

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2. Аналитическая геометрия и векторная алгебра

### Задачи № 1-10

Даны координаты вершин пирамиды:  $A_1 A_2 A_3 A_4$ .

Требуется найти:

- 1) вектор  $\overrightarrow{A_1 A_2}$  его длину и направление;
- 2) угол между векторами  $\overrightarrow{A_1 A_2}$  и  $\overrightarrow{A_1 A_4}$ ;
- 3) уравнение грани  $A_1 A_2 A_3$ ;
- 4) площадь грани  $A_1 A_2 A_3$ ;
- 5) угол между ребром  $A_1 A_4$  и гранью  $A_1 A_2 A_3$ ;
- 6) уравнение прямой  $A_1 A_4$ ;
- 7) объем пирамиды.

Сделать чертеж.

1.  $A_1 (3;1;4)$ ;  $A_2 (-1;6;1)$ ;  $A_3 (-1;1;6)$ ;  $A_4 (0;4;-1)$ .
2.  $A_1 (3;3;9)$ ;  $A_2 (6;9;1)$ ;  $A_3 (1;7;3)$ ;  $A_4 (8;5;8)$ .
3.  $A_1 (3;5;4)$ ;  $A_2 (5;8;3)$ ;  $A_3 (1;9;9)$ ;  $A_4 (6;4;8)$ .
4.  $A_1 (2;4;3)$ ;  $A_2 (7;6;3)$ ;  $A_3 (4;9;3)$ ;  $A_4 (3;6;7)$ .
5.  $A_1 (9;5;5)$ ;  $A_2 (-3;7;1)$ ;  $A_3 (5;7;8)$ ;  $A_4 (6;9;2)$ .
6.  $A_1 (0;7;1)$ ;  $A_2 (4;1;5)$ ;  $A_3 (4;6;3)$ ;  $A_4 (3;9;8)$ .
7.  $A_1 (5;5;1)$ ;  $A_2 (3;8;4)$ ;  $A_3 (3;5;10)$ ;  $A_4 (5;8;2)$ .
8.  $A_1 (6;1;1)$ ;  $A_2 (4;6;6)$ ;  $A_3 (4;2;0)$ ;  $A_4 (1;2;6)$ .
9.  $A_1 (7;5;3)$ ;  $A_2 (9;4;4)$ ;  $A_3 (4;5;7)$ ;  $A_4 (7;9;6)$ .
10.  $A_1 (6;6;2)$ ;  $A_2 (5;4;7)$ ;  $A_3 (2;4;7)$ ;  $A_4 (7;3;0)$ .

### Задачи № 11-20

11. Дана прямая  $x + 2y - 4 = 0$  и точка  $A(5;7)$ . Найти точку пересечения данной прямой и перпендикуляра, опущенного из точки  $A$  на данную прямую.

12. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых:  $5x - y + 10 = 0$ ,  $4x + 2y - 6 = 0$  и параллельной прямой  $x + 3y = 0$ .

13. Даны уравнения прямых:  $2x + y = 3$ ;  $7x - 3y = 4$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения данных прямых, перпендикулярно прямой  $4x - y + 3 = 0$ .

14. Составить уравнение диагонали ромба, не проходящей через точку пересечения его сторон  $x + y - 1 = 0$  и  $y + 1 = 0$ , если известна точка пересечения его диагоналей  $P(-1;0)$ .

15. Даны уравнения двух сторон треугольника:  $4x - 5y + 9 = 0$  и  $x + 4y - 3 = 0$ . Найти уравнение третьей стороны, если известна точка пересечения высот  $\left(\frac{9}{7}; -\frac{41}{7}\right)$ .

16. Даны две вершины треугольника:  $A(-5;5)$ ;  $B(3;1)$  и точка пересечения его высот  $D(2;5)$ . Составить уравнение высоты к стороне  $AB$ .

17. Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон:  $2x - y - 4 = 0$  и  $2x - y + 10 = 0$ , уравнение одной из его диагоналей  $x + y + 2 = 0$ .

18. Уравнения двух сторон прямоугольника  $x + 2y - 3 = 0$  и  $2x - y - 4 = 0$ , а уравнение одной из диагоналей  $x - 2 = 0$ . Найти координаты вершин прямоугольника.

19. В равнобедренном треугольнике основание  $AB: A(2;-2); B(3;-1)$ . Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A$  параллельно высоте треугольника к стороне  $AB$ .

20. Даны уравнения двух высот треугольника:  $x + y = 4$  и  $y = 2x$  и одна из его вершин  $A(0;2)$ . Составить уравнения сторон треугольника, проходящих через точку  $A$ .

### Задачи 21-30

21. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  $A(2;2)$  и от оси абсцисс.

22. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки  $A(3;0)$ , чем от оси ординат.

23. Составить уравнение линии, для каждой точки которой отношение расстояния до начала координат к расстоянию до прямой  $3x + 16 = 0$  равно  $0,6$ .

24. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к точке  $A(1;0)$ , чем к точке  $B(-2;0)$ .

25. Составить уравнение линии, каждая точка которой является центром окружности, касающейся оси абсцисс и проходящей через точку  $A(0;3)$ .

26. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояния от начала координат и от точки  $A(0;5)$  относятся как  $3/2$ .

27. Составить уравнение линии, для каждой точки которой расстояние от точки  $A(0;1)$  вдвое меньше расстояния от прямой  $y = 4$ .

28. Составить уравнение линии, каждая точка которой равноудалена от точки  $A(4;2)$  и от оси ординат.

29. Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки  $A(4;0)$  вдвое дальше, чем от прямой  $x = 1$ .

30. Составить уравнение линии, каждая точка которой является основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую, проходящую через точку  $A(2;0)$ .

### Задачи № 31-40

Дано уравнение линии  $f(x; y) = 0$ . Сделать параллельный перенос осей координат так, чтобы в новой системе координат  $XOY$  уравнение линии приняло вид:

1)  $X^2 = aY$  или  $Y^2 = aX$ ;

2)  $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$ ;

3)  $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = \pm 1$ ;

4)  $X^2 + Y^2 = a^2$ .

Построить обе системы координат и линию.

31.  $x^2 + 10x + 4y + 33 = 0$ .

32.  $x^2 - 4x + 5y^2 - 16 = 0$ .

33.  $x^2 + 4y^2 - 4y - 12 = 0$ .

34.  $y^2 + 6x + 2y - 11 = 0$ .

35.  $y^2 - 5x + 6y + 4 = 0$ .

36.  $x^2 - y^2 - 4y + 12 = 0$ .

37.  $x^2 + 6x + 5y - 6 = 0$ .

38.  $2x^2 + 4x + 3y^2 - 10 = 0$ .

39.  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 1 = 0$ .

40.  $x^2 - 2x - 2y^2 + 4y - 5 = 0$ .