x + 1} / \ln x$.

6. $(1,02)^4$; $\cos 3^\circ$.

7. $y_1 = x^3 - 6x^2 + 9, [-1; 2]$; $y_2 = 2\sin x + \sin 2x, [0; 3\pi/2]$.

8. Вычислить наибольшую площадь трапеции, вписанной в полукруг радиуса R так, что нижним основанием трапеции служит диаметр полукруга.

Вариант 15.

1. $y_1 = \cos^4 4x + 1/\sqrt{tg 6x}$; $y_2 = \sqrt[7]{\sin^5 4x} \cdot 3^{ctg(4x+2)}$; $y_3 = \dfrac{2x^{12/5} + x^4}{\sqrt{\arcsin^3 6x}}$;

$y_4 = x^{1/\sqrt{\sin x}}$; $y_5 = x^6 \cdot \sqrt[4]{ctg^{17} 6x} \ln^6 \sin 32x \cdot 3^{arc\cos 7x}$; $y_6 = 1/\cos(\sin(x\sqrt{1-x^2}))$.

2. $x = tg(1/t^6), y = arctg\sqrt{1+2t^{15}}$; $e^{x/y} = \sin^3 xy$. **3.** $y_1 = \arcsin\sin 7x$; $y_2 = \ln\ln\cos x$.

4. $y = x\ln(x+e), x_0 = 0$. **5.** $y_1 = x\arccos 6x$; $y_2 = x^2/(1+\ln x)$.

6. $(0,98)^5$; $\sqrt[6]{65}$. **7.** $y_1 = x^3 - 6x^2 - 9x - 5, [0;5]$; $y_2 = x^2 + \cos^2 x, [0;\pi/2]$.

8. Найти наибольший объем правильной треугольной пирамиды, боковое ребро которой равно 12.

Вариант 16.

1. $y_1 = tg^{15}\sqrt{x} + \sqrt{\sin 14x}$; $y_2 = ctg(1/\sqrt{x}) \cdot \lg^4(4x+2)$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[9]{\sin(x^2+\sqrt{x})}}{\sqrt[3]{\cos\sqrt{x^2+4x}}}$; $y_4 = x^{asrc\sin(1/x)}$;

$y_5 = \sqrt[17]{\dfrac{x^6 \cdot \cos^8 3x}{\ln\lg x \cdot \sin^{19} 9x}}$; $y_6 = arcctg^{189}(tg(1/x^3 \sin 5x))$.

2. $x = \sin 5t/\cos 6t, y = ctg(1/(1+9t))$; $x^9 \cos y = tgx + y^{17}$. **3.** $y_1 = \cos(\cos x^7)$; $y_2 = 6x/(1+\sin 8x)$.

4. $y = xe^{x-1}, x_0 = 1$. **5.** $y_1 = tg(1/(1+\sqrt{x}))$; $y_2 = \sqrt{x}/(\sin 4x + \cos 7x)$.

6. $(0,99)^8$; $\mathrm{ctg}89^\circ$. **7.** $y_1 = tgx + ctg2x, [\pi/6;\pi/3]$; $y_2 = \dfrac{x^2}{x+5}, [-4;1]$.

8. На кривой $y = \sqrt{x}$ найти точку, ближайшую к точке M(3;6).

Вариант 17.

1. $y_1 = ctg^4 \ln x + \sqrt{tg8x}$; $y_2 = \cos 8x \cdot arctg6x$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[5]{ctg(2x^7+9x)}}{\arcsin\sqrt{2x^2+3x}}$;

$y_4 = (\ln x)^{\sqrt{\sin 7x}}$; $y_5 = \dfrac{x^7 \cos^8 5x}{\sin 7x \cdot \sqrt{2x+\sqrt{x}}}$; $y_6 = tg^{12}(\sqrt{2x+1} \cdot \ln 5x)$

2. $x = \cos\ln\sin t$, $y = t/(1+t^7)$; $\mathrm{tg}(x+y) = e^{xy}$. **3.** $y_1 = x^3 tg\sqrt{x}$; $y_2 = x^7/\lg x$.

4. $y = \sin x/(1-\cos x), x_0 = \pi/2$. **5.** $y_1 = \ln x/\ln\ln x$; $y_2 = x^6\sqrt{1-x^8}$.

6. $(4,96)^3$; $\mathrm{tg}3^\circ$. **7.** $y_1 = \mathrm{tg}x + \mathrm{ctg}2x, [\pi/6;\pi/3]$; $y_2 = 2/(x+1) + x/2, [0;2,5]$.

8. Найти наименьшее расстояние от точки M(2;0) до точек графика функции $y = \sqrt{2}/\sqrt{27(x-2)}$.

Вариант 18.

1. $y_1 = \sin^5 x^{11} + 3\sqrt[14]{\ln 5x}$; $y_2 = tg^8 5x \cdot \arcsin^2\sqrt{x}$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[8]{\mathrm{tg}(x+\cos 4x)}}{3x^6 + e^{\mathrm{arctg}8x}}$;

$y_4 = x^{ctg(1/\sqrt{x})}$; $y_5 = x^{19} \cdot \sqrt[7]{\mathrm{ctg}^7 9x} \ln^8 \cos 9x \cdot 2^{\sin 12x}$; $y_6 = \sqrt[17]{\mathrm{tg}^{15}(x^{14} \cdot \mathrm{ctg}(1/x))}$.

2. $x = \mathrm{ctg}t \cdot \sqrt{4t^6+1}; y = \mathrm{tg}(1/t)$; $\sin(x^6+y) = \mathrm{tg}(2x+5y)$. **3.** $y_1 = \ln(3x+4\sin 5x)$; $y_2 = \sqrt{2x+1}/(1+\sqrt{3x+1})$.

4. $y = ctg(\pi/3,-x), x_0 = \pi/6$. **5.** $y_1 = 2^{\sqrt{2\sin 3x+4x}}$; $y_2 = \sqrt[7]{3x+\cos 5x}$.

6. $\cos(13\pi/36)$; $1/\sqrt{0,94}$. **7.** $y_1 = 0,5\cos 2x + \cos x, [0;\pi/2]$; $y_2 = e^{-x}(x^2+x-5), [-4;4]$.

8. Найти кратчайшее расстояние от точки A(0;2) до кривой $y = \sqrt{x^2+4x+18} + 2$.

Вариант 19.

1 $y_1 = ctg^7\left(\ln 3x\right)$; $y_2 = \arcsin 9x \cdot tg7x$; $y_3 = \dfrac{\text{arctg}5x}{\sqrt[10]{\ln 5x}}$; $y_4 = \left(\sin\dfrac{2}{x}\right)^{tg13x}$

$y_5 = \sqrt[7]{5x^2+3x} \cdot 2^{\cos 7x} \cdot \sqrt{\ln x}$; $y_6 = \text{tg}^7\left(\text{arctg}\left(x^2+3x\right)\right)$.

2. $x = \dfrac{3}{t+\sqrt{t}}$, $y = 3^{\sqrt{2t+1}}$; $\sqrt[7]{x+y} = \sin\left(xy\right)$.

3. $y_1 = x^3 tg7x$; $y_2 = \sin\left(\cos 7x\right)$.

4. $y = \sqrt{x} \cdot e^{-x}$, $x_0 = 1$.

5. $y_1 = \dfrac{1}{2x - \text{tg}7x}$; $y_2 = x^3\sqrt{1-x^2}$.

6. $\text{arctg}0,96$; $\cos 153^\circ$.

7. $y_1 = \dfrac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$, $\left[0;1\right]$; $y_2 = \sin 2x - x$, $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$.

8. Найти минимальное расстояние от точки $M\left(0;2\right)$ до точек графика функции $y = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2\left(x-2\right)}}$.

Вариант 20.

1. $y_1 = 2^{\sqrt{\sin 5x}} + 8\ln^7 9x$; $y_2 = \text{arctg}(1/\sqrt[7]{x}) \cdot \text{tg}^8 x^6$; $y_3 = \dfrac{\arcsin^4(\sqrt{x}\ln x)}{\sqrt{2+x^8}}$;

$y_4 = (\ln x)^{\ln\ln x}$; $y_5 = \dfrac{x^{78}\sin^6 7x \cdot \ln^3 4x}{\sqrt{\text{tg}^{13} 5x}}$; $y_6 = 1/\sin^{67}[\sqrt{3x+4}/(x^8\cos x^9)]$

2. $x = 3t/(2t+\sin 4t), y = 7^{7\sin t}$; $\arcsin^9(x+y) = x^3+y^3$. **3.** $y_1 = 1/(4x+\sqrt{\cos 5x})$; $y_2 = (x^5+7x)/(1+\sqrt{1+9x})$.

4. $y = 2^{-x} - 2^{-2x}, x_0 = 2$.

5. $y_1 = \cos\ln^2 x$; $y_2 = \sqrt{1+x^2}/(1+\sqrt{x})$.

6. $1/(0,98)^7$; $\cos 88^\circ$.

7. $y_1 = 2x^3 - 1,5x^2 + 2, [0;3]$; $y_2 = x^2\sqrt{3-x}, [1;3]$.

8. На графике функции $y = 1/2\sqrt{x}$ найти точку, ближайшую к началу координат.

Вариант 21.

1. $y_1 = ctg^6\sqrt{2x} - \sqrt{\arcsin 7x}$; $y_2 = \text{tg}(1/\sqrt[9]{x}) \cdot \lg^8(7x^7+5)$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[5]{\cos(3x^4+7\sqrt{x})}}{\sqrt[6]{\sin\sqrt{4x^8+6x}}}$; $y_4 = (\arcsin 6x)^{1/\cos 5x}$;

$y_5 = \sqrt[7]{\dfrac{x^8 \cdot \sin^9 6x}{\lg\ln x \cdot \cos^{39} 8x}}$; $y_6 = \text{arctg}^{18}(\text{ctg}(1/x^3) \cdot 7^{\cos 13x})$.

2. $x = \cos 6t/\sin 5t, y = \text{tg}(1/(1-7t))$; $x^5 \sin y = \text{ctg}x + y^7$.

3. $y_1 = \sqrt{x} \cdot 5^{\arcsin 4x}$; $y_2 = \text{tg}\ln(2+3x^6)$.

4. $y = 4\text{ctg}x - \cos x/\sin^2 x, x_0 = \pi/2$.

5. $y_1 = \sqrt{x}/(1+\ln x)$; $y_2 = x^4 \sin 5x$.

6. $1/\sqrt{3,99}$; $\sin 155^\circ$.

7. $y_1 = 2x^3 + 9x^2 - 24x + 1, [-2;1]$; $y_2 = (x-1)\sqrt{x+2}, [-2;0]$.

8. Представить число 48 в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы сумма куба одного из них и квадрата другого была наименьшей.

Вариант 22.

1. $y_1 = tg\dfrac{1}{\cos 5x} + 3^{\sin 7x}$; $y_2 = ctg^7 x^6 \cdot \sqrt[4]{\ln 5x}$; $y_3 = \dfrac{\sqrt{\text{arctg}(2+x^5)}}{\arcsin\sqrt{4x^4+5x}}$;

$y_4=(\ln x)^{1/\sqrt{\cos x}}$; $y_5=\dfrac{\mathrm{tg}x^5\cdot\sin^7 6x}{\cos 7x\cdot\sqrt{4x+\sqrt[3]{x}}}$; $y_6=\mathrm{tg}^2(\sqrt{3x+1}/\ln 9x)$

2. $x=\sin\ln\cos t, y=\sin^2\sqrt{t}$; $\mathrm{tg}(x+y)=x^y$.

3. $y_1=x^2 ctg\sqrt{x}$; $y_2=\sqrt{\arccos\sqrt{x}}$.

4. $y=\sqrt[3]{x-1}, x_0=1$.

5. $y_1=1/(1+\mathrm{tg}\sqrt{x})$; $y_2=x\ln\cos x$.

6. $(4{,}95)^4$; $\mathrm{tg}5^\circ$.

7. $y_1=1-\cos 4x+\cos 2x,[0;\pi/2]$; $y_2=x^3+3x^2-2,[-2;2]$.

8. Число 8 разбить на два слагаемых так, чтобы сумма их кубов была наименьшей.

Вариант 23.

1. $y_1=5^{\sqrt{x}}+\sin^3 x^4$; $y_2=\arcsin(1/x)\sqrt[3]{tg5x}$; $y_3=\dfrac{\sqrt[9]{\mathrm{tg}(x+\sin^6 x)}}{4x^5+3^{\mathrm{arcctg}9x}}$;

$y_4=(\mathrm{ctg}x)^{\mathrm{ctg}\sqrt{x}}$; $y_5=x^{49}\cdot\sqrt[6]{\mathrm{tg}^8 5x}\ln^4\sin 2x\cdot 2^{\arcsin 42x}$; $y_6=\sqrt[16]{\mathrm{arcctg}^{15}(\cos x^4\cdot\mathrm{tg}(1/x))}$.

2. $x=\mathrm{tg}t\cdot\sqrt{8t^3+1}; y=e^{1/t}$; $x^6+y^6=e^{y/x}$.

3. $y_1=\cos\mathrm{arcctg}2x$; $y_2=\sin\sqrt[3]{x+x^2}$.

4. $y=(x^3+2x^2)/(x-1)^2, x_0=-2$.

5. $y_1=2^{\sqrt{\sin 4x+x}}$; $y_2=\sqrt{x}\ln\ln x$.

6. $\sin(13\pi/36)$; $1/\sqrt{1{,}04}$.

7. $y_1=\sin 2x-x,[-\pi/2;\pi/2]$; $y_2=x^5-5x^4+5x^3+1,[-1;2]$.

8. Число 20 разложить на два положительных слагаемых так, чтобы сумма куба одного из них и квадрата другого была наименьшей.

Вариант 24.

1. $y_1=8^{\sqrt{5x}}+\ln^5 9x$; $y_2=\mathrm{ctg}(1/\sqrt[8]{x})\cdot\mathrm{tg}^6 x^4$; $y_3=\dfrac{\arcsin^5(\sqrt{x+\ln x})}{\sqrt{2+\mathrm{arctg}x^8}}$;

$y_4=(\ln\ln x)^{1/\ln x}$; $y_5=\dfrac{x^{58}\cos^7 6x\cdot\lg^6 7x}{\sqrt{ctg^{17}6x}}$; $y_6=1/\cos^{57}[\sqrt{5x+6}/(x^4\sin x^{10})]$

2. $x=3t/(t+\cos 5t), y=7^{4acr\sin t}$; $\sin^9(x+y)=x^9+y^9$.

3. $y_1=x^5\sqrt{\cos 5x})$; $y_2=\lg(3x+\sqrt{1+x^2})$.

4. $y=\mathrm{arctg}x, x_0=1$.

5. $y_1=\sin\ln^2 x$; $y_2=(1+\sqrt{x})/\sqrt{1+x^2}$.

6. $1/(2{,}98)^5$; $\mathrm{arctg}0{,}97$.

7. $y_1=x^4-2x^2+5,[-2;2]$; $y_2=x/2+\sin^2 x,[-\pi/2;\pi/2]$.

8. Сумма квадратов двух положительных чисел равно 300. Подобрать эти числа так, чтобы произведение одного на квадрат другого было наибольшим.

Вариант 25.

1. $y_1=\sqrt[8]{\sin 9x}+17^{\cos 5x}$; $y_2=tg(1/x^5)arcctg^{15}5x$; $y_3=\dfrac{\sqrt[6]{ctg(x^2-x)}}{\arccos\sin 7x}$;

$y_4=(\cos\sqrt{x})^x$; $y_5=7^{\sqrt{6x+7}}\cdot x^7\cdot\sqrt[7]{\arcsin x}\cdot\ln^9(x+\sqrt[8]{x})$; $y_6=\log_7\mathrm{arctg}^5(\sqrt{x}/(3\sin x-1))$.

2. $x=e^t\arcsin t^7, y=e^t\mathrm{arctg}t^7$; $7^x+2^y=x^6+y^5$.

3. $y_1=x^{\ln(1+4x)}$; $y_2=\sqrt{x}/\sin\cos x$.

4. $y=2\sqrt{x}/(2+\sqrt{x}), x_0=25$.

5. $y_1=x\cdot\mathrm{tg}9x$; $y_2=\arcsin\ln x/(x+\ln x)$.

6. $1/\sqrt[3]{26{,}7}$; $\sin 94^\circ$.

7. $y_1=\ln 2x-x^2+x,[0{,}5;2]$; $y_2=2x-\mathrm{tg}x,[0;\pi/3]$.

8. Найти число, утроенный квадрат которого превышает его куб на максимальное значение.

Вариант 26.

1. $y_1=\sqrt{\sin 7x}+3^{\cos 4x}$; $y_2=\lg^6 5x\cdot\sqrt[9]{\mathrm{ctg}x^3}$; $y_3=\dfrac{\mathrm{tg}(\mathrm{arctg}x^4)}{7x+\sqrt{\ln\cos x}}$;

$y_4=(x+\ln x)^x$; $y_5=\dfrac{\sin^{13}x\cdot\sqrt[15]{ctg^6 4x}}{\lg(5x+\sqrt{x})\cdot\sqrt{6x^7+4x}}$; $y_6=\mathrm{arcctg}^{33}(\arccos(3^{\mathrm{tg}3x}\cdot\mathrm{ctg}x^9))$.

2. $x=\sqrt[5]{1-\sqrt{t}}, y=\sqrt{1+\sqrt[5]{t}}$; $x^y+y^x=(x+y)^{xy}$.

3. $y_1=\log_3\sqrt{1+x^3}$; $y_2=(\arccos x)/(1+\arccos 3x)$.

4. $y=(x^3+1)/x, x_0=-1$.

5. $y_1=ctg(1/x^9)$; $y_2=(1+\ln\sin 5x)/x$.

6. $\sqrt[4]{629}$; $\lg 99$.

7. $y_1=e^{-2x}\cos 2x,[0;3\pi/4]$; $y_2=(2x+1)/(x-1,[-1;1]$.

8. Число 180 разбить на три слагаемых так, чтобы два из них относились как 1:2, а произведение всех трех слагаемых было наибольшим.

Вариант 27.

1. $y_1=\cos^4 6x-1/\sqrt{\mathrm{arcctg}x}$; $y_2=\sqrt[8]{\sin 7x}\cdot 2^{tg5x}$; $y_3=\dfrac{\sqrt[8]{\mathrm{ctg}(\cos 4x)}}{2x^{13}+e^{\sin\sqrt{x}}}$;

$y_4=(8x)^{1/\cos 2x}$; $y_5=(x^4-x)^6\cdot\sqrt[7]{\arcsin^2 x}\ln^6\sin 16x\cdot 2^{\cos 2x}$; $y_6=\sin^{15}\lg(1+\arcsin 2x/\sin 3x)$.

2. $x=\mathrm{tg}t/(t^2+\mathrm{ctg}t), y=\arcsin t^7$; $e^{x/y}+e^{y/x}=x^2+y^2$.

3. $y_1=\sqrt{1+x^2}\arccos x$; $y_2=5^{\sqrt{\cos 9x}}$.

4. $y=\mathrm{ctg}^2 x, x_0=\pi/4$.

5. $y_1=\mathrm{tg}(\sin 3x)$; $y_2=\ln^2(1+\sqrt{x})$.

6. $\sqrt[4]{84}$; $\mathrm{ctg}28^\circ$.

7. $y_1=(3^{x+2}+2\cdot 3^{-x-1})/\ln 3,[-1;1]$; $y_2=5\sin x+0,5\sin 2x-2x,[-\pi/2;0]$.

8. Найти положительное число, которое при сложении с ему обратным дает наименьшую сумму.

Вариант 28.

1. $y_1=\sqrt[7]{\mathrm{tg}x^9}-1/\sqrt{\mathrm{ctg}5x}$; $y_2=\sin x^4\cos x^8$; $y_3=\dfrac{\arcsin(6x^7-7x)}{5x^{15}+e^{\sqrt{\mathrm{arcctg}x}}}$;

$y_4=(\ln\ln x)^x$; $y_5=\sqrt[17]{\dfrac{x^5\sin\ln x\cdot\mathrm{ctg}^3 9x}{\sqrt{1-3x^{17}}\cdot 5^{\cos 8x}}}$; $y_6=\arcsin^{56}[x^8/(4\mathrm{arctg}7x+4x^9)]$

2. $x=\sin\ln(t/2), y=3^{\sqrt{5t+ctg9t}}$; $x+y=\cos\dfrac{2x+y}{x-2y}$.

3. $y_1=\sqrt{1-x^4}\,\mathrm{tg}4x$; $y_2=x/(1+5^{\sqrt{x}})$.

4. $y=(x^2-2x+2)/x^2, x_0=2$.

5. $y_1=\mathrm{ctg}(\mathrm{tg}5x)$; $y_2=\sqrt{4x+1}/\ln(1+5x)$.

6. $\lg 998$; $\mathrm{tg}153^\circ$.

7. $y_1=x^5-5x^4+5x^3+1,[-1;2]$; $y_2=\mathrm{arcctg}[(1/x)/(1+x)],[0;1]$.

8. Даны точки A(2;0) и B(4;3). На оси ординат найти точку N такую, чтобы сумма длин отрезков AN и BN была наименьшей.

Вариант 29.

1. $y_1=2^{\sin 4x}+1/\sqrt{ctg7x}$; $y_2=\sqrt[5]{\cos^4 8x}\cdot tg\sqrt{x}$; $y_3=\dfrac{4x^{13/7}+x^6}{\sqrt{\arcsin^8 7x}}$;

$y_4=(\sin\sqrt{x})^{1/\sin x}$; $y_5=x^8\cdot\sqrt[6]{\mathrm{tg}^{19}9x}\ln^9\cos 3x\cdot 5^{\arcsin 5x}$; $y_6=1/\sin(\mathrm{tg}(x+\sqrt{1-x^2}))$.

2. $x=\mathrm{arctg}(1/t^7), y=\mathrm{ctg}\sqrt{1+8t^{18}}$; $e^{x/y}=\sin^3 xy+\sqrt{xy}$.

3. $y_1=\arccos\cos 8x$; $y_2=\cos\ln\sin x$.

4. $y=\cos^2 x, x_0=\pi/4$.

5. $y_1=x/\arccos^4 7x$; $y_2=x^3(1+\ln 5x)$.

6. $(0{,}99)^6$; $\sqrt[6]{66}$. **7.** $y_1 = x^4 - 8x^2 - 9, [0;3]$; $y_2 = (5+\sin x)\cos x + 3x, [0;\pi/2]$.

8. Представить число 20 в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы сумма куба одного из них и квадрата
другого была наименьшей.

Вариант 30.

1. $y_1 = \sqrt[7]{\cos 8x} - 7^{\sin 6x}$; $y_2 = \mathrm{ctg}(1/x^6)\mathrm{arctg}^{19} 6x$; $y_3 = \dfrac{\sqrt[5]{tg(x^5-6x)}}{\arcsin tg \sin 7x}$;

$y_4 = (\sin\sqrt[6]{x})^x$; $y_5 = 5^{\sqrt{4x+2}} \cdot x^9 \cdot \sqrt[7]{\arccos x} \cdot \lg^4(4x + \sqrt[7]{x})$; $y_6 = \arcsin^8(\sqrt[9]{x^7}/(3\cos 9x - 1))$.

2. $x = \arcsin e^t, y = e^t \mathrm{ctg} t^6$; $7^y + 2^x = \sin\sqrt{xy}$. **3.** $y_1 = x^{1/\ln(1+8x)}$; $y_2 = \cos^3 \sin x^4$.

4. $y = \sin x + \cos x, x_0 = \pi/4$. **5.** $y_1 = \sqrt{x}\cdot \mathrm{ctg}6x$; $y_2 = \arccos x/(x + e^{\sin 9x})$.

6. $e^{0{,}02}$; $\mathrm{ctg}88^\circ$. **7.** $y_1 = x^5 - x^3 + x + 2, [-1;1]$; $y_2 = \sin x + \cos 2x, [0;\pi]$.

8. Из всех правильных треугольных призм объема V, найти призму с наименьшей суммой длин всех ее ребер. Найти длину стороны основания этой призмы.

2. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ПРАВИЛО ЛОПИТАЛЯ» (приложение 2).

Вариант 1.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^3}$ 2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\mathrm{tg}x}{\mathrm{tg}5x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 1}\ln x\ln(x-1)$ 4. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\left(\dfrac{x}{\mathrm{ctg}x} - \dfrac{\pi}{2\cos x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\sin x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{ctg}x)^{1/\ln x}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{\cos(\pi x/2)}$

Вариант 2.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-x}{1-\sin(\pi x/2)}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(\sin 6x)}{\ln\sin x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin 3x\cdot\mathrm{ctg}7x$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1} - \dfrac{1}{\ln x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 3x)^{\sin 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{ctg}x)^{\sin x}$ 7. $\lim\limits_{x\to\pi/2}(\cos x)^{1/(x-\pi/2)}$

Вариант 3.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{10}-2x+1}{x^{20}-4x+3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x}}{\sin 2x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0} x\ln\mathrm{ctg}x$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\mathrm{ctg}x - 1/x^2\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\mathrm{tg}6x}$ 6. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+2^x)^{1/x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}[\ln(1-x)]^{\ln x}$

Вариант 4.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{\sqrt{2+x}+x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ 3. $\lim\limits_{x\to\infty} x(3^{1/x}-1)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0} x^{1/\ln(e^x-1)}$ 5. $\lim\limits_{x\to 0+}[\ln(ctgx)]^{tg3x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(tg4x)^{\arcsin 3x}$

7. $\lim\limits_{x\to 1}(1/\ln x - x/\ln x)$

Вариант 5.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(2+3^x)}{\sqrt{3+2x^2}}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-\cos 3x}{e^{4x}-\cos 4x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 3}(9-x^2)\mathrm{tg}(\pi x/6)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{\sin^2 3x}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos 5x)^x$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}[\ln(1/x)]^x$ 7. $\lim\limits_{x\to 0} x^{1/\sin 6x}$

Вариант 6.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\operatorname{ctg}x-1}{x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\sqrt[3]{\operatorname{tg}x}-1}{2\sin^2 x-1}$ 3. $\lim\limits_{x\to+\infty}x^2e^{-0.01x}$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{3^x-1}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 1-}(1-x)^{\ln x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 7x)^{1/\sin 3x}$ 7. $\lim\limits_{x\to\pi/2}(\operatorname{tg}x)^{2x-\pi}$

Вариант 7.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{tgx}-e^x}{tgx-x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^x-2^x}{3^x-5^x}$ 3. $\lim\limits_{x\to\infty}(\pi-2\operatorname{arctg}x)\ln x$

4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{tg}5x)^x$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(\operatorname{ctg}2x)^{1/\ln x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)^{1/(x^2-1)}$

Вариант 8.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{x^3+5x^2-6x-16}$ 2. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\cos 3x}{\cos x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\operatorname{ctg}x\ln(x+e^x)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0+}(2x^2)^{1/(1-\cos x)}$ 5. $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x)^{1/\sqrt{x}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin x)^{tgx}$ 7. $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{1}{2(1-\sqrt{x})}-\dfrac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})}\right]$

Вариант 9.

1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^8+x^3+2x+2}{x^6-1}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{x-8}+2}{\cos 3x+\cos 4x-2}$ 3. $\lim\limits_{x\to 1}\arcsin(x-1)\operatorname{tg}(\pi x/2)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\arcsin x}-\dfrac{1}{x}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{tg}3x)^{\sqrt{x}}$ 6. $\lim\limits_{x\to 1-}(\sin\pi x)^{\operatorname{tg}(\pi x/2)}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(5^x+x)^{1/x}$

Вариант 10.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^8+x^6-2}{x^{10}-1}$ 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\pi-2\operatorname{arctg}x}{e^{3/x}-1}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}x^2e^{1/x^2}$ 4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x-\sqrt{x})$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(x+x^2)^x$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(\ln\operatorname{ctg}x)^{\operatorname{tg}3x}$

7. $\lim\limits_{x\to\pi-}(\sin x)^{1/(\pi-x)}$

Вариант 11.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(e^{x-1}-1)}{\ln x}$ 1. $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{\ln x}{1+2\ln\sin x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0+}\operatorname{tg}x\ln x$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\sin^2 x}-\dfrac{1}{1-\cos x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\pi/2-\operatorname{arctg}x)^{1/x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos x)^{\operatorname{ctg}x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0+}[\ln(1/x)]^x$

Вариант 12.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 3x}{\ln\cos 4x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{3^x-x^3}{x-3}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[5]{x}\operatorname{ctg}6x$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{5}{1-x^5}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 1-0}(1-x)^{\sin\pi x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{tg}5x)^{1/x^2}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}(1/4x)^{\sqrt{x}}$

Вариант 13.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\sin 3x}{\ln\sin 5x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1+0}\dfrac{\operatorname{arctg}(x-1)}{\sqrt{x^2+x-2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\operatorname{arctg}3x\operatorname{ctg}4x$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{7}{1-x^7}-\dfrac{2}{1-x^2}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to+0}(\sqrt{x})^{\sin 4x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{tg}7x)^{1/\sin x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(1/\ln 4x)^x$

Вариант 14.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\arcsin x}{\ln\arcsin 4x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{5x^3-x}-2x}{\sqrt[5]{x^2}-1}$ 3. $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\dfrac{2}{\pi}\operatorname{arctg}x\right)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{11^x-1}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt[3]{x})^{\sin 7x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0+}(\arcsin x)^{ctgx}$ 7. $\lim\limits_{x\to\infty}(2x^2+2^x)^{1/x}$

Вариант 15.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\operatorname{arctg}9x}{\ln\operatorname{arctg}4x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^x-1}{\ln x}$ 3. $\lim\limits_{x\to\infty}x(3^{1/x}-1)$ 4. $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x-\sqrt[3]{x})$ 5. $\lim\limits_{x\to +0}(\operatorname{tg}x)^{7x}$ 6. $\lim\limits_{x\to\pi/2-0}(\cos x)^{\operatorname{tg}x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0+}(-\ln x)^{2x}$

Вариант 16.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-3x^2+7x-5}{x^4-5x+4}$ 2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-3^x}{x^3-27}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0+}(2^x-1)\ln x$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\arcsin x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x})^{\sin 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin x)^{1/2x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(1/x)^{\operatorname{arctg}2x}$

Вариант 17.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^{20}-2x+1}{x^{30}-2x+1}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln((2\arccos x)/\pi)}{\ln(1+x)}$ 3. $\lim\limits_{x\to +0}\sqrt[3]{x}\ln^4(1/x)$ 4. $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[5]{x^2}-\ln x)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(x^2+3x)^{\sin 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to +0}(x)^{1/\sin 7x}$ 7. $\lim\limits_{x\to +\infty}(\ln x)^{\frac{1}{6x}}$

Вариант 18.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-4x^2+5x-2}{x^3-5x^2+3x+1}$ 2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\cos x\ln(x-3)}{\ln(e^x-e^3)}$ 3. $\lim\limits_{x\to\infty}(x-\ln^3 x)$ 4. $\lim\limits_{x\to 2}(x-2)\operatorname{ctg}(\pi(x-2))$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(x^2+3x)^{\sin 4x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 5x)^{1/\arcsin x}$ 7. $\lim\limits_{x\to +\infty}(x+11^x)^{1/x}$

Вариант 19.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin 3\pi x}{\sin 2\pi x}$ 2. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln(1+x^2)}{\ln(\pi/2-\operatorname{arctg}x)}$ 3. $\lim\limits_{x\to +\infty}x^3e^{-3x}$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{5^x-1}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0+}(x^2+7x)^{2x^2+x}$

6. $\lim\limits_{x\to +\infty}(x+7^x)^{1/x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(3\sqrt{x}+2x)^{1/\ln x}$

Вариант 20.

1. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\operatorname{tg}x-1}{\sin 4x}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3}{5^x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 3}\arcsin(x-3)\operatorname{ctg}(x-3)$ 4. $\lim\limits_{x\to +\infty}(x^{4/3}-\ln x^2)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin x)^{\operatorname{tg}5x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(1-x)^{\ln 3x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{ctg}3x)^{\sin 5x}$

Вариант 21.

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+x-10}{x^3-3x-2}$ 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{ctg}(\pi x/2)}{\ln(x-2)}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}x\ln(\operatorname{ctg}5x)$ 4. $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln 5x-x^2)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}x^{3/(1+\ln x)}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}(\operatorname{ctg}5x)^{\sin 2x}$

7. $\lim\limits_{x\to +\infty}(1/x^2)^{\sqrt{x}}$

Вариант 22.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{ch}x-\cos x}{x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{\sqrt{3+2x}+x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[3]{x}\ln^2 x$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{7^x-1}-\dfrac{1}{x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(2x+5x^2)^{x^2}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(1/\sqrt[3]{x})^{\sin 7x}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin 8x)^{6x}$

Вариант 23.

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^5-3x^2+7x-5}{x^4-5x+4}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)-x}{\mathrm{tg}^2 x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{ctg}2x\ln(2x+3^{5x})$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}(1/\sin 5x-1/2x)$ 5. $\lim\limits_{x\to\pi/4+0}(\mathrm{tg}2x)^{\pi/4-x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{arctg}3x)^{5x}$ 7. $\lim\limits_{x\to\pi/2-0}(\cos x)^{\mathrm{tg}x}$

Вариант 24.

1. $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\pi/2-\arcsin(2x/\pi)}{\cos x}$ 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln^2 x+x}{x^2+1}$ 3. $\lim\limits_{x\to 7}(49-x^2)tg(\pi x/14)$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln(7x-6)}-\dfrac{2x}{\ln(3x-2)}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 0+}(\mathrm{ctg}x)^{1/\ln 2x}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0+}(\sin 5x)^{\sin 9x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt[4]{x})^{\mathrm{ctg}3x}$

Вариант 25.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{\cos x}-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-7^x}{x\sqrt{1-x^2}}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\ln 3x\ln(2x+1)$ 4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x-\sqrt[4]{x^3})$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(1-\cos 3x)^{\arcsin x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x})^{1/(x+2x^2)}$ 7 . $\lim\limits_{x\to 0+}(1/x)^{tg 9x}$

Вариант 26.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot e^{\cos x}}{1-\sin x-\cos x}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln(3x^2+x)}{\ln(2+x+x^2)}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0+}\sin 8x\ln x$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{\ln(2x-1)}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\sin 5x)^{\sqrt{x^2+3x}}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(1/\sqrt{x})^{arctg 3x}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0+}(3x)^{ctg 8x}$

Вариант 27.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\arcsin 5x}{\ln\arcsin 7x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x(e^x-1)-2(e^x-1)}{x^3}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[4]{x}\mathrm{ctg}9x$ 4. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{4(1-\sqrt{x})}-\dfrac{1}{5(1-\sqrt[5]{x})}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to+0}\left(x\right)^{2/x\sin 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0+}x^{1/\ln(5^x-1)}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(1/x^2)^{\sqrt{x}}$

Вариант 28.

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\ln(x^2-8)}{2x^2-5x-3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x-x+1}{x-x^x}$ 3. $\lim\limits_{x\to\pi/2}(x-\pi/2)\mathrm{tg}3x$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin 2x}-\dfrac{1}{2x^2}\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 1-0}(1-x)^{\ln x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x^2+5x})^{1/\sqrt{3x}}$ 7. $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln 2x)^{1/\ln x}$

Вариант 29.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\mathrm{arctg}x}{x\cos x-\sin x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2+7x-5}{x^3+2x^2-9x+6}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0+}\sqrt[6]{x}\ln(x^2+5x)$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{4x^2}-\mathrm{ctg}^2 3x\right)$ 5. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{ctg}4x)^{1/\ln 4x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0+}(\sin x)^{1/(6x^2+4x)}$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{tg}7x)^{\sin 9x}$

Вариант 30.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-\cos x)}{\ln(1-\cos 5x)}$ 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x^x-1}$ 3. $\lim\limits_{x\to\infty}x(1-7^{1/x})$ 4. $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln 2x-\sqrt[3]{x^4})$ 5. $\lim\limits_{x\to+0}(\mathrm{arctg}5x)^{6x}$ 6. $\lim\limits_{x\to\pi/2-0}(\cos 5x)^{\mathrm{tg}x}$

7. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln 5x)^{\sin\frac{2}{x}}$

3. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «НАХОЖДЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПО ФОРМУЛЕ ТЕЙЛОРА» (приложение 3).

Вариант 1. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x\sin x - x - x^2}{x^3}$

Вариант 2. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{ctgx}{x}\right)$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{1+x}-\sqrt[4]{1-x}}{x}$

Вариант 3. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+2x}}{x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-ctg^2x\right)$

Вариант 4. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x-1}-\sqrt{e^x+1}\right)$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+\ln(\sqrt{1+x^2}-x)}{x^3}$

Вариант 5. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x+2\sin x-3x}{x^4}$ 2. $\lim\limits_{x\to \infty}(\sqrt[6]{x^6+x^5}-\sqrt[6]{x^6-x^5})$

Вариант 6. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x-2\mathrm{tg}x}{\ln(1+x^3)}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{arctg}x-\arcsin x}{x^2}$

Вариант 7. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{e^x-1-x-x^2/2}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln^2(1+x)-\sin^2 x}{1-e^{-2x^2}}$

Вариант 8. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2(\mathrm{tg}x-\sin x)-x^3}{x^5}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}[x-x^2\ln(1+1/x)]$

Вариант 9. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^4}{1+x^2/2-\cos x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}+\sqrt[3]{1+x}-2\sqrt[4]{1-x}}{x}$

Вариант 10. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+x\cos x-\sqrt{1+2x}}{\ln(1+x)-x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{\sqrt[4]{1+x}-\sqrt{1-x}}$

Вариант 11. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}+e^{3x}-2}{\sin x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x-x^2e^{-x}-x^3}{x^4}$

Вариант 12. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x+x^2)+\ln(1-x+x^2)}{x(e^x-1)}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2+\cos x}{x^3\cos x}-\dfrac{3}{x^4}\right)$

Вариант 13. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\sqrt{1+2x}}{x^2}$

Вариант 14. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}2x-\sin 2x}{x^3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{\ln\cos x-x^2/12}$

Вариант 15. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2e^x-2-2x-x^2}{x-\sin x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\mathrm{arctg}x}{x^3}$

Вариант 16. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\mathrm{arctg}x}{x^3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x+2^{-x}-2}{\mathrm{tg}x^2}$

Вариант 17. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}x^{3/2}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x})$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2+x^3}$

Вариант 18. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3+x^4}{\mathrm{tg}x-\sin x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\sqrt{1+2x}}{\ln\cos x}$

Вариант 19. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{x^2+x^3}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{arctg}x-\arcsin x}{\mathrm{tg}x-\sin x}$

Вариант 20. 1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln^2 x-\sin^2(x-1)}{e^{(x-1)^2}-1}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}-2}{x\sin x^2}$

Вариант 21. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cos x-\sqrt{x}\sin\sqrt{x}}{1-\cos x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x}{\sin x-\ln(1+x)}$

Вариант 22. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x+x^3/6}{x^2\sin^2 x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{sh}2x-2\mathrm{sh}x}{x^3}$

Вариант 23. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x-x\sqrt[3]{1+x^2}}{x^5}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-\cos x}{\mathrm{tg}^2 3x}$

Вариант 24. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\mathrm{tg}x}{x\sin 5x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^3)-2\sin x+2x\cos x^2}{x^3}$

Вариант 25. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 7x}{3^x+3^{-x}-2}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\sqrt{1-x^2}}{\sin x-x}$

Вариант 26. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x^2\sin 9x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\sqrt{1+2x^2}}{x^2\mathrm{tg}^2 5x}$

Вариант 27. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-e^{-x^2/2}}{\sin^2 x\arcsin x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[5]{x^5+x^4}-\sqrt[5]{x^5-x^4})$

Вариант 28. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x-x^3/3}{\sin^2 3x\sin^3 4x}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[4]{1+2x}-\sqrt[4]{1-2x}}{\sin x}$

Вариант 29. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+5x}-\sqrt{1+6x}}{\mathrm{tg}x^2}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}[x^3\ln(1+1/x)-x^2+x/2]$

Вариант 30. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{\sqrt[4]{1+x}-\sqrt{1-x}}$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\arcsin x-\arcsin 2x}{x^3}$

4. РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ» (приложение 4).

Условия задач.

№1 – исследовать на экстремум и построить график функции.

№№ 2, 3 – провести полное исследование и построить график функции.

№ вар.	№ 1	№ 2	№ 3
1.	$y=\frac{1}{4}\left(x^5-5x^4+5x^3-1\right)$	$y=\dfrac{x^2}{x^2-1}$	$y=x^2e^{-x^2}$
2.	$y=(x-1)^2\cdot(x-3)^3$	$y=\dfrac{2}{x^2+2x}$	$y=x^2\ln x$
3.	$y=x^3-3x^2+6x-7$	$y=\dfrac{-x^2+10x-16}{x^2}$	$y=\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2}$
4.	$y=(x-2)^2(x-3)^3\cdot\frac{5^5}{27}$	$y=\dfrac{2x^2-1}{x}$	$y=x+2\mathrm{arcctg}x$
5.	$y=x^3-9x^2+24x-7$	$y=\dfrac{4x-12}{(x-2)^2}$	$y=xe^{\frac{-x^2}{2}}$

6.	$y=-\frac{1}{27}\left(x^2-9\right)^2$	$y=\frac{2x^3+1}{x^2}$	$y=(x-1)^2\cdot\sqrt[3]{(x-2)^2}$
7.	$y=x^3-9x^2+15x-3$	$y=\frac{12-3x^2}{x^2+12}$	$y=\frac{e^{1-x}}{1-x}$
8.	$y=-\frac{1}{16}(x-2)^2(x+3)^2$	$y=\frac{2x^3+1}{x^2}$	$y=x^2\cdot e^x$
9.	$y=x^3-3x^2+3x+7$	$y=\frac{x^2}{(x-1)^2}$	$y=e^{2x-x^2}$
10.	$y=(x+1)^2\cdot(x-3)^3\cdot\frac{1}{8}$	$y=\frac{1-2x^3}{x^2}$	$y=\sin x-\cos x$
11.	$y=2x^3+4x^2-9$	$y=\frac{4x^2}{3+x^2}$	$y=\frac{e^x}{x}$
12.	$y=32x^2\cdot(x+1)^2$	$y=\frac{x^3}{x^2+1}$	$y=\frac{x}{\ln x}$
13.	$y=2x^3+9x^2+12$	$y=\frac{x^2-1}{x+2}$	$y=(x+1)^2\cdot\ln(x+1)$
14.	$y=(x+4)^2\cdot(x-2)^2\cdot\frac{1}{27}$	$y=\frac{(x-1)^2}{x^2-2x}$	$y=(x-5)\cdot\sqrt[3]{x^2}$
15.	$y=2x^3+3x^2-5$	$y=\frac{x^2-1}{x^2+1}$	$y=\frac{x}{\ln x}$
16.	$y=-\frac{1}{25}\cdot\left(x^2-5\right)^2$	$y=\frac{x^3}{x^2-4}$	$y=(x+1)\cdot\ln(x+1)$
17.	$y=16x(x-1)^3$	$y=\frac{x^2+1}{2-x}$	$y=(x+2)\cdot e^x$
18.	$y=2x^3-9x^2+12x-9$	$y=\left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2$	$y=2x-\ln x$
19.	$y=(3x-1)^4(4x+1)^3$	$y=\frac{(x+2)^2}{x-2}$	$y=(2x-1)\sqrt[3]{(x-2)^2}$
20.	$y=x^3+6x^2+9x+2$	$y=\frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$	$y=\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x+1)^2}$
21.	$y=8(x+2)^2(x+1)^2$	$y=\frac{(x+3)^3}{(x+2)^2}$	$y=\sqrt[3]{x}\cdot\ln x$
22.	$y=\frac{1}{8}\left(x^3+3x^2-9x-11\right)$	$y=\frac{4}{x^2+2x-3}$	$y=x^2\cdot e^{-x^2}$
23.	$y=\frac{1}{9}(2x+3)^3(x-1)^2$	$y=\frac{x^2-1}{x^3}$	$y=x\cdot\ln^2 x$

24.	$y=x^3+6x^2+9x+2$	$y=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$	$y=9x\cdot e^{-x}$
25.	$y=\left(2x+3\right)^2\left(2x+1\right)^2$	$y=\dfrac{1-x^3}{x^2}$	$y=x+\mathrm{arctg}x$
26.	$y=x^3-3x^2+2$	$y=\dfrac{x^2-2}{x^2+2}$	$y=\dfrac{e^{2-x}}{2-x}$
27.	$y=\left(x+1\right)^2\left(x+3\right)^2$	$y=\dfrac{2x-1}{\left(x-1\right)^2}$	$y=\left(x-2\right)e^{3-x}$
28.	$y=x^4-4x^3+4x^2-1$	$y=\dfrac{x^2-12x+27}{\left(x-1\right)^2}$	$y=3x\cdot e^{x}$
29.	$y=\left(2x-1\right)^3\left(3x+1\right)^2$	$y=\dfrac{x^3}{\left(x-1\right)^2}$	$y=\sin 2x+\sin x$
30.	$y=4+3x^2-2x^3$	$y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$	$y=\dfrac{\ln\left(x+1\right)}{x+1}$

5. Дополнительные варианты

5.1. Задачи на вычисление производной (приложение 5)

1. Найти производные функций $y=f\left(x\right)$.

2. Найти производные второго порядка функции $y=f\left(x\right)$.

3. Проверить является ли функция $y=f\left(x\right)$ решением дифференциального уравнения.

Вариант 1.

1. $y_1=\dfrac{3x^3+4x^2-x+2}{15\sqrt{1+x^2}}$, $y_2=x\arcsin\dfrac{2}{x}+\ln\left(x+\sqrt{2-x^3}\right)$, $y_3=\dfrac{\sin^2 3x}{2\cos\left(6x+1\right)}$, $y_4=\ln\mathrm{acrcos}x\sqrt[3]{1+e^{-4x}}$,

$y_5=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{7x-1}{3x^2}\right)$., $y_6=\left(\sin 2x\right)^{x^2+1}$, $y_7=\left(x^3+3x^2\right)\sqrt[4]{3x^2+1}+3\cdot 5^{\sqrt[5]{\left(x-1\right)^2}}$, $y_8=\left(2x+3\right)^{\mathrm{tg}x}$

2. $y=x\cos 2x^2$.

3. $y=\dfrac{x}{\cos x}$, если $y'-y\mathrm{tg}x=\dfrac{1}{\cos x}$.

Вариант 2.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt[3]{1-3x-x^2}}{5x^4+2x-3}$, $y_2=\mathrm{tg}\left(2\arccos\sqrt{1+4x^2}\right)$, $y_3=\dfrac{3\cos 4x}{\sin^2\left(8x+2\right)}$, $y_4=\ln\mathrm{acrsin}\dfrac{1}{\sqrt{3x}}$,

$y_5=\dfrac{x^3}{4}\mathrm{tg}\dfrac{2x-1}{x+1}-\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}\dfrac{3x+2}{x^2}$, $y_6=\left(\mathrm{tg}2x\right)^{\sin x}$, $y_7=5\log_3\dfrac{x}{\sqrt{6x+3}}-\dfrac{\sqrt[5]{\left(1+2x\right)^3}}{x^2}$, $y_8=\left(1-3x^2\right)^{4^x}$

2. $y=\mathrm{ctg}\left(4x^2+1\right)$.

3. $y=\dfrac{x}{x-1}+x^2$, если $x\left(x-1\right)y'+y=x^2\left(2x-1\right)$.

Вариант 3.

1. $y_1=\dfrac{x^4-8x^2}{3\sqrt{x^2-4}}$, $y_2=\sqrt[5]{\left(1-2x^2\right)}+\ln\left(x+\sqrt[3]{1+2x}\right)$, $y_3=\dfrac{8\mathrm{tg}^2\left(2x+1\right)}{\sin 4x}$, $y_4=\mathrm{arctg}\ln\left(3x^2+8\right)$,

$y_5=\arccos\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x^3+16x+1}}$, $y_6=\left(x^3\right)^{\cos 2x}$, $y_7=\dfrac{x^3\arcsin 2x}{x^2+8}+\dfrac{x^2+5x}{\sqrt{1-x^2}}$, $y_8=\left(\mathrm{ctg}3x\right)^{x^4+1}$.

2. $y=x^2\sin\left(5x-3\right)$. 3. $y=-x\cos x+3x$, если $xy'=y+x^2\sin x$.

Вариант 4.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt[4]{2x+3}}{4x^2-8x+2}$, $y_2=x^2\mathrm{arctg}2\sqrt{1-x^2}-\sqrt[3]{x^3-2x+1}$, $y_3=\dfrac{\sin^2\left(4x+3\right)}{2\mathrm{ctg}3x}$, $y_4=\log_3^2\left(x+2\cos x\right)$,

$y_5=\dfrac{\left(1+x\right)\mathrm{arctg}\sqrt{x}}{5x^2+3}+\dfrac{1}{3\sqrt{x}}$, $y_6=\left(\cos 2x\right)^{x^2}$, $y_7=3\arcsin\dfrac{3x^2}{4x+3}+2\sqrt[3]{\left(4x^2+2\right)^3}$, $y_8=\left(1-x^3\right)^{\mathrm{tg}3x}$

2. $y=\left(2x+3\right)\ln 2x$. 3. $y=e^{x+x^2}+2e^x$, если $y'-y=2xe^{x+x^2}$

Вариант 5.

1. $y_1=\dfrac{\left(1+x^8\right)\sqrt{1+x^2}}{12x^4+5}$, $y_2=\arccos\dfrac{1}{\sqrt[3]{1+3x^2}}$, $y_3=\dfrac{\cos^2 6x}{3\sin\left(12x+1\right)}$, $y_4=2x\left(\cos\ln x+\sin\ln x\right)$, $y_5=\left(\mathrm{ctg}3x\right)^{\sqrt{x}}$,

$y_6=\left(2x^2+3\right)\sqrt{2+x-x^2}+3\arcsin\dfrac{2x-1}{3x}$, $y_7=\dfrac{3}{\sqrt{1+x^2}\mathrm{arctg}2x}-\ln\left(x+\sqrt[5]{1+x^6}\right)$, $y_8=\left(x^4+3\right)^{\ln 2x}$.

2. $y=\dfrac{\ln 2x}{x^3}$. 3. $y=\left(x^2+1\right)e^{x^2}$, если $y'-2xy=2xe^{x^2}$.

Вариант 6.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt[3]{1+3x^5}}{2x^4-3x^2+1}$, $y_2=\mathrm{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}+\sin\ln 2x$, $y_3=\dfrac{\mathrm{ctg}^3 2x}{5\sin\left(3x+6\right)}$, $y_4=x\left(\mathrm{tg}\ln x+\cos 2^x\right)$,

$y_5=\arcsin\left(\mathrm{ctg}\dfrac{x^2}{2}+\cos 2x\right)$, $y_6=\left(\arccos x\right)^{x^2}$, $y_7=\dfrac{\left(x+3\right)\sqrt[5]{2x}}{x^3+5}$, $y_8=\left(1-4x^2\right)^{\mathrm{ctg}2x}$.

2. $y=x\mathrm{tg}2x$. 3. $y=\dfrac{x}{\cos x}$, если $y'-y\mathrm{tg}x=\dfrac{1}{\cos x}$.

Вариант 7.

1. $y_1=\dfrac{x^6\sqrt{\left(2x+3\right)^3}}{3-x^2}$, $y_2=\mathrm{arctg}\sin 2x+\sin x\ln\cos x$, $y_3=\dfrac{\sin^2\left(3x+5\right)}{2\mathrm{ctg}7x}$, $y_4=3^{\ln\mathrm{ctg}2x}$,

$y_5=x^3\arccos\sqrt{x}-\dfrac{\sqrt[3]{5x^2+8x+3}}{3x^2-1}$, $y_6=\left(\mathrm{ctg}\,2x\right)^{\frac{1}{x}}$, $y_7=\dfrac{\mathrm{tg}^2 3x}{\ln\left(2x+\sqrt{1-x^2}\right)}$, $y_8=\left(x^2+5\right)^{\cos 3x}$

2. $y=\left(2x^3+1\right)\sin x$. 3. $y=\sqrt[3]{x-\ln x-1}$, если $\ln x+y^3-3xy^2y'=0$.

Вариант 8.

1. $y_1=\dfrac{x^3+3}{2x\sqrt{1+5x^3}}$, $y_2=\arccos\dfrac{x^2-1}{\sqrt{2x}}$, $y_3=\dfrac{4\mathrm{ctg}^2 6x}{\cos\left(5-2x\right)}$, $y_4=\ln\mathrm{acrsin}x\sqrt{1-e^{-2x}}$,

$y_5=3\mathrm{arctg}\left(2x-5\right)\sqrt[3]{x^2+3x-1}$, $y_6=\left(x^3+2\right)^{\sin 3x}$, $y_7=\ln\left(x+\sqrt[5]{1-x^3}\right)+\dfrac{x}{\log_2 x^2}$, $y_8=\left(\cos 5x\right)^{x^2}$

2. $y=\left(1-x^2\right)e^{2x}$.

3. $y=\operatorname{tg}\ln 3x$, если $y'=\dfrac{1+y^2}{x}$.

Вариант 9.

1. $y_1=\dfrac{2x^2-3x+2}{\sqrt[5]{1-x^2}}$, $y_2=\operatorname{ctg}\left(3\arcsin\sqrt{2x+5}\right)$, $y_3=\dfrac{3\cos^2(1-3x)}{\sin 8x}$, $y_4=\operatorname{acrsin}\left(\ln\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$,

$y_5=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x^2+1}{2x-1}-\dfrac{1}{3}\arccos\dfrac{5x-1}{2x^2}$, $y_6=(\operatorname{tg}3x)^{x^2+5}$, $y_7=4\ln\dfrac{1+\sqrt[3]{1+x^4}}{2x}-\dfrac{\sqrt[5]{(1-2x)^3}}{x^5}$, $y_8=\left(x^3\right)^{\operatorname{arctg}2x}$

2. $y=\dfrac{x^2}{\log_3 2x}$.

3. $y=\dfrac{x}{x-1}+x^2$, если $x(x-1)y'+y=x^2(2x-1)$.

Вариант 10.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt{\left(2-x^3\right)^2}}{4-3x^2}$, $y_2=\cos\ln\left(x^2+1\right)+\cos\sin\sqrt[3]{x}$, $y_3=\dfrac{3\operatorname{ctg}^3(2x+3)}{\sin 4x}$, $y_4=\ln\left(\arccos\dfrac{2}{\sqrt{3x}}\right)$, $y_5=(\sin 2x)^{\frac{1}{x^2}}$,

$y_6=\dfrac{\arcsin 5x}{x\sqrt[3]{\cos 2x}}$, $y_7=\dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x+2}{3x+1}-\operatorname{arctg}\dfrac{3x^2-1}{2x^3}$, $y_8=\left(x^2+3x\right)^{\log_2 4x}$.

2. $y=3^{-x}(3x-1)$.

3. $y=xe^{-\frac{x^2}{2}}$, если $xy'=y\left(1-x^2\right)$.

Вариант 11.

1. $y_1=\dfrac{x^6+x^3-2}{\sqrt[4]{1-x^3}}$, $y_2=\dfrac{\ln 2x}{x^2+1}+\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x^2}{1+x^2}$, $y_3=\dfrac{8\cos 5x}{\operatorname{tg}^2(2x+1)}$, $y_4=\ln\operatorname{ctg}(3x+\sin 5x)$,

$y_5=\arcsin\sqrt{\dfrac{2x}{x+3}}+\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$, $y_6=\left(x^2+3\right)^{\operatorname{tg}2x}$, $y_7=\log_2\dfrac{\sqrt[5]{x^2-x}}{3x+1}+\dfrac{x\sqrt{x^2+2}}{\sin(5x+3)}$, $y_8=\left(\sin^2 x\right)^{x^3}$

2. $y=\dfrac{\ln 2x}{x^5}$.

3. $y=x(2-\ln x)$, если $\dfrac{x-y}{x}=-y'$.

Вариант 12.

1. $y_1=\dfrac{\left(x^2-2\right)\sqrt{1+x^2}}{2x^3}$, $y_2=\arcsin 2^x+\ln\left(e^{2x}+\sqrt{e^{-x}+1}\right)$, $y_3=\dfrac{\sin^2(5x+2)}{3\operatorname{ctg}2x}$, $y_4=\log_3\sin\dfrac{2x+4}{3x+2}$,

$y_5=\dfrac{2x+1}{x}\sqrt[3]{5x-x^4}-\operatorname{acsin}\sqrt{\dfrac{2x+1}{3x}}$. $y_6=(\arcsin 2x)^{x^2}$, $y_7=\dfrac{1}{8}\ln\dfrac{x^3+3x+2}{\sqrt[5]{(1-x)^2}}+\operatorname{arctg}\sqrt{4x}$, $y_8=\left(x^5+2\right)^{\operatorname{tg}(3x+1)}$

2. $y=\left(x^2-2x\right)e^{-2x}$.

3. $y=\ln\left(2+e^x\right)$, если $y'=e^{x-y}$.

Вариант 13.

1. $y_1=\dfrac{1+5x^2-x^3}{2\sqrt[3]{1+3x^2}}$, $y_2=x^2\sqrt{2-4x^3}+4\arcsin^3\dfrac{x}{2}$, $y_3=\dfrac{2\operatorname{tg}^4 3x}{\cos(1-8x)}$, $y_4=\ln^2\arccos\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$,

$y_5=\dfrac{(x+3)\sqrt{3x+2}}{x^2+3}+\dfrac{\operatorname{arctg}x^3}{1-x}$, $y_6=\left(\sqrt[3]{x}\right)^{\operatorname{ctg}2x}$, $y_7=5\operatorname{ctg}^3\dfrac{2}{4x+7}-\sqrt[5]{\left(11+4x^2\right)^3}$, $y_8=(\sin 2x)^{\sqrt{x+5}}$

2. $y=\ln\dfrac{2-x}{3+2x}$.

3. $y=\dfrac{7}{\cos x}$, если $y'-\operatorname{tg}xy=0$.

Вариант 14.

1. $y_1=\dfrac{\left(3x^2+2\right)\sqrt{x-1}}{5x^3-1}$, $y_2=\ln 2\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}-\dfrac{3x^2}{\sin 3x}$, $y_3=\dfrac{\cos^3\left(2x+3\right)}{4\sin\left(1-5x\right)}$, $y_4=\ln\sqrt[3]{1+2\operatorname{tg}3x}$, $y_5=\left(2x^2+6x-5\right)e^{-2x^2}$,

$y_6=\left(x^2+2\right)^{\arcsin x}$, $y_7=3\arccos\sqrt{\dfrac{2}{3x+2}}+\sqrt[3]{\left(3-6x\right)^2}$, $y_8=\left(\cos 2x\right)^{x^2+4}$.

2. $y=\left(5x-1\right)\log_2 2x$.

3. $y=2+4\sqrt{1-x^2}$, если $\left(1-x^2\right)y'+xy=2x$.

Вариант 15.

1. $y_1=\dfrac{5x^3+2}{\sqrt{1-3x^2}}$, $y_2=\sqrt[3]{1+x^2}\operatorname{arctg}2x+\ln\left(3\operatorname{tg}^2x\right)$, $y_3=\dfrac{8\operatorname{tg}^3\left(2x+3\right)}{\cos 3x}$, $y_4=\ln\left(\operatorname{ctg}\sqrt{x}+\sqrt[5]{1+\operatorname{tg}3x}\right)$,

$y_5=\arccos\dfrac{3x^2-4}{e^{3x}}$, $y_6=\left(x^4-3x\right)^{\sin 4x}$, $y_7=\dfrac{x\arcsin 2x}{\sqrt{1+x^2}}+\log_3{}^2\left(1-2x\right)$, $y_6=\left(\cos 3x\right)^{\operatorname{tg}\left(4x+1\right)}$

2. $y=\left(2x^2-7\right)\ln\left(3x-1\right)$.

3. $y=-x\cos x+3x$, если $xy'=y+x^2\sin x$

Вариант 16.

1. $y_1=\dfrac{x^5-8x^3+5}{\sqrt{8-x^3}}$, $y_2=\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 3x}-\dfrac{\operatorname{tg}^3 2x}{\sin\left(3x+1\right)}$, $y_3=\dfrac{\cos^2 2x}{7\sin\left(3x+2\right)}$, $y_4=\ln\ln\sin\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$, $y_5=\left(\operatorname{tg}3x\right)^{3x^2-1}$,

$y_6=\operatorname{arcctg}\dfrac{\sqrt{1-2x}}{3\sqrt{x}}+\log\cos^3 2x$, $y_7=\dfrac{x^3\arccos\left(8x+2\right)}{\sqrt[4]{\left(1-x\right)^2}}$, $y_8=\left(x^5+2x\right)^{\sin 2x}$.

2. $y=\dfrac{\ln\left(x-1\right)}{\sqrt{x-1}}$.

3. $y=\dfrac{\sin x}{x}$, если $xy'+y=\cos x$.

Вариант 17.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt[3]{8-x^2}}{3x^3+2x+1}$, $y_2=\arcsin\dfrac{x^2-1}{2x}+\ln\left(5-6x\right)$, $y_3=\dfrac{\sin^3\left(2x+5\right)}{7\operatorname{tg}4x}$, $y_4=\log_5\sqrt{\dfrac{3x-2}{1-4x}}$,

$y_5=x^2+\arccos\dfrac{x^2-6}{\sqrt{x^4+16x}}$, $y_6=\left(\arcsin 2x\right)^{1-x}$, $y_7=\dfrac{x^2\arcsin 5x}{\sqrt[5]{1-2x}}+\dfrac{x^2-2x}{3\sqrt{1-4x^3}}$, $y_8=\left(x^3-2x\right)^{\sin\sqrt{x}}$.

2. $y=x^2\cos\left(3-7x\right)$.

3. $y=-x\cos x+3x$, если $xy'=y+x^2\sin x$.

Вариант 18.

1. $y_1=\dfrac{1-3x^2-5x^3}{\sqrt[5]{2x+3}}$, $y_2=2x\sin^2\ln x+\cos\ln 2x$, $y_3=\dfrac{\operatorname{ctg}^3 5x}{3\sin(2x+6)}$, $y_4=\left(\ln\cos^3 3x+\operatorname{tg}3x\right)x^2$,

$y_5=\operatorname{arctg}\dfrac{\sin\dfrac{x}{3}+\cos\sqrt{x}}{3x}$, $y_6=\left(\sqrt{x+3}\right)^{\arcsin 2x}$, $y_7=\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}-\dfrac{1}{2}\log_5\sqrt{\dfrac{3x+5}{2-3x}}$, $y_8=\left(\ln 5x\right)^{x^2+3}$

2. $y=\left(3-x^2\right)\ln x^2$.

3. $y=\sqrt[4]{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$, если $8xy'-y=\dfrac{-1}{y^3\sqrt{x+1}}$.

Вариант 19.

1. $y_1=\dfrac{\left(2x^3+3\right)\sqrt{3-2x}}{9x^3}$, $y_2=\operatorname{arctg}\dfrac{x^2-1}{x^2+1}+\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{3x}}$, $y_3=\dfrac{3\sin^2\left(5x+3\right)}{\operatorname{ctg}7x}$, $y_4=\ln\ln\operatorname{tg}\left(5x+2\right)$,

$y_5=\arccos\sqrt{\dfrac{3x+2}{1-5x}}+\operatorname{arcctg}e^{-2x}$. $y_6=\left(x^2+8\right)^{\cos 2x}$, $y_7=\log_2\sqrt[3]{\dfrac{1-x^3}{1+x^2}}-\dfrac{1}{2}\left(3+\dfrac{1}{x^2+2}\right)$, $y_8=\left(\operatorname{tg}\left(2x+3\right)\right)^{1-2x}$

2. $y=\left(1+x^2\right)\operatorname{arctg}x$.

3. $y=3+\dfrac{7x}{3x+1}$, если $y-xy'=3\left(1+x^2y'\right)$.

Вариант 20.

1. $y_1=\dfrac{x^3-3x+2}{x\sqrt{x^2+5}}$, $y_2=\ln\dfrac{1}{x^2+3}-\operatorname{tg}\ln\left(3x+1\right)$, $y_3=\dfrac{\cos^3\left(2x+7\right)}{7\sin\left(1-5x\right)}$, $y_4=\log_4\operatorname{ctg}\dfrac{2x+1}{1-x}$,

$y_5=\arccos\dfrac{x+3}{x^2}+\arcsin\dfrac{1}{x+5}$, $y_6=\left(\sin 3x\right)^{x^2+3}$, $y_7=\dfrac{\ln\sqrt[3]{1-3x^2}}{5x^2+7x+2}-\dfrac{15}{2\sqrt{7x+4}}$, $y_8=\left(\sqrt{5x}\right)^{\ln 3x}$

2. $y=\left(4x+3\right)e^{-3x}$.

3. $y=-\sqrt{\dfrac{2}{x^2}-1}$, если $1+y^2+xyy'=0$.

Вариант 21.

1. $y_1=\dfrac{\left(2x+1\right)\sqrt{x^2-x}}{x^3+2}$, $y_2=\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}+1\right)$, $y_3=\dfrac{\sin\left(6x+3\right)}{5\operatorname{tg}^2 7x}$, $y_4=\ln\sqrt[3]{\dfrac{1+2x}{1-3x}}$,

$y_5=\arcsin\left(3x^2+8\right)+\operatorname{arctg}\dfrac{1}{\sqrt[3]{2x}}$, $y_6=\left(\cos x\right)^{\sqrt[5]{x}}$, $y_7=\dfrac{2\log_3\left(1-7x\right)}{\operatorname{ctg}\left(2x+3\right)}$, $y_8=\left(4x^3-7\right)^{\sin 2x}$.

2. $y=\dfrac{\ln\left(3+x\right)}{x+2}$.

3. $y=\sqrt{\ln\left(\dfrac{1+e^x}{2}\right)^2+1}$, если $\left(1+e^x\right)yy'=e^x$.

Вариант 22.

1. $y_1=\dfrac{x^3-4x^2+1}{\sqrt[3]{1+x^2}}$, $y_2=x^2\arccos 3\sqrt{x}+\ln\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)$, $y_3=\dfrac{\cos^3\left(3x+1\right)}{2\sin 4x}$, $y_4=\log_6^2\left(x+\sin 2x\right)$,

$y_5=\operatorname{arctg}\dfrac{7x+3}{\sqrt{2x-1}}+\arccos\sqrt{3x}$, $y_6=\left(\dfrac{1}{2x}\right)^{\operatorname{ctg}3x}$, $y_7=\dfrac{3x\arcsin\left(2x+1\right)}{e^{-2x}}$, $y_8=\left(\cos 3x\right)^{\sqrt{2x}}$

2. $y=\dfrac{1}{x}\sin 2x$.

3. $y=\left(2+x\right)\left(1+2x\right)$, если $y-xy'=2\left(1+x^2y'\right)$

Вариант 23.

1. $y_1=\dfrac{\sqrt{x^2-2}}{x^3\left(4x^2+3\right)}$, $y_2=\sqrt[3]{1+\sin 2x}+\ln\left(x+\sqrt{1+3x}\right)$, $y_3=\dfrac{\operatorname{tg}^4 3x}{4\cos\left(1+7x\right)}$, $y_4=\log_2\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{5x}}$,

$y_5=\arccos\dfrac{\sqrt{1-x^2}-16x}{2x+3}+e^{3x}$, $y_6=\left(x^3+2\right)^{\sin 4x}$, $y_7=\sqrt[3]{1+3x}\left(x^3+2x\right)+5^{7-2x}$, $y_8=\left(\operatorname{ctg}7x\right)^{\sqrt{2x}}$

2. $y=x^2\ln\left(3-x\right)$.

3. $y=e^{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}$, если $y'\sin x=y\ln y$

Вариант 24.

1. $y_1=\dfrac{3x^2-2x+1}{\sqrt[5]{2+3x}}$, $y_2=x^2\operatorname{arctg}\sqrt[3]{1+x^2}-\sin^3 2x$, $y_3=\dfrac{\cos^2 7x}{3\sin\left(2x+1\right)}$, $y_4=\ln\left(e^{2x}+\sqrt{1-e^{-3x}}\right)$,

$y_5=\arccos\dfrac{x^2+3x}{\sqrt{4-x^2}}+\operatorname{arctg}\sqrt{2x}$, $y_6=\left(\arcsin x\right)^{x^2+3}$, $y_7=\dfrac{\sqrt[3]{2x^2+1}}{x\operatorname{ctg}3x}+\dfrac{\ln\left(4x+1\right)}{\sqrt{1+x^2}}$, $y_8=\left(x\sin x\right)^{x^2}$

2. $y=e^{\frac{x}{2}}\sin 2x$.

3. $y=\sqrt{x^2-3x}$, если $y'=\dfrac{x^2+y^2}{2xy}$

Вариант 25.

1. $y_1=\dfrac{\left(1-x^5\right)\sqrt{1+x^6}}{4x^2+2}$, $y_2=\arcsin^2\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^3}}$, $y_3=\ln\dfrac{\ln 2x}{\cos\frac{3}{x}}$, $y_4=\dfrac{\operatorname{ctg}^2(3x+2)}{4\operatorname{tg}7x}$,

$y_5=\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{1\text{-}7x}+\log_3\sqrt{\dfrac{2x+3}{4-x}}$, $y_6=(\sin 2x)^{\sqrt[4]{x}}$, $y_7=\dfrac{\arccos\left(3x^2+2\right)}{e^{-2x}}$, $y_8=\left(x^2+3x\right)^{\cos(4x+1)}$

2. $y=(5x-8)3^{1-x^2}$.

3. $y=-\dfrac{1}{3x+5}$, если $y'=3y^2$.

Вариант 26.

1. $y_1=\dfrac{x^3-2x^2}{\sqrt{2-3x}\cdot x^4}$, $y_2=3x\ln\left(x+\sqrt{x^2+8}\right)-\cos^2 3x$, $y_3=\dfrac{2\sin^3 5x}{\ln\operatorname{tg}x}$, $y_4=\log_3\sqrt[4]{\dfrac{1-2x}{8+x}}$,

$y_5=\dfrac{2+x^5}{x^7}\operatorname{arctg}^2\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. $y_6=(\arccos 2x)^{x^2}$, $y_7=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{1-x^2}}-\dfrac{1}{2}\dfrac{5}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$, $y_8=\left(x^5-3x\right)^{\operatorname{tg}2x}$

2. $y=e^{-2x}\cos 3x$.

3. $y=x\sqrt{1-x^2}$, если $yy'=x-2x^3$.

Вариант 27.

1. $y_1=\dfrac{x\sqrt{4-x^2}}{x^5+3x-2}$, $y_2=\operatorname{arctg}^2\cos x+\cos\ln\sin x$, $y_3=\dfrac{\operatorname{ctg}^2(3x+1)}{4\cos(1-x)}$, $y_4=\log_5{}^2(3x+2\cos 3x)$,

$y_5=\left(x^3-3x^2+1\right)\operatorname{arctg}\sqrt[3]{\dfrac{1-3x}{2x+1}}$, $y_6=\dfrac{\arccos\left(3x^2-5\right)}{5\sin(2x+1)}$, $y_7=(1-2x)^{\operatorname{ctg}3x}$, $y_8=(\cos 3x)^{\frac{1}{x^2}}$.

2. $y=\dfrac{\ln 3x}{x^2+3}$.

3. $y=5e^{-2x}+\dfrac{e^x}{3}$, если $y'+2y=e^x$.

Вариант 28.

1. $y_1=\dfrac{x^2+8x+1}{x\sqrt{x^3+8}}$, $y_2=\arccos\left(\dfrac{x^3+2}{3x^2}\right)-\ln\ln\dfrac{1}{x}$, $y_3=\dfrac{\sin^2 3x}{7\cos(2x+3)}$, $y_4=\ln\left(\arcsin\sqrt{1-e^{-5x}}\right)$,

$y_5=\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{tg}2x-\operatorname{ctg}x}{4x^2}\right)$, $y_6=\left(x^2+3x\right)^{\operatorname{ctg}2x}$, $y_7=2^{7x^2+1}+\dfrac{\sqrt[3]{1-4x^2}}{\log_4(2x+1)}$, $y_8=(\sin 4x)^{x^3+2}$

2. $y=2x\cos(3x+1)$.

3. $y=x(3-\ln x)$, если $\dfrac{x-y}{x}=-y'$.

Вариант 29.

1. $y_1=\dfrac{13\sqrt{1-x}}{5x^2-3x+2}$, $y_2=x^2\arccos\dfrac{1}{x}+\log_3\left(x+2\sqrt{x^2-1}\right)$, $y_3=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sin^2(4x+1)}{\cos 7x}$, $y_4=\ln\arcsin\sqrt{1+e^{-x}}$,

$y_5=\operatorname{arcctg}\sqrt[3]{\dfrac{1-2x}{3x+4}}$, $y_6=(\operatorname{tg}4x)^{x^2+2x}$, $y_7=\left(x^3+5\right)\sqrt[3]{x^2+1}+3\ln\left(x+\sqrt[5]{(1-x)^2}\right)$, $y_8=(\sin 3x)^{\cos x}$.

2. $y=x\ln(1-3x)$.

3. $y=\dfrac{\sin x}{x}$, если $xy'+y=\cos x$.

Вариант 30.

1. $y_1=\dfrac{(x+2)\sqrt{1-x^2}}{2x^3}$, $y_2=\arcsin e^{-2x}+\ln\left(e^{-x}+\sqrt[3]{e^{2x}+1}\right)$, $y_3=\dfrac{\cos^3 3x}{2\operatorname{ctg}(4x+3)}$, $y_4=\log_5\sin\dfrac{1-2x}{3+4x}$, 2.

$y=\left(1-x^2-2x\right)e^{3x+2}$.

3. $y=\ln\left(7+e^x\right)$, если $y'=e^{x-y}$

$y_5=\dfrac{1}{5}\ln\dfrac{x^2+3x-1}{\sqrt{1+x^3}}+\mathrm{tg}\dfrac{3x}{1-x^2}$, $y_6=\left(\sqrt{x+2}\right)^{\mathrm{ctg}2x}$, $y_7=\dfrac{3x\arcsin(5x+1)}{e^{-6x}}$, $y_8=(\cos 3x)^{1-x^2}$

5.2. Полное исследование функции и построение графика (приложение 6)

Вариант

1. $y=\dfrac{x^2-4}{x^3}$, $y=x\ln 2x$

2. $y=\dfrac{4x+3}{x^2}$, $y=x^2e^{-2x}$

3. $y=\dfrac{2}{x^2+2x}$, $y=3\ln\dfrac{x}{x-3}-1$

4. $y=\dfrac{4-x^3}{x^2}$, $y=\dfrac{\ln 3x}{x}$

5. $y=\dfrac{2x^3+1}{x}$, $y=2xe^{\frac{-x^2}{2}}$

6. $y=\dfrac{x^2}{9-x^2}$, $y=x^2\ln 3x$

7. $y=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^2$, $y=\dfrac{2x}{\ln x}$

8. $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$, $y=\dfrac{e^{2x+1}}{x}$

9. $y=\dfrac{4x}{(x+1)^2}$, $y=(2x+3)e^{-2(x+1)}$

10. $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$, $y=x\ln^2 x$

11. $y=\dfrac{3x^4+1}{x^3}$, $y=\dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

12. $y=\dfrac{8(x-1)}{(x+1)^2}$, $y=(3-x)e^{x-2}$

13. $y=\dfrac{(x+1)^2}{x^2}$, $y=-2x\ln x$

14. $y=\dfrac{4}{x^2+2x-3}$, $y=-2xe^{-x^2}$

15. $y=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$, $y=\dfrac{\ln 2x}{x^2}$

16. $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$, $y=\dfrac{e^{2-x}}{2-x}$

17. $y=\dfrac{2x^2-1}{x^3}$, $y=x+\dfrac{\ln x}{x}$

18. $y=\dfrac{x^2}{x^2-1}$, $y=x^2e^{-x^2}$

19. $y=\dfrac{3x-2}{x^3}$, $y=(x-2)e^{3-x}$

20. $y=\dfrac{2}{x^4-1}$, $y=3-3\ln\dfrac{x}{x+4}$

21. $y=\dfrac{1-2x^3}{x^2}$, $y=-(2x+1)e^{2x+1}$

22. $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$, $y=\dfrac{-x}{\ln 2x}$

23. $y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$, $y=\dfrac{\ln(x+3)}{x+3}$

24. $y=\dfrac{(x-3)^2}{2x-2}$, $y=(x+1)^2e^{-x}$

25. $y=\dfrac{x^3-8}{x^2}$, $y=\dfrac{e^x}{(x-1)^2}$

26. $y=\dfrac{x^2+1}{1-x^2}$, $y=\dfrac{\ln 2(x-1)}{x-1}$

27. $y=\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^2$, $y=\dfrac{-3x}{\ln 2x}$

28. $y=\dfrac{-8x}{x^2+4}$, $y=(x+1)e^{-3x}$

29. $y=\dfrac{x^2-4x+1}{x-4}$, $y=-2x\ln 3x$

30. $y=\dfrac{x^2}{x^3-1}$, $y=(2x-1)e^{2(1-x)}$

6. Программа по математическому анализу за первый семестр (приложение 7)

1. Числовая последовательность (ч.п.) и ее предел.
2. Теоремы о пределах ч.п..
3. Бесконечно малые и бесконечно большие ч.п. и их свойства.
4. Теорема о связи между ч.п. и ее пределом.
5. Монотонные ч.п.. Число *e*.
6. Правила предельного перехода: предел суммы, произведения, частного.
7. Правила предельного перехода: предельный переход в неравенствах, предел промежуточной последовательности.
8. Определение предела функции по Коши и Гейне.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
10. Теоремы о пределах функции.
11. Правила предельного перехода в равенствах и неравенствах.
12. Первый и второй замечательные пределы.
13. Сравнение бесконечно малых.
14. Эквивалентные бесконечно малые, таблица основных эквивалентностей.
15. Два определения непрерывности функции в точке.
16. Арифметические операции над непрерывными функциями.
17. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства.
18. Производная, ее геометрический и механический смысл.
19. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
20. Непрерывность функции, имеющей производную.
21. Производная суммы, произведения, частного, сложной функции.
22. Производная обратной функции.

23. Дифференцируемая функция и дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
24. Свойство инвариантности формы первого дифференциала.
25. Производная параметрически заданной функции.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
28. Правило Лопиталя.
29. Формула Тейлора. Таблица основных разложений.
30. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.
31. Достаточные условия экстремума функции.
32. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на отрезке.
33. Выпуклость и вогнутость графика функции.
34. Точки перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функции.
36. Функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня.
37. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
38. Частные производные первого и высших порядков.
39. Дифференциал первого и высших порядков.
40. Производная сложной функции, неявно заданной функции.
41. Формула Тейлора.
42. Производная по направлению и градиент.
43. Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.
44. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие, достаточные условия экстремума.
45. Наименьшее и наибольшее значения непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.
46. Условный экстремум.

СОДЕРЖАНИЕ.