

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

КАРАГАНДИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Заочный факультет

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПО ФИЗИКЕ

ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ

Контрольная работа №1

Караганда 2006

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие методические указания.....	4
Рабочая учебная программа.....	6
Список рекомендуемой литературы.....	8
Вопросы для самопроверки.....	9
Механика.....	15
Молекулярная физика и термодинамика.....	34
Электростатика. Постоянный ток.....	45
Справочные материалы.....	67

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ И ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. За время изучения курса общей физики студент–заочник должен представить в учебное заведение две контрольные работы.
2. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов двумя последними цифрами шифра.
3. Контрольные работы нужно выполнять в школьной тетради, на обложке которой привести сведения по следующему образцу:

Студент строительного факультета КарГТУ Киселев А.В. Шифр 257320 Адрес: Караганда, ул. Луговая 2, кв. 5 Контрольная работа 1 по физике

4. Условия задач в контрольной работе нужно переписать полностью без сокращений, а заданные физические величины выписать отдельно в виде "Дано" (см. например, стр.21), при этом все числовые величины должны быть переведены в единицы СИ. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставлять поля.
5. Решения задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; для пояснения решения задачи, где это нужно, аккуратно сделать чертеж.
6. Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.
7. После получения расчетной формулы для проверки ее правильности, следует подставить в правую часть формулы вместо символов величин обозначения единиц этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине, т.е. провести проверку размерности. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно.
8. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах СИ.
9. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т.д.
10. В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным

пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

11. Если контрольная работа при рецензировании не допущена к защите, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторную работу необходимо представить вместе с предыдущей.

12. Если контрольная работа допущена к защите, необходимо до экзамена встретиться с преподавателем, который проверял работу, и защитить эту работу. При защите студент должен быть готов дать пояснения к решению задач контрольной работы.

Контрольная работа №1

Таблица вариантов

Вариант				Номера задач									
1	26	51	76	101	126	133	160	202	216	315	316	337	351
2	27	52	77	102	127	134	159	204	217	314	317	336	357
3	28	53	78	103	128	135	158	206	218	313	318	335	356
4	29	54	79	104	129	136	157	208	219	312	319	334	355
5	30	55	80	105	130	138	156	210	220	311	320	333	348
6	31	56	81	106	116	131	155	212	221	310	321	332	350
7	32	57	82	107	117	132	154	214	222	309	322	331	349
8	33	58	83	108	118	139	153	215	223	308	323	338	358
9	34	59	84	109	119	140	152	213	224	307	324	339	353
10	35	60	85	110	120	141	151	211	225	306	325	340	352
11	36	61	86	111	121	142	150	209	226	305	326	341	359
12	37	62	87	112	122	143	149	207	227	304	327	342	346
13	38	63	88	113	123	137	148	205	228	303	328	343	360
14	39	64	89	114	124	144	147	203	229	302	329	344	354
15	40	65	90	115	125	145	146	201	230	301	330	345	347
16	41	66	91	101	123	141	150	203	217	304	318	338	353
17	42	67	92	102	125	142	151	205	218	307	319	342	358
18	43	68	93	104	126	139	152	211	220	301	321	341	360
19	44	69	94	107	116	145	156	209	224	303	323	344	351
20	45	70	95	108	121	138	157	201	221	306	324	336	356
21	46	71	96	109	118	143	158	210	228	312	325	332	354
22	47	72	97	110	119	136	159	214	229	315	330	333	350
23	48	73	98	111	128	132	146	213	219	311	327	337	352
24	49	74	99	113	129	133	154	215	227	305	317	340	348
25	50	75	0	114	130	135	155	207	225	314	328	334	349

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ЗАОЧНЫХ ОТДЕЛЕНИЙ

Введение

Предмет физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Роль физики в создании и развитии новых отраслей техники и новых технологий. Влияние техники на развитие физики. Физическое моделирование. Общая структура и задачи курса физики. Единицы и размерности физических величин.

Механика

Механическое движение как простейшая форма движения материи. Представления о свойствах пространства и времени. Понятия материальной точки, абсолютно твердого тела. Система отсчета. Кинематическое описание движения материальной точки. Скорость и ускорение как производные радиуса-вектора по времени. Радиус кривизны траектории. Нормальное и тангенциальное ускорения. Равномерное движение. Равнопеременное движение. Поступательное и вращательное движения твердого тела. Элементы кинематики вращательного движения. Угловая скорость и угловое ускорение, их связь с линейными скоростями и ускорениями точек вращающегося тела.

Масса. Сила. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Виды сил в механике. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Силы упругости. Закон Гука. Сила трения. Сила тяжести, вес. Внешние, внутренние силы. Закон сохранения импульса и его связь с однородностью пространства. Центр масс механической системы и закон его движения.

Работа силы и ее выражение через криволинейный интеграл. Мощность. Энергия как универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой результирующей всех сил, приложенных к системе. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле и ее связь с силой, действующей на материальную точку. Консервативные силы. Поле центральных сил. Закон сохранения механической энергии и его связь с однородностью времени. Диссипация энергии.

Момент силы и момент импульса твердого тела относительно точки и оси. Момент инерции тела относительно оси. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Работа при вращательном движении. Кинетическая энергия вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса и его связь с изотропностью пространства. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

Элементы механики сплошных сред. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли. Вязкость (внутреннее трение). Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей. Формула Пуазейля. Формула Стокса.

Элементы специальной (частной) теории относительности

Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца. Понятие одновременности. Относительность длин и промежутков времени. Интервал между событиями. Релятивистский импульс. Основной закон релятивистской динамики материальной точки. Релятивистское выражение для кинетической энергии. Взаимосвязь массы и энергии.

Механические колебания и волны

Гармонические механические колебания и их характеристики. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Пружинный, физический и математический маятники. Энергия гармонических колебаний. Векторная диаграмма. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания. Аперидический процесс. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний под действием синусоидальной силы и его решение. Резонанс.

Волновые процессы. Распространение волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Уравнения плоской и сферической волн. Волновое уравнение. Энергия волны. Стоячие волны. Звуковые волны. Ультразвук.

Молекулярная физика и термодинамика

Статистический и термодинамический методы исследования. Равновесные состояния и процессы. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Газовые законы. Уравнение состояния идеального газа. Средняя кинетическая энергия молекул. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Число степеней свободы молекулы. Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям. Барометрическая формула. Закон Больцмана для распределения частиц во внешнем потенциальном поле.

Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул. Явления переноса в термодинамически неравновесных системах. Опытные законы диффузии, теплопроводности и внутреннего трения. Коэффициенты явлений переноса. Внутренняя энергия идеального газа. Работа газа при изменении его объема. Количество теплоты. Первое начало термодинамики. Теплоемкость. Зависимость теплоемкости идеального газа от вида процесса. Молекулярно-кинетическая теория теплоемкости идеальных газов и ее ограниченность. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона.

Обратимые и необратимые процессы. Круговой процесс. Тепловые двигатели. Энтропия. Энтропия идеального газа. Цикл Карно и его КПД для идеального газа. Второе начало термодинамики. Реальные газы. Уравнение

Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы первого и второго рода. Диаграмма состояния вещества.

Электростатика

Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в вакууме. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчету электрических полей.

Работа сил электростатического поля. Циркуляция. Потенциал. Связь потенциала с напряженностью электростатического поля.

Электрическое поле в диэлектриках. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков, виды поляризации. Поляризованность. Поле внутри диэлектрика. Диэлектрическая проницаемость среды. Вектор электрического смещения. Теорема Остроградского-Гаусса для электростатического поля в диэлектрике. Сегнетоэлектрики.

Проводники в электростатическом поле. Поле внутри проводника и у его поверхности. Емкость уединенного проводника. Конденсаторы. Емкость конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.

Постоянный электрический ток

Постоянный электрический ток, его характеристики и условия существования. Электродвижущая сила, напряжение. Закон Ома для однородного, неоднородного участков цепи. Законы Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Правила Кирхгофа. Ток в газах. Термоэлектронная эмиссия.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн.1. Механика. – М. 2001 г.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн.2. Электричество и магнетизм. – М. 2001 г.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн.3. Молекулярная физика и термодинамика. – М. 2001 г.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 кн. Кн.4. Волны. Оптика. – М. 2001 г.
6. Трофимова Т.И. Курс физики. – М. 2001 г.
7. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М. 1999 г.
8. Шубин А.С. Курс общей физики. – М. 1976 г.
9. Грабовский Р.И. Курс физики. – М. 2004 г.
10. Волькенштейн В.С. Сб. задач по общему курсу физики. – М. 1985 г.
11. Чертов А., Воробьев А. Задачник по физике. – М. 1988 г.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

Механика

1. Что называется материальной точкой?
2. Дайте определение скорости. Как направлен вектор скорости в криволинейном движении?
3. Дайте определение ускорения.
4. Что характеризует тангенциальное (касательное) ускорение? Как направлено это ускорение? Запишите формулу тангенциального ускорения.
5. Что характеризует нормальное ускорение? Как направлено это ускорение? Запишите формулу нормального ускорения.
6. Может ли точка, описывающая криволинейную траекторию, обладать тангенциальным ускорением, равным нулю? Нормальным ускорением, равным нулю?
7. Как найти величину и направление полного ускорения? (Пояснить рисунком).
8. Что называется абсолютно твердым телом?
9. Какое движение называется поступательным? Каковы траектории, скорости и ускорения разных точек тела, двигающегося поступательно?
10. Дайте определение угловой скорости и углового ускорения.
11. В каких единицах в СИ измеряются угол поворота тела, угловая скорость, угловое ускорение?
12. Как связаны путь, пройденный какой-либо точкой вращающегося тела, ее линейная скорость, тангенциальное, нормальное и полное ускорения с соответствующими угловыми величинами и радиусом вращения?
13. Связь угловой скорости с числом оборотов.
14. Как направлены вектора угловой скорости и углового ускорения?
15. Сформулировать I, II, III законы Ньютона.
16. Дать определение силы. Записать формулы сил трения, упругости и гравитационного взаимодействия.
17. Дать определение массы.
18. Что такое импульс силы и импульс тела? Какая связь между этими величинами?
19. Что называется замкнутой системой?
20. Сформулировать закон сохранения импульса. Записать формулу.
21. Какое соударение тел называется абсолютно неупругим?
22. Что называется энергией?
23. Какая энергия называется кинетической? Записать формулу кинетической энергии.
24. Какая энергия называется потенциальной? Записать формулы потенциальной энергии упруго деформированного тела, потенциальной энергии гравитационного взаимодействия, потенциальной энергии тела, находящегося в однородном поле силы тяжести.
25. Закон сохранения полной механической энергии.

26. Какая физическая величина называется работой? Записать формулу работы переменной силы.

27. Как связана работа результирующей силы и изменение кинетической энергии тела?

28. Какие силы называются консервативными? Приведите примеры.

29. Какова работа силы тяжести при перемещении тела по замкнутой траектории?

30. Что называется центром масс (или инерции)?

31. Каков физический смысл момента инерции тела? Записать формулу момента инерции материальной точки.

32. Через какую точку тела должна проходить ось вращения, чтобы момент инерции тела имел наименьшее значение? Записать теорему Штейнера.

33. Дать определение момента силы.

34. Записать основное уравнение динамики вращательного движения.

35. Дать определение момента импульса тела.

36. Сформулировать закон сохранения момента импульса. Записать формулу.

37. Записать формулу кинетической энергии вращающегося тела.

38. Сформулировать закон всемирного тяготения. Каков физический смысл гравитационной постоянной?

39. Что называется гравитационным полем? Что такое напряженность и потенциал гравитационного поля?

40. Что называется инерциальной системой отсчета?

41. Какие системы отсчета называются неинерциальными? Что такое силы инерции? Записать формулу.

42. Сформулировать механический принцип относительности (принцип Галилея).

43. Записать преобразование координат Галилея.

44. Сформулировать постулаты специальной теории относительности.

45. Записать преобразования Лоренца.

46. Записать формулы зависимости массы тела от скорости, взаимосвязи массы и энергии, кинетической энергии релятивистской частицы.

47. Границы применимости классической механики.

Механические колебания и волны

1. Что называется гармоническим колебанием? Какой вид имеет уравнение гармонического колебания? Каков физический смысл величин, входящих в это уравнение? Каково различие между частотой и циклической (круговой) частотой? Что называется периодом колебания и какова его связь с частотой и циклической частотой?

2. Чему равны скорость и ускорение при гармоническом колебании? (Вывод). Как выражается сила, действующая на точку, совершающую гармоническое колебательное движение?

3. Как изображается гармоническое колебание графически? Векторная

диаграмма.

4. Что называется маятником математическим? Физическим? Как выражается период колебаний этих маятников? Что называется приведенной длиной физического маятника? Период колебаний математического и физического маятников.

5. Как выражается энергия (кинетическая, потенциальная, полная) гармонического колебания?

6. Какой вид имеет уравнение колебания, полученного в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковым периодом? Как выражается амплитуда и начальная фаза такого колебания? (Вывод с помощью векторной диаграммы).

7. Какой вид имеет уравнение траектории точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях с одинаковыми периодами? При каких условиях эта траектория является окружностью? Прямой?

8. Что называется фигурами Лиссажу?

9. Какие колебания называются собственными? Затухающими?

10. Что называется коэффициентом затухания? Логарифмическим декрементом затухания?

11. Как изменяется амплитуда затухающих колебаний? Какие колебания называются аperiodическими?

12. Какие колебания называются вынужденными? От чего зависит амплитуда установившихся вынужденных колебаний? Чему равна частота таких колебаний?

13. При каких условиях наступает и в чем состоит явление резонанса?

14. Что называется волной? Как объясняется распространение колебаний в упругой среде? В чем различие волн продольных и поперечных? Каковы физические условия возникновения продольных и поперечных волн? Какими величинами характеризуются волны в упругой среде и как связаны между собой эти величины?

16. Какой вид имеет уравнение волны, распространяющейся вдоль прямой?

17. Что называется фронтом волны? Волновой поверхностью?

18. От каких факторов зависит скорость распространения волн в упругой среде? Как выражается эта скорость?

19. В каком случае фаза волны при ее отражении остается неизменной? Меняется на $\pi/2$?

20. Что называется стоячей волной? Что такое узел и пучность стоячей волны? Каково расстояние между ними? Какой вид имеет уравнение стоячей волны?

21. Какие волны называются звуковыми (акустическими)?

Молекулярная физика и термодинамика

1. Дайте определение единице количества вещества - молю.

2. Что называется числом Авогадро?
3. Что называется молярной массой?
4. Что называется давлением? Какова единица измерения давления в СИ?
5. Какой газ называется идеальным?
6. Записать и объяснить основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.
7. Записать формулу средней кинетической энергии поступательного движения молекулы.
8. Каков молекулярно-кинетический смысл температуры?
9. Каково соотношение между температурами по шкале Цельсия и абсолютной температурой (по шкале Кельвина)?
10. Какой физический смысл функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла)? Нарисовать графики этой функции при разных температурах.
11. Что называется средней квадратичной, средней арифметической и наиболее вероятной скоростями молекул, написать формулы.
12. Записать закон Больцмана для распределения молекул во внешнем силовом поле.
13. Записать формулу средней длины свободного пробега молекул.
14. Какими параметрами характеризуется состояние идеального газа?
15. Записать и объяснить уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона).
16. Какие процессы называются изотермическими, изобарическими и изохорическими? Вывести их уравнения из уравнения состояния идеального газа. Нарисовать их графики в координатах (p, V) , (p, T) и (V, T) .
17. Какой смысл имеет выражение "число степеней свободы молекулы"? Чему равно число степеней свободы молекул одноатомных, двухатомных и многоатомных молекул газов?
18. Как распределяется энергия молекулы по степеням свободы? Запишите формулу полной кинетической энергии молекулы.
19. Что такое внутренняя энергия газа? Запишите формулу внутренней энергии некоторой массы идеального газа.
20. Записать формулу работы расширения газа при различных изопроцессах.
21. Сформулируйте первое начало термодинамики. Каким уравнением оно выражается? Какой вид принимает это уравнение для различных изопроцессов?
22. Что такое удельная и молярная теплоемкости вещества? Каково соотношение между ними?
23. Записать формулы молярных теплоемкостей идеального газа при изобарическом процессе (C_p) и изохорическом процессе (C_v).
24. Какой процесс называется адиабатическим? Записать уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона) и первое начало термодинамики при этом процессе.
25. Что происходит с температурой при адиабатическом расширении газа и при адиабатическом сжатии?

26. В чем заключаются явления переноса: диффузия, теплопроводность и вязкость. Запишите их уравнения. Каков физический смысл коэффициентов диффузии, теплопроводности и вязкости?

27. Что такое тепловая машина? Чему равен ее коэффициент полезного действия (КПД)?

28. Из каких процессов состоит цикл Карно? Изобразить график цикла Карно в координатах (p , V). Записать формулу КПД цикла Карно.

29. Сформулировать второе начало термодинамики.

30. Какие процессы называются обратимыми и какие необратимыми?

31. Какой физический смысл энтропии? Чему равно изменение энтропии при обратимом и необратимом процессах?

32. Сформулировать второе начало термодинамики через понятие энтропии.

33. Записать и объяснить уравнение состояния реального газа (уравнение Ван-дер-Ваальса).

34. Нарисовать изотермы Ван-дер-Ваальса и экспериментально полученные изотермы реальных газов.

35. Какое состояние вещества называется критическим?

Электростатика

1. Какой заряд называется точечным?

2. Сформулируйте закон Кулона.

3. Что такое электрическое поле? Электростатическое поле?

4. Что является силовой характеристикой электрического поля?

5. Запишите формулу напряженности поля точечного заряда.

6. В чем заключается принцип суперпозиции?

7. Как графически изображают электростатическое поле?

8. Что называется силовыми линиями (линиями напряженности)?

9. Нарисуйте силовые линии поля точечного заряда.

10. Что называется потоком вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность?

11. Сформулируйте теорему Остроградского-Гаусса.

12. Что называется потенциалом? В каких единицах он измеряется?

13. Запишите формулу потенциала поля точечного заряда.

14. Как направлены силовые линии по отношению к эквипотенциальным поверхностям? Нарисуйте эквипотенциальные поверхности поля точечного заряда.

15. Как связана напряженность с разностью потенциалов для однородного электростатического поля?

16. Какие тела называются диэлектриками?

17. Какие диэлектрики называются полярными, а какие неполярными?

18. Что называют поляризацией диэлектрика?

19. Что показывает диэлектрическая проницаемость среды?

20. Запишите формулу для вектора электрического смещения.

21. Какие тела называются проводниками?
22. Как распределяется по проводнику сообщенный ему заряд?
23. Чему равна напряженность поля внутри проводника в случае равновесия зарядов?
24. Что называют электроемкостью уединенного проводника? Электроемкостью двух проводников?
25. В каких единицах выражается электроемкость? От чего она зависит?
26. Что называется конденсатором?
27. Запишите формулу емкости плоского конденсатора.
28. Чему равна энергия и плотность энергии электростатического поля?

Постоянный ток

1. Что называют электрическим током? Какие условия необходимы для протекания тока?
2. Что называют силой тока? В каких единицах она измеряется? Что принимают за направление тока?
3. Что такое плотность тока? Как направлен вектор плотности тока?
4. Какие силы называются сторонними?
5. Дайте определение ЭДС, напряжения.
6. Запишите законы Ома для однородного участка цепи, неоднородного участка цепи, замкнутой цепи и в дифференциальной форме.
7. От чего зависит сопротивление проводника?
8. Нарисуйте последовательное и параллельное соединения проводников. Чему равно общее сопротивление участка цепи при каждом соединении?
9. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца.
10. Запишите первое правило Кирхгофа. Правило знаков для первого правила Кирхгофа.
11. Запишите второе правило Кирхгофа. Правило знаков для второго правила Кирхгофа.
12. Какие частицы являются носителями тока в металлах, газах, электролитах?
13. Основные положения классической электронной теории электропроводности металлов. В чем заключаются затруднения этой теории?
14. Какой разряд в газе называется несамостоятельным? Самостоятельным? Вольтамперная характеристика газового разряда.
15. Что такое ионизация? Виды ионизации.
16. Что называют работой выхода электрона из металла? От чего она зависит? В каких единицах измеряется?
17. Что такое термоэлектронная эмиссия?
18. Начертите вольтамперную характеристику диода и объясните ее особенности.

МЕХАНИКА

Основные формулы

- Положение материальной точки в пространстве задается радиусом-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k},$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы направлений (орты); x, y, z – координаты точки.

- Кинематические уравнения движения в координатной форме:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t),$$

где t – время.

- Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

- Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

где $v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}$ - проекции скорости $\vec{v}$ на оси координат.

Модуль скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

- Среднее ускорение

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

где $\Delta \vec{v}$ - изменение скорости за интервал времени Δt .

Проекция среднего ускорения на ось x

$$\langle a_x \rangle = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

- Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

где $a_x = \frac{dv_x}{dt}; a_y = \frac{dv_y}{dt}; a_z = \frac{dv_z}{dt}$; - проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Модуль ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

- При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной $\vec{a}_n$ и тангенциальной $\vec{a}_\tau$ составляющих (рис. 1):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

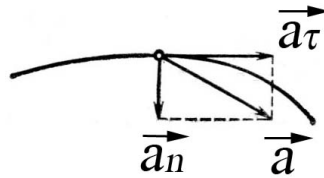


Рис.1

Модули этих ускорений:

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

- Кинематическое уравнение равномерного движения материальной точки вдоль оси x

$$x = x_0 + vt,$$

где x_0 – начальная координата; t – время. При равномерном движении

$$v = \text{const} \text{ и } a = 0.$$

- Кинематическое уравнение равнопеременного движения ($a = \text{const}$) вдоль оси x

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где v_0 – начальная скорость; t – время.

Скорость точки при равнопеременном движении

$$v = v_0 + at.$$

- Кинематическое уравнение движения точки по окружности

$$\varphi = f(t),$$

где φ - угол поворота.

- Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta \varphi$ - изменение угла поворота за интервал времени Δt .

- Мгновенная угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

- Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

- Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

путь, пройденный точкой по дуге окружности радиуса R

$$s = \varphi R ;$$

линейная скорость точки

$$v = \omega R ;$$

тангенциальное ускорение

$$a_{\tau} = \varepsilon R;$$

нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R.$$

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

- Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью $\vec{v}$
$$\vec{p} = m \vec{v}.$$

- Второй закон Ньютона

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \text{ или } m\vec{a} = \vec{F},$$

где $\vec{F}$ – результирующая сила, действующая на материальную точку.

- Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жесткость); x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$P = mg,$$

где g – ускорение свободного падения;

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

г) сила трения скольжения

$$F = \mu N$$

где μ – коэффициент трения; N – сила реакции опоры.

- Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const},$$

или для двух тел ($N=2$)

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

где $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ – скорости тел в начальный момент времени; $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – скорости тех же тел в конечный момент времени.

- Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$W_k = \frac{mv^2}{2}.$$

- Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины

$$W_p = \frac{kx^2}{2},$$

где k – жесткость пружины; x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$W_p = -G \frac{m_1 m_2}{r},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$W_p = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

- Закон сохранения механической энергии

$$W = W_k + W_p = \text{const}$$

- Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила $\vec{F}$, то работа этой силы

$$A = F s \cos \alpha,$$

где s – перемещение, α – угол между направлением силы и перемещения.

Работа переменной силы

$$A = \int_s F ds \cos \alpha$$

Работа A , совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta W_k = W_{k_2} - W_{k_1}$$

- Момент силы $\vec{F}$ относительно оси вращения

$$M = Fl,$$

где l – плечо силы (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

- Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси

$$M = I \varepsilon$$

где M – результирующий момент внешних сил, действующих на тело относительно оси; ε – угловое ускорение; I – момент инерции тела относительно оси вращения.

- Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где m – масса точки, r – расстояние ее от оси вращения;

Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси, проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню,

$$I_0 = \frac{1}{12} ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра),

$$I_0 = mR^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска,

$$I_0 = \frac{1}{2}mR^2.$$

Теорема Штейнера: момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I = I_0 + md^2,$$

где I_0 – момент инерции этого тела относительно параллельной оси, проходящей через центр масс тела; m – масса тела; d – расстояние между осями.

- Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$L = I\omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

- Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^N L_i = \text{const},$$

где L_i – момент импульса i -го тела, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I'_1\omega'_1 + I'_2\omega'_2,$$

где $I_1, I_2, \omega_1, \omega_2$ – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $I'_1, I'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – те же величины после взаимодействия.

- Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; v – скорость

центра масс тела; $\frac{I\omega^2}{2}$ – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр масс.

- Уравнение гармонических колебаний

$$x = A\cos(\omega t + \varphi),$$

где x – смещение колеблющейся точки от положения равновесия; t – время; A – амплитуда колебаний; ω – циклическая или угловая частота; φ – начальная фаза колебаний; $(\omega t + \varphi)$ – фаза колебаний в момент времени t .

- Циклическая частота колебаний

$$\omega = 2\pi\nu \quad \text{или} \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

где ν и T – частота и период колебаний.

- Амплитуда результирующего колебания, полученного при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_1 и φ_2 – их начальные фазы. Начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

- Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты с амплитудами A_1 и A_2 и начальными фазами φ_1 и φ_2 ,

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

- Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{k A^2}{2}$$

- Период колебаний тела, подвешенного на пружине (пружинный маятник),

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса тела; k – жесткость пружины.

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}},$$

где I – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний; a – расстояние центра масс маятника от оси колебаний; $L = I / (ma)$ – приведенная длина физического маятника.

- Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

где A_0 – амплитуда колебаний в момент $t = 0$, δ – коэффициент затухания.

Логарифмический декремент колебаний

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период.

- Уравнение плоской бегущей волны

$$\xi(x, t) = A \cos \omega(t - x/v), \text{ или } \xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$

где $\xi(x, t)$ - смещение точек среды с координатой x в момент времени t ; ω - циклическая частота; v – скорость распространения колебаний в среде (фазовая скорость); k – волновое число; $k = 2\pi / \lambda$; λ - длина волны.

- Длина волны связана с периодом T колебаний и частотой ν соотношениями

$$\lambda = vT \quad \text{и} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}.$$

Разность фаз колебаний двух точек среды, расстояние между которыми (разность хода) равно Δx ,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

где λ - длина волны.

Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2$ м, $B = 1$ м/с, $C = -0,5$ м/с³. Найти координату x , скорость v и ускорение a точки в момент времени $t = 2$ с.

Дано:

$$x = A + Bt + Ct^3$$

$$A = 2 \text{ м}$$

$$B = 1 \text{ м/с}$$

$$C = -0,5 \text{ м/с}^3$$

$$t = 2 \text{ с}$$

$$x, v, a - ?$$

Решение

Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения A, B и C и времени t :

$$x = (2 + 1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^3) \text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение точки найдем, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени $t = 2$ с.

$$v = (1 - 3 \cdot 0,5 \cdot 2^2) \text{ м/с} = -5 \text{ м/с};$$

$$a = 6(-0,5) \cdot 2 \text{ м/с}^2 = -6 \text{ м/с}^2.$$

Знак "–" показывает, что скорость и ускорение направлены в отрицательную сторону оси x .

Пример 2. Мяч бросили со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 40^\circ$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту h поднимется мяч; 2) на каком расстоянии s от места бросания мяч упадет на землю; 3) сколько времени он будет в движении. Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$\alpha = 40^\circ$$

$h, s, t - ?$

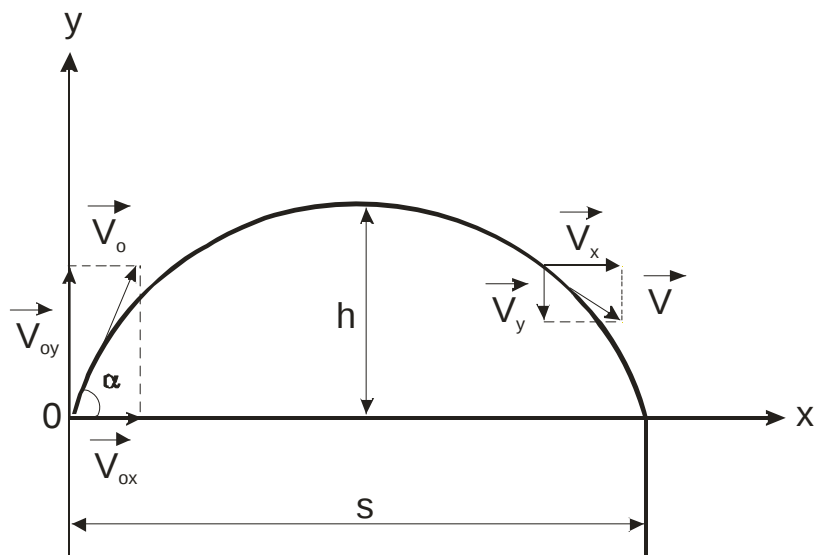


Рис.2

Решение

Проведем оси координат ox и oy вдоль указанных направлений, взяв начало координат в точке бросания.

Траектория тела, брошенного в поле сил тяжести под углом к горизонту, – парабола. Движение по параболе можно представить в виде суммы равномерного движения вдоль горизонтальной оси и равнопеременного движения вдоль вертикальной оси.

Проекции скорости на оси координат:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt & (2) \end{cases}$$

Зависимость координат от времени:

$$\begin{cases} x = v_x t = v_0 t \cos \alpha & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} & (4) \end{cases}$$

В верхней точке траектории $v_y = 0$.

Из (2) получим

$$v_0 \sin \alpha = gt_1.$$

Отсюда время подъема мяча

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

Подставляя t_1 в (4), получим

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{10^2 \cdot 0,643^2}{2 \cdot 9,8} \approx 2,1 \text{ м}$$

Время полета

$$t = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 0,643}{9,8} = 1,3 \text{ с.}$$

Подставляя t в (3), получим дальность полета, т.е. координату места падения

$$s = v_0 t \cos \alpha = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{10^2 \cdot 0,985}{9,8} \approx 10 \text{ м.}$$

Для проверки размерности в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы

$$[s] = \frac{[v]^2}{[g]} = \frac{м^2 \cdot с^2}{с^2 \cdot м} = м$$

Пример 3. На двух шнурах одинаковой длины, равной 0,8 м, подвешены два свинцовых шара массами 0,5 и 1 кг (рис. 3). Шары соприкасаются между собой. Шар меньшей массы отвели в сторону так, что шнур отклонился на угол $\alpha=60^\circ$, и отпустили. На какую высоту поднимутся оба шара после столкновения? Удар считать центральным и неупругим. Определить энергию, израсходованную на деформацию шаров при ударе.

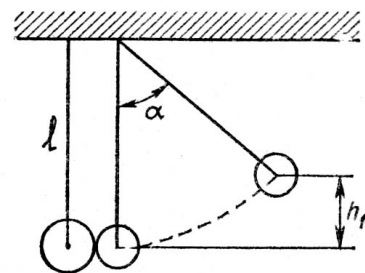


Рис.3

Дано:

$m_1=0,5 \text{ кг}$

$m_2=1 \text{ кг}$

$\alpha=60^\circ$

$l=0,8 \text{ м}$

$h, W_{\text{деф}} - ?$

Решение

Так как удар шаров неупругий, то после удара шары будут двигаться с общей скоростью v . Закон сохранения импульса этого удара имеет вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v. \quad (1)$$

Здесь v_1 и v_2 – скорости шаров до удара. Скорость большого шара до удара равна нулю ($v_2=0$). Скорость меньшего шара найдем, используя закон сохранения

энергии. При отклонении меньшего шара на угол α (рис.3) мы сообщаем ему запас потенциальной энергии, которая затем переходит в кинетическую:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Из рисунка видно, что

$$h_1 = l(1 - \cos \alpha) = 2l \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

поэтому

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) находим скорость шаров после удара:

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (3)$$

Кинетическая энергия, которой обладают шары после удара, переходит в потенциальную:

$$\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = (m_1 + m_2)gh.$$

Отсюда определяем высоту поднятия шаров после столкновения:

$$h = \frac{v^2}{2g},$$

Или с учетом уравнения (3)

$$h = \frac{2m_1^2 l}{(m_1 + m_2)^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$h = 2 \cdot \frac{0,5^2}{1,5^2} \cdot 0,8 \cdot 0,25 = 0,044 \text{ м}$$

При неупругом ударе шаров часть энергии расходуется на их деформацию. Энергия деформации определяется разностью кинетических энергий до и после удара:

$$W_{\text{деф}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}.$$

Используя уравнения (2) и (3), получаем

$$W_{\text{деф}} = 2glm_1 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) \sin^2 \frac{\alpha}{2}.$$

$$W_{\text{деф}} = 2 \cdot 9,81 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \left(1 - \frac{0,5}{1,5}\right) \cdot 0,25 = 1,3 \text{ Дж}$$

Проверка размерности

$$[h] = \frac{[v]^2}{[g]} = \frac{m^2 \cdot c^2}{c^2 \cdot m} = m$$

$$[W] = [g][l][m] = \frac{m \cdot m \cdot K^2}{c^2} = H \cdot m = \text{Дж}.$$

Пример 4. Какую скорость нужно сообщить ракете, чтобы она не вернулась на Землю? Сопротивление атмосферы не учитывать.

Дано:

$$R_0 = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$R \rightarrow \infty$$

v_0 - ?

Решение

С удалением ракеты от Земли будет увеличиваться ее потенциальная энергия и уменьшаться кинетическая.

По закону сохранения механической энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} - G \frac{mM}{R_0} = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R}, \quad (1)$$

где m – масса ракеты, M – масса Земли, G – гравитационная постоянная, v_0 и v – скорости ракеты относительно Земли в начальный и рассматриваемый моменты, R_0 и R – расстояния от центра Земли до ракеты в начальный и рассматриваемый моменты.

Из уравнения (1) имеем

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = m \left(\frac{GM}{R_0} - \frac{GM}{R} \right)$$

или

$$v_0^2 - v^2 = 2GM \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \right).$$

Ракета не вернется на Землю, если ее скорость v будет в бесконечности равна нулю, т.е. $v=0$ при $R \rightarrow \infty$. В этом случае

$$v_0^2 = \frac{2GM}{R_0}. \quad (2)$$

Из закона всемирного тяготения следует, что на поверхности Земли

$$\frac{GmM}{R_0^2} = mg,$$

откуда

$$GM = gR_0^2, \quad (3)$$

где g – ускорение свободного падения на поверхности Земли.

Подставляя формулу (3) в (2), находим

$$v_0^2 = \frac{2gR_0^2}{R_0} \text{ или } v_0 = \sqrt{2gR_0}.$$

Считая, что ракета набирает нужную скорость v_0 уже вблизи поверхности Земли, находим

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 11,2 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость, необходимая для преодоления поля тяготения Земли, называется второй космической или параболической скоростью.

Проверка размерности

$$[v] = [g]^{1/2} [R]^{1/2} = \left[\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \right]^{1/2} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Пример 5. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80$ г (рис. 4) перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением и массой нити пренебречь.

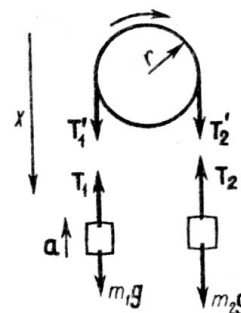


Рис.4

Дано:
 $m=80 \text{ г} = 0,08 \text{ кг}$
 $m_1=100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$
 $m_2=200 \text{ г} = 0,2 \text{ кг}$

a - ?

Решение

Применим к решению задачи уравнения динамики поступательного и вращательного движений.

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и блок в отдельности. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вниз, и сила натяжения нити $\vec{T}$, направленная вверх.

Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза

$$T_1 - m_1g = m_1a, \quad (1)$$

для второго груза

$$m_2g - T_2 = m_2a. \quad (2)$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения, вращающий момент M , приложенный к блоку, равен произведению момента инерции I блока на его угловое ускорение ε :

$$M = I\varepsilon. \quad (3)$$

$\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$ – силы натяжения нити, приложенные к ободу блока. По 3 закону Ньютона

$$T_1' = T_1 \quad \text{и} \quad T_2' = T_2 \quad (4)$$

При движении грузов блок ускоренно вращается по часовой стрелке, следовательно, $T_2' > T_1'$. Вращающий момент, приложенный к блоку, равен произведению разности этих сил на плечо, равное радиуса блока:

$$M = (T_2' - T_1')r.$$

Момент инерции блока

$$I = \frac{mr^2}{2},$$

Угловое ускорение связано с линейным ускорением грузов соотношением

$$\varepsilon = \frac{a}{r}.$$

Подставив в формулу (3) выражения M , I и ε , получим

$$(T_2' - T_1')r = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{a}{r},$$

откуда

$$T_2' - T_1' = \frac{m}{2}a. \quad (5)$$

Из уравнения (1)

$$T_1 = m_1g + m_1a, \quad (6)$$

из уравнения (2)

$$T_2 = m_2g - m_2a. \quad (7)$$

С учетом (4) подставим в уравнение (5) вместо T_1' и T_2' выражения T_1 и T_2 из уравнений (6) и (7), тогда

$$m_2 g - m_2 a - m_1 g - m_1 a = \frac{m}{2} a, \quad \text{или}$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_2 + m_1 + \frac{m}{2})a,$$

откуда

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m/2} g.$$

$$a = \frac{0,2 - 0,1}{0,1 + 0,2 + 0,04} \cdot 9,81 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

Пример 6. Материальная точка массой $m = 5 \text{ г}$ совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5 \text{ Гц}$. Амплитуда колебаний $A = 3 \text{ см}$. Найти 1) скорость v точки в момент времени, когда смещение $x = 1,5 \text{ см}$; 2) максимальную силу $F_{\max}$, действующую на точку; 3) полную энергию W колеблющейся точки.

Дано:

$$m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\nu = 0,5 \text{ Гц}$$

$$A = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$x = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$v, F_{\max}, W - ?$$

Решение

Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi). \quad (2)$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из формул (1) и (2) время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $A^2\omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1, \quad \text{или}$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2\nu^2 A^2} = 1.$$

Решив последнее уравнение относительно v , найдем:

$$v = \pm 2\pi\nu \sqrt{A^2 - x^2}.$$

$$v = \pm 2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \sqrt{9 - 2,25} \cdot 10^{-2} = 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}.$$

Знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x , знак минус — когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x .

Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma, \quad (3)$$

где a — ускорение точки, которое получим взяв производную по времени от скорости:

$$a = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi), \quad \text{или}$$

$$a = -4\pi^2 \nu^2 A \cos(\omega t + \varphi).$$

Подставив выражение ускорения в формулу (3), получим

$$F = -4\pi^2 \nu^2 m A \cos(\omega t + \varphi).$$

Отсюда максимальное значение силы

$$F_{\max} = 4\pi^2 \nu^2 mA.$$

$$F_{\max} = 4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,5^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н.}$$

Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия W колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии:

$$W = W_{k \max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}. \quad (4)$$

Максимальную скорость определим из формулы (2), положив $\sin(\omega t + \varphi) = -1$:

$$v_{\max} = 2\pi\nu A.$$

Подставив выражение скорости в формулу (4), найдем

$$W = 2\pi^2 m \nu^2 A^2.$$

$$W = 2 \cdot (3,14)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot (0,5)^2 \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2 = 22,1 \cdot 10^{-6} \text{ Дж}$$

Проверка размерности

$$[v] = [v][A] = \Gamma_{\mathcal{U}} \cdot \mathcal{M} = \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{C}}$$

$$[F] = [v]^2 [m][A] = \Gamma_{\mathcal{U}}^2 \cdot \kappa_{\mathcal{Z}} \cdot \mathcal{M} = \frac{\kappa_{\mathcal{Z}} \cdot \mathcal{M}}{\mathcal{C}^2} = H$$

$$[W] = [v]^2 [m][A]^2 = \Gamma_{\mathcal{U}}^2 \cdot \kappa_{\mathcal{Z}} \cdot \mathcal{M}^2 = \frac{\kappa_{\mathcal{Z}} \cdot \mathcal{M}}{\mathcal{C}^2} \cdot \mathcal{M} = H \cdot \mathcal{M} = \text{Дж}$$

Задачи

101. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью $v_1 = 18$ км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 22$ км/ч, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5$ км/ч. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ велосипедиста.

102. Материальная точка движется в плоскости xu согласно уравнениям $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ и $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $B_1 = 7$ м/с, $C_1 = -2$ м/с², $B_2 = -1$ м/с, $C_2 = 0,2$ м/с². Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени $t = 5$ с.

103. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением $a = 5$ м/с². Определить, на сколько путь, пройденный точкой в n -ю секунду, будет больше

пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять $v_0 = 0$.

104. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^3$, где $A = 3$ м/с; $B = 0,06$ м/с³. Найти скорость v и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости $\langle v_x \rangle$ и ускорения $\langle a_x \rangle$ за первые 3 секунды движения?

105. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями: $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$ где $A_1 = 20$ м, $A_2 = 2$ м, $B_2 = B_1 = 2$ м/с, $C_1 = -4$ м/с², $C_2 = 0,5$ м/с². В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости v_1 и v_2 и ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

106. С какой высоты H упало тело, если последний метр своего пути оно прошло за время $t = 0,1$ с?

107. Мяч с отвесной скалы высотой 24,5 м бросают в горизонтальном направлении с некоторой начальной скоростью. Мяч попадает в цель, лежащую на земле на расстоянии 30 м от основания скалы. С какой начальной скоростью он был брошен и какую конечную скорость он приобрел, попадая в цель?

108. Под каким углом к горизонту надо бросить тело со скоростью 20 м/с, чтобы дальность полета была в 4 раза больше наибольшей высоты подъема? Определить радиус кривизны траектории в верхней ее точке.

109. Камень, брошенный под углом 30° к горизонту с высоты 5 м, упал на землю. Определить конечную скорость камня, дальность полета, если $v_0 = 22$ м/с.

110. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении со скоростью 20 м/с. Определить скорость, а также тангенциальное и нормальное ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

111. Точка движется по окружности радиусом $R = 1,2$ м. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0,5$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 4$ с.

112. Определить скорость v и полное ускорение a точки в момент времени $t = 2$ с, если она движется по окружности радиусом $R = 1$ м согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 8$ м/с, $B = -1$ м/с³.

113. Точка движется по окружности радиусом $R = 8$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4$ м/с², вектор полного ускорения $\vec{a}$ образует в этот момент с вектором нормального ускорения $\vec{a}_n$ угол $\alpha = 60^\circ$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

114. Материальная точка, находившаяся в покое, начала двигаться по окружности с постоянным тангенциальным ускорением 0,6 м/с². Чему будут равны нормальное и полное ускорения точки в конце пятой секунды после начала движения; сколько оборотов сделает точка за это время, если радиус окружности 5 см?

115. Диск радиусом $R = 0,2$ м вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ

нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

116. С каким ускорением будет двигаться тело массой $m = 2$ кг по горизонтальной плоскости, если к нему приложена сила $F = 5$ Н, направленная под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения $\mu = 0,1$.

117. Какова скорость пули из духового ружья, если масса пули $m = 2,5$ г, длина ствола $l = 0,7$ м, диаметр ствола $D = 5$ мм, а среднее давление воздуха во время выстрела $p = 9,8$ Мпа?

118. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^\circ$. Пройдя путь $s = 36,4$ см, тело приобрело скорость $v = 2$ м/с. Найти коэффициент трения.

119. Через неподвижный блок перекинута тонкая нерастяжимая нить, на концах которой подвешены два груза массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Какой путь пройдет каждый из грузов за первые 2 с? Считать, что блок вращается без трения. Массой блока пренебречь.

120. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R = 200$ м. Во сколько раз сила F , с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести P летчика, если скорость самолета $v = 100$ м/с?

121. Период T вращения искусственного спутника Земли равен 2 ч. Считая орбиту спутника круговой, найти, на какой высоте h над поверхностью Земли движется спутник. Радиус Земли $R = 6,37 \cdot 10^6$ м, ускорение свободного падения на поверхности Земли $g = 9,81$ м/с².

122. Какова масса Земли, если известно, что Луна в течение года совершает 13 обращений вокруг Земли и расстояние от Земли до Луны равно $3,84 \cdot 10^8$ м?

123. С высоты $h = 2$ м на стальную плиту свободно падает шарик массой $m = 200$ г и подпрыгивает на высоту $h_1 = 0,5$ м. Определить импульс p , полученный шариком при ударе.

124. Определить импульс p , полученный стенкой при ударе о нее шарика массой $m = 300$ г, если шарик двигался со скоростью $v = 8$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости стенки. Удар о стену считать упругим.

125. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его $m_1 = 60$ кг, масса доски $m_2 = 20$ кг. С какой скоростью (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь, трение не учитывать.

126. Шар массой $m_1 = 5$ кг движется со скоростью $v_1 = 1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 2$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

127. Два шарика массами 1 г и 2 г, подвешенные на двух параллельных нитях, соприкасаются между собой. Длина каждой нити 50 см. Меньший шарик отвели в сторону так, что нить отклонилась на угол 90° , и отпустили. На какую высоту поднимутся шарики после удара, если удар неупругий?

128. В подвешенный на нити длиной $l = 1,8$ м деревянный шар массой $m_1 = 8$ кг попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2 = 4$ г. С какой скоростью

летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 30^\circ$? Размером шара пренебречь. Удар считать прямым, центральным.

129. Тело массой 2 кг, двигавшееся со скоростью 10 м/с, сталкивается с неподвижным телом массой 3 кг. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившейся при ударе.

130. Какую нужно совершить работу A , чтобы пружину жесткостью $k = 800$ Н/м, сжатую на $x = 6$ см, дополнительно сжать на $\Delta x = 8$ см?

131. Какая работа A будет совершена силами гравитационного поля при падении на Землю тела массой $m = 2$ кг: 1) с высоты $h = 1000$ км; 2) из бесконечности?

132. С поверхности Земли вертикально вверх пущена ракета со скоростью $v = 5$ км/с. На какую высоту она поднимается?

133. Камень брошен со скоростью $v_0 = 15$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найти кинетическую и потенциальную энергии в высшей точке траектории. Масса камня $m = 0,2$ кг. Силами сопротивления пренебречь.

134. Найти работу, совершаемую при подъеме груза массой $m = 10$ кг по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$ на расстоянии $s = 2$ м, если время подъема $t = 2$ с, а коэффициент трения $\mu = 0,1$.

135. Какую работу совершают двигатели электропоезда на пути $s = 100$ м при разгоне с ускорением $1,5$ м/с² по горизонтальной поверхности? Масса электропоезда $m = 10^5$ кг, коэффициент трения $\mu = 0,05$.

136. Частица движется вдоль оси x под действием переменной силы $F = Ax^2 + Bx$. Найти работу этой силы на участке от $x_1 = 0,2$ м до $x_2 = 0,3$ м. $A = 6 \cdot 10^3$ Н/м², $B = 4 \cdot 10^2$ Н/м. Сила направлена вдоль оси x .

137. Налетев на пружинный буфер, вагон массой $m = 16$ т, двигавшийся со скоростью $v = 0,6$ м/с, остановился, сжав пружину на $\Delta l = 8$ см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

138. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося с наклонной плоскости высотой $h = 20$ см.

139. Тонкостенный цилиндр, масса которого $m = 12$ кг, а диаметр основания $D = 30$ см, вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4$ рад; $B = -2$ рад/с; $C = 0,2$ рад/с³. Определить действующий на цилиндр момент сил M в момент времени $t = 3$ с.

140. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определить момент инерции I маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

141. Нить с привязанными к ее концам грузами массой $m_1 = 50$ г и $m_2 = 60$ г перекинута через блок диаметром $D = 4$ см. Определить момент инерции I блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon = 1,5$ рад/с².

142. По горизонтальной плоской поверхности катится диск со скоростью $v = 8$ м/с. Определить силу сопротивления, если диск, будучи предоставленным

самому себе, остановился, пройдя путь $s = 18$ м. Масса диска $m = 2$ кг.

143. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t = 8$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

144. На краю платформы в виде диска, вращающегося по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8 \text{ мин}^{-1}$, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10 \text{ мин}^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

145. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D = 0,8$ м и массой $m_1 = 6$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m = 0,5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0,4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v = 5$ м/с.

146. Определить период колебаний стержня T длиной $l = 30$ см около горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

147. На стержне длиной $l = 30$ см укреплены два одинаковых грузика: один – в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период гармонических колебаний T . Массой стержня пренебречь.

148. Однородный диск радиусом $0,4$ м колеблется в вертикальной плоскости около горизонтальной оси. Ось перпендикулярна диску и проходит через его край. Как изменится период колебаний диска, если ось перенести к центру параллельно самой себе на расстояние $1/4$ радиуса от прежнего положения?

149. Период колебаний математического маятника 10 с. Длина этого маятника равна сумме длин двух других математических маятников, один из которых имеет частоту колебаний $1/6$ Гц. Чему равен период колебаний второго из этих маятников?

150. Определить максимальное ускорение $a_{\max}$ материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A = 15$ см, если наибольшая скорость точки $v_{\max} = 30$ см/с. Написать также уравнение колебаний.

151. Колебания материальной точки происходят согласно уравнению $x = A \cos \omega t$, где $A = 8$ см, $\omega = \pi/6 \text{ с}^{-1}$. В момент, когда возвращающая сила F в первый раз достигла значения -5 мН, потенциальная энергия Π точки стала равной 100 мкДж. Найти этот момент времени t и соответствующую ему фазу ωt .

152. Уравнение движения материальной точки массой 5 г имеет вид $x = 2 \sin(\pi t/6 + \pi/8)$ см. Определить максимальную возвращающую силу и полную энергию колебаний.

153. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M = 200$ г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью

$k = 500$ Н/м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, имеющая в момент удара скорость $v = 300$ м/с, направленную вдоль оси пружины. Считая удар абсолютно неупругим и пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

154. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x = A_1 \cos \omega_1 t$ и $y = A_2 \sin \omega_2 t$, где $A_1 = 2$ см, $\omega_1 = 2$ с⁻¹, $A_2 = 4$ см, $\omega_2 = 2$ с⁻¹. Найти уравнение траектории точки, построить её с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

155. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ и $x_2 = A_2 \sin \omega_2 (t + \tau)$, где $A_1 = A_2 = 3$ см, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$ с⁻¹, $\tau = 0,5$ с. Определить амплитуду A начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать его уравнения. Построить векторную диаграмму для момента времени $t = 0$.

156. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos 2\omega t$, где $A_1 = 2$ см, $A_2 = 3$ см. Найти уравнение траектории точки, построить её с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

157. Точка совершает одновременно два гармонических колебания одинаковой частоты, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями: $x = A_1 \cos \omega t$ и $y = A_2 \cos(\omega t + \pi)$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см. Найти уравнение траектории точки, построить её с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

158. Сколько полных колебаний должен сделать маятник, логарифмический декремент затухания которого $0,054$, для того чтобы амплитуда его колебаний уменьшилась в три раза?

159. На каком расстоянии находится колеблющаяся точка от источника колебаний, если смещение точки от положения равновесия равно половине амплитуды для момента времени $t = T/3$? Длина волны равна 4 м.

160. Тело массой $m = 5$ г совершает затухающие колебания. В течение времени $t = 50$ с тело потеряло 60% своей энергии. Определить коэффициент сопротивления r .

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основные формулы

- Количество вещества (число молей)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N — число молекул (атомов, ионов и т.п.), N_A — постоянная Авогадро ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$).

- Молярная масса вещества

$$M = \frac{m}{\nu},$$

где m — масса однородного вещества.

- Уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

где m — масса газа, M — молярная масса газа, R — универсальная газовая постоянная, T — термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения Менделеева — Клапейрона для изопроцессов:

- а) закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс: $T = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$p_1 V_1 = p_2 V_2;$$

- б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс: $p = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

- в) закон Шарля (изохорный процесс: $V = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$\frac{p}{T} = \text{const},$$

или для двух состояний

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

- г) объединенный газовый закон ($m = \text{const}$)

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

где p_1, V_1, T_1 — давление, объем и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 — те же величины в конечном состоянии.

- Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов,

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i — парциальные давления компонентов смеси; n — число компонентов смеси.

Парциальным давлением называется давление газа, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

- Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V},$$

где N — число молекул, содержащихся в данной системе, V — объем системы.

- Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{kv} \rangle^2 = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_n \rangle,$$

где m_0 — масса одной молекулы, $\langle v_{kv} \rangle$ — средняя квадратичная скорость, $\langle \varepsilon_n \rangle$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k — постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i — число степеней свободы молекулы.

- Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT.$$

- Скорости молекул:

$$\langle v_{kv} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \text{ — средняя квадратичная;}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \text{ — средняя арифметическая;}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \text{ — наиболее вероятная.}$$

- Барометрическая формула (распределение давления в однородном поле силы тяжести)

$$p = p_0 e^{-mgh/(kT)}, \text{ или } p = p_0 e^{-Mgh/(RT)},$$

где p — давление газа; m — масса частицы; M — молярная масса; h — координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; p_0 — давление на этом уровне; g — ускорение свободного падения; R — универсальная газовая постоянная.

- Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle,$$

где d — эффективный диаметр молекулы; n — концентрация молекул; $\langle v \rangle$ — средняя арифметическая скорость молекул.

- Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$$

- Уравнение диффузии (закон Фика)

$$\Delta m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta t,$$

где Δm — масса вещества, перенесенная за время Δt через площадку ΔS при диффузии, $\frac{d\rho}{dx}$ — градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS , D — коэффициент диффузии.

Коэффициент диффузии

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle.$$

- Уравнение вязкости (закон Ньютона)

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S,$$

где F — сила внутреннего трения между движущимися слоями газа, $\frac{dv}{dx}$ — градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS , η — коэффициент вязкости.

Коэффициент вязкости (внутреннего трения)

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho = D\rho,$$

где ρ — плотность газа.

- Уравнение теплопроводности (закон Фурье)

$$\Delta Q = -\kappa \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t,$$

где ΔQ — количество теплоты, переносимое за время Δt через площадку ΔS в результате теплопроводности, $\frac{dT}{dx}$ — градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS , κ — коэффициент теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности

$$\kappa = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho c_V = \eta c_V$$

где c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

- Теплоемкость тела

$$C_{\text{тела}} = \frac{d'Q}{dT},$$

где $d'Q$ — количество теплоты, сообщение которого повышает температуру тела на dT .

Удельная теплоемкость

$$c_{y\partial} = \frac{d'Q}{mdT}.$$

Молярная теплоемкость

$$C_m = \frac{d'Q}{\frac{m}{M} dT}.$$

Связь между молярной и удельной теплоемкостями газа

$$C_m = c_{y\partial} \cdot M.$$

Молярные теплоемкости при постоянном объеме (C_V) и постоянном давлении (C_p)

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

- Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатном процессе

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

или для двух состояний газа

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad \text{или} \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$ — показатель адиабаты.

- Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{m}{M} C_V T.$$

- Работа, связанная с изменением объема газа, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_2}^{V_1} p dV,$$

где V_1 — начальный объем газа; V_2 — его конечный объем.

Работа газа:

а) при изобарном процессе ($p = \text{const}$)

$$A = p (V_2 - V_1);$$

б) при изотермическом процессе ($T = \text{const}$)

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

в) при адиабатном процессе

$$A = \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) \quad \text{или} \quad A = \frac{RT_1}{\gamma-1} \cdot \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right],$$

где T_1 — начальная температура газа; T_2 — его конечная температура.

- Первое начало термодинамики в общем случае записывается в виде

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q — количество теплоты, сообщенное газу; ΔU — изменение его внутренней энергии; A — работа, совершаемая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики:

а) при изобарном процессе

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + p \Delta V;$$

б) при изохорном процессе ($A = 0$)

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T;$$

в) при изотермическом процессе ($\Delta U = 0$)

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

г) при адиабатном процессе ($Q = 0$)

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T.$$

- Термический КПД цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — теплота, полученная рабочим телом от теплоотдатчика; Q_2 — теплота, переданная рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 — термодинамические температуры теплоотдатчика и теплоприемника.

- Изменение энтропии системы

$$\Delta S = \int_A^B \frac{d'Q}{T},$$

где A и B — пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

Примеры решения задач

Пример 1. Определить число N молекул, содержащихся в объеме $V = 1 \text{ мм}^3$ воды, и массу m_0 молекулы воды.

Дано:

$$V = 1 \text{ мм}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$N = ?$ $m_0 = ?$

Решение

Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m , равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν :

$$N = \nu N_A.$$

Так как $\nu = m/M$, где M — молярная масса, то $N = m N_A / M$. Выразив в этой формуле массу, как произведение плотности на объем V , получим

$$N = \rho V N_A / M$$

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ молекул} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Массу m_0 одной молекулы можно найти по формуле

$$m_0 = M / N_A$$

$$m_0 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \text{ кг} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг.}$$

Проверка размерности

$$[m_0] = \frac{[M]}{[N_A]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}}{\text{моль}} = \text{кг.}$$

Пример 2. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350 \text{ К}$, а также кинетическую энергию $E_{\text{вр}}$ вращательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4 \text{ г}$.

Дано:

$$T = 350 \text{ К}$$

$$m = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$i = 5$$

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle, E_{\text{вр}} — ?$$

Решение

На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT$, где k — постоянная Больцмана; T — термодинамическая температура газа. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода — двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT \quad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$E_{\text{вр}} = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle N. \quad (2)$$

Число всех молекул газа

$$N = N_A \nu, \quad (3)$$

где N_A — постоянная Авогадро; ν — количество вещества.

Если учесть, что количество вещества $\nu = m / M$, где m — масса газа; M — молярная масса газа, то формула (3) примет вид

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Подставив выражение N в формулу (2), получаем формулу

$$E_{\text{вр}} = N_A m \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle / M \quad (4)$$

$$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

$$E_{\text{вр}} = 6,02 \cdot 10^{23} \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} 4,83 \cdot 10^{-21} = 364 \text{ Дж}$$

Проверка размерности

$$[\varepsilon_{ep}] = [k][T] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \text{К} = \text{Дж}$$

$$[E_{ep}] = \frac{[N_A][m]\varepsilon_{ep}}{[M]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{Дж} \cdot \text{моль}}{\text{моль} \cdot \text{кг}} = \text{Дж}$$

Пример 3. Кислород занимает объем $V_1=1 \text{ м}^3$ и находится под давлением $p_1=200 \text{ кПа}$. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема $V_2=3 \text{ м}^3$, а затем при постоянном объеме до давления $p_2=500 \text{ кПа}$. Построить график процесса и найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A ; 3) количество теплоты Q , переданное газу.

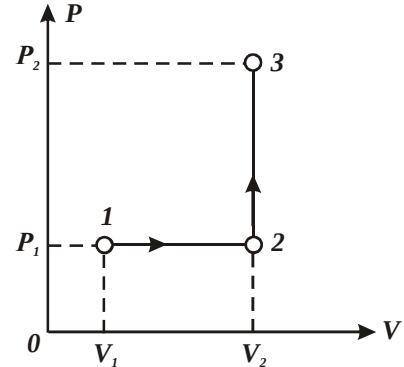


Рис.5

Дано:

$$V_1 = 1 \text{ м}^3$$

$$p_1 = 200 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 3 \text{ м}^3$$

$$p_2 = 500 \text{ кПа} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$i = 5$$

$\Delta U, A, Q$ — ?

Решение

Построим график процесса (рис.5). На графике точками 1, 2, 3 обозначены состояния газа, характеризуемые параметрами (p_1, V_1, T_1) , (p_1, V_2, T_2) , (p_2, V_2, T_3) . Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 3:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R (T_3 - T_1) \quad (1)$$

Температуры T_1 и T_3 найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона ($pV = \frac{m}{M} RT$)

$$T_1 = \frac{p_1 V_1 M}{m R} \text{ и } T_2 = \frac{p_2 V_2 M}{m R}$$

С учетом этого равенство (1) запишем в виде $\Delta U = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$

$$\Delta U = \frac{5}{2} (5 \cdot 3 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5) = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Полная работа, совершаемая газом,

$$A = A_{12} + A_{23},$$

где A_{12} — работа на участке 1-2, A_{23} — работа на участке 2-3. На участке 1-2 $p = \text{const}$. Поэтому

$$A_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$$

На участке 2 — 3 $V = \text{const}$ и $A_{23} = 0$.

$$A = A_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$A = 2 \cdot 10^5 \cdot 2 = 0,4 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Согласно первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + A = 3,65 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Проверка размерности

$$[\Delta U] = [p][V] = \frac{H}{m^2} m^3 = H \cdot m = Дж$$

Пример 4. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $1,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$. Температура нагревателя 400 К, температура холодильника 260 К. Найти КПД машины, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

Дано:

$$A = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Дж};$$

$$T_1 = 400 \text{ К};$$

$$T_2 = 260 \text{ К}.$$

$$\eta, Q_1, Q_2 - ?$$

Решение

КПД машины, работающей по циклу Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

где T_1 — температура нагревателя, T_2 — температура холодильника.

С другой стороны

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где A — работа, совершенная рабочим телом тепловой машины, Q_1 — теплота, полученная от нагревателя.

Тогда

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}.$$

Работа, совершенная рабочим телом тепловой машины,

$$A = Q_1 - Q_2$$

Отсюда

$$Q_2 = Q_1 - A$$

$$\eta = \frac{400 - 260}{400} = 0,35$$

$$Q_1 = \frac{1,5 \cdot 10^5}{0,35} = 4,3 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

$$Q_2 = (4,3 - 1,5) 10^5 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ Дж}$$

Пример 5. Лед массой 2 кг при температуре -13°C нагревается до 0°C и превращается в воду. Найти изменение энтропии. Удельная теплоемкость льда

$$c = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \text{ удельная теплота плавления льда } \lambda = 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

Дано:

$$m = 2 \text{ кг}$$

$$T_1 = 260 \text{ К}$$

$$T_2 = 273 \text{ К}$$

$$c = 2,1 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

ΔS - ?

Тогда

Решение

Полное изменение энтропии $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$, где ΔS_1 — изменение энтропии при нагревании льда, ΔS_2 — изменение энтропии при превращении льда в воду.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{d'Q}{T}$$

При нагревании количество тепла, сообщенное телу,

$$d'Q = mc dT$$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} mc \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Плавление льда происходит при температуре T_2 :

$$\Delta S_2 = \frac{1}{T_2} \int_1^2 d'Q = \frac{Q}{T_2},$$

где Q — количество теплоты, сообщенное при превращении льда при $T_2 = 273 \text{ К}$ в воду той же температуры, т.к. $Q = \lambda \cdot m$, то

$$\Delta S_2 = \frac{\lambda m}{T_2}.$$

Полное изменение энтропии

$$\Delta S = m \left(c \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda}{T_2} \right)$$

$$\Delta S = 2 \left(2,1 \cdot 10^3 \ln \frac{273}{260} + \frac{3,35 \cdot 10^5}{273} \right) = 2,66 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

$$[\Delta S] = [m][c] = \text{кг} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Задачи

201. За 5 суток полностью испарилось 200 л воды. Сколько в среднем вылетело молекул с поверхности воды за 1 с ?

202. Найти количество вещества и число молекул углекислого газа (CO_2) массой $m = 0,4 \text{ г}$.

203. Определить давление, оказываемое водородом на стенки сосуда, если средняя арифметическая скорость молекул газа составляет 1850 м/с и в 1 см^3 находится $3 \cdot 10^{20}$ молекул.

204. Найти кинетическую энергию теплового вращательного движения молекул, содержащихся в 100 г азота при температуре 7°С .

205. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на 50 м/с ?

206. Плотность некоторого газа равна $6 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$, средняя квадратичная

скорость молекул этого газа равна 500 м/с. Найти давление газа на стенки сосуда.

207. Количество вещества гелия $\nu = 1,5$ моль, температура $T = 120$ К. Определить суммарную кинетическую энергию W_k поступательного движения всех молекул этого газа.

208. Газ находится при температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$ и давлении $p_1 = 0,5$ МПа. Какое давление потребуется для того, чтобы увеличить плотность газа в 2 раза, если температура его будет доведена до 80°C ?

209. Объем пузырька воздуха по мере всплывания его со дна озера на поверхность увеличивается в 3 раза. Какова глубина озера?

210. Один баллон объемом $V_1 = 10$ л содержит кислород под давлением $p_1 = 1,5$ МПа, другой баллон объемом $V_2 = 22$ л содержит азот под давлением $p_2 = 0,6$ МПа. Когда баллоны соединили между собой, оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1' и p_2' обоих газов в смеси и полное давление p' смеси.

211. Вертикально поставленный цилиндр заполнен воздухом при давлении 0,1 МПа и закрыт легкоподвижным поршнем, масса которого 50 кг и площадь поперечного сечения 49 см^2 . При температуре 27°C поршень устанавливается на некоторой высоте от дна цилиндра. Как изменится положение поршня, если на него положить дополнительный груз массой 50 кг, а температуру повысить на 150 К?

212. На какой высоте h над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на её поверхности? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

213. Аргон находится в сосуде при температуре 17°C и давлении 1,0 атм. Вычислить среднюю длину свободного пробега молекул.

214. Молекулы водорода обладают средней арифметической скоростью 1720 м/с при нормальном давлении. Определить число столкновений молекулы за 1 с.

215. Определить коэффициент теплопроводности кислорода при давлении 0,11 МПа и температуре 320 К, если коэффициент диффузии в этих условиях равен $0,2\text{ см}^2/\text{с}$.

216. Плотность некоторого газа при нормальных условиях равна $1,25\text{ г/м}^3$. Отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равно 1,4. Определить эти удельные теплоемкости.

217. Трехатомный газ под давлением $p = 240$ кПа и температуре $t = 20^\circ\text{C}$ занимает объем $V = 10$ л. Определить теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

218. 1 кг водорода при температуре 27°C изотермически расширили до двойного объема, а затем изохорически охладили, уменьшив первоначальное давление в 5 раз. Дать схему кривых в системе координат p, V . Подсчитать изменение внутренней энергии и работу газа.

219. 1 кг кислорода охлаждают с 66 до 24°C при постоянном давлении. Определить изменение внутренней энергии, внешнюю работу газа и количество

выделенного тепла.

220. 4 л углекислого газа за счет нагревания расширили до 8 л при постоянном давлении, а затем адиабатически расширили до объема 11 л и давления 1 атм. Определить количество тепла, затраченного при нагревании, и изменение внутренней энергии при адиабатическом расширении газа.

221. Определить работу A , которую совершит азот, если ему при постоянном давлении сообщить количество теплоты $Q = 21$ кДж. Найти также изменение ΔU внутренней энергии газа.

222. 1 моль азота при температуре 10°C и давлении $3 \cdot 10^5$ Па расширяют в первом случае изотермически, а во втором случае адиабатически, конечное давление равно 1 атм. Найти работу расширения при изотермическом и адиабатическом процессах.

223. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от $T_1 = 380$ К до $T_1' = 560$ К? Температура теплоприемника $T_2 = 280$ К.

224. Газ, совершающий цикл Карно, отдал теплоприемнику теплоту $Q_2 = 14$ кДж. Определить T_1 теплоотдатчика, если при температуре теплоприемника $T_2 = 280$ К работа цикла $A = 6$ кДж.

225. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура T_1 теплоотдатчика равна 500 К, температура теплоприемника $T_2 = 250$ К. Определить термический КПД η цикла, также работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа A_2 , равная 70 Дж.

226. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 теплоотдатчика в четыре раза ($n = 4$) больше температуры теплоприемника. Какую долю w количества теплоты, полученного за один цикл теплоотдатчика, газ отдаст теплоприемнику?

227. 1 кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до объема $V_2 = 5V_1$. Найти: 1) изменение внутренней энергии газа, 2) работу, совершенную при расширении.

228. При изобарическом нагревании 5 молей двухатомного газа его абсолютная температура увеличилась в 1,5 раза. Найти изменение энтропии.

229. Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда, находящегося при $t_1 = -20^\circ\text{C}$ в воду при $t_2 = 0^\circ\text{C}$.

230. Найти изменение энтропии при переходе 6 г водорода от объема 20 л под давлением $1,5 \cdot 10^5$ Па к объему в 60 л под давлением в 10^5 Па.

ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные формулы

- Закон Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2},$$

где F — сила взаимодействия двух точечных зарядов Q_1 и Q_2 ; r — расстояние между зарядами; ϵ — диэлектрическая проницаемость среды; ϵ_0 — электрическая постоянная ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

- Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{F} / Q,$$

где $\vec{F}$ — сила, действующая на точечный положительный заряд Q , помещенный в данную точку поля.

- Сила, действующая на точечный заряд Q , помещенный в электрическое поле,

$$\vec{F} = Q\vec{E}.$$

- Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

- Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей: напряженность поля, создаваемого системой зарядов, равна векторной (геометрической) сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов в отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.$$

- Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной равномерно заряженной нитью на расстоянии r от ее оси,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

где τ — линейная плотность заряда.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити

$$\tau = \frac{\Delta Q}{\Delta l}.$$

- Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon},$$

где σ — поверхностная плотность заряда.

Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}.$$

- Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по модулю поверхностной плотностью σ заряда (поле плоского конденсатора)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Приведенная формула справедлива для вычисления напряженности поля между пластинами плоского конденсатора (в средней части его) только в том случае, если расстояние между пластинами много меньше линейных размеров пластин конденсатора.

- Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии точечного положительного заряда, помещенную в данную точку поля к этому заряду:

$$\varphi = \Pi / Q.$$

Потенциал электрического поля в бесконечности условно принят равным нулю.

- Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}.$$

- Потенциал электрического поля, созданного системой n точечных зарядов, в данной точке в соответствии с принципом суперпозиции электрических полей равен алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n$ создаваемых отдельными точечными зарядами $Q_1, Q_2 \dots Q_n$.

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i.$$

- Потенциал связан с напряженностью электрического поля соотношением

$$\vec{E} = -grad \varphi.$$

В случае однородного поля, т.е. поля, напряженность которого в каждой точке его одинакова как по модулю, так и по направлению,

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2) / d,$$

где φ_1 и φ_2 — потенциалы точек двух эквипотенциальных поверхностей; d — расстояние между этими поверхностями вдоль силовой линии.

- Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда Q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1 , в другую, имеющую потенциал φ_2 ,

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В случае однородного поля эта формула принимает вид

$$A = QE l \cos \alpha,$$

где l — перемещение; α — угол между направлениями вектора $\vec{E}$ и

перемещения $\vec{l}$.

- Электроемкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \frac{Q}{\varphi} \text{ или } C = \frac{Q}{U},$$

где Q — заряд, сообщенный проводнику (конденсатору); φ — потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю); U — разность потенциалов пластин конденсатора.

- Электроемкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d,$$

где S — площадь пластины (одной) конденсатора; d — расстояние между пластинами.

- Электроемкость батареи конденсаторов:

а) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$ при последовательном соединении;

б) $C = \sum_{i=1}^N C_i$ при параллельном соединении,

где N — число конденсаторов в батарее.

- Энергия заряженного конденсатора:

$$W = QU / 2, \quad W = CU^2 / 2, \quad W = Q^2 / (2C).$$

- Объемная плотность энергии (энергия электрического поля, приходящаяся на единицу объема)

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2.$$

- Сила постоянного тока

$$I = Q / t,$$

где Q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t .

- Плотность тока

$$j = I / S,$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

- Закон Ома:

а) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}$ для участка цепи, не содержащего ЭДС, где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$

— разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи; R — сопротивление участка;

б) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon}{R}$ для участка цепи, содержащего ЭДС, где ε — ЭДС

источника тока; R — полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ для замкнутой (полной) цепи, где R — внешнее сопротивление

цепи; r — внутреннее сопротивление цепи.

- Правила Кирхгофа.

Первое правило: алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$\sum I_i = 0.$$

Второе правило: в замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равно алгебраической сумме ЭДС, т.е.

$$\sum I_i R_i = \sum \mathcal{E}_i.$$

- Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho l / S,$$

где ρ — удельное сопротивление; l — длина проводника; S — площадь его поперечного сечения.

- Проводимость G проводника и удельная проводимость γ вещества

$$G = 1/R, \quad \gamma = 1/\rho.$$

- Зависимость удельного сопротивления от температуры

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 — удельные сопротивления соответственно при t и 0°C ; t — температура (по шкале Цельсия); α — температурный коэффициент сопротивления.

- Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum R_i$ при последовательном соединении, где R_i — сопротивление i -го проводника.

б) $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$ при параллельном соединении.

- Работа тока:

$$A = IUt, \quad A = I^2 R t, \quad A = U^2 t / R.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи на концах которого поддерживается напряжение U , последние две — для участка, не содержащего ЭДС.

- Мощность тока:

$$P = IU, \quad P = I^2 R, \quad P = U^2 / R.$$

- Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t$$

- Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ — удельная проводимость; $\vec{E}$ — напряженность электрического поля; $\vec{j}$ — плотность тока.

- Связь удельной проводимости γ с подвижностью b заряженных частиц (ионов)

$$\gamma = Qn(b_+ + b_-),$$

где Q — заряд иона; n — концентрация ионов; b_+ и b_- — подвижности положительных и отрицательных ионов.

Подвижность ионов

$$b = \langle v \rangle / E,$$

где $\langle v \rangle$ — средняя скорость упорядоченного движения ионов; E — напряженность электрического поля

- Плотность тока насыщения

$$j_{\text{нас}} = Qn_0d,$$

где n_0 — число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени; d — расстояние между электродами, $n_0 = N/(Vt)$, где N — число пар ионов, создаваемых ионизатором за время t в пространстве между электродами; V — объем этого пространства.

- Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

$$\omega = \gamma E^2,$$

где ω — объемная плотность тепловой мощности.

Примеры решения задач

Пример 1. Три точечных положительных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 1$ нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд Q_4 нужно поместить в центре треугольника, чтобы указанная система зарядов находилась в равновесии?

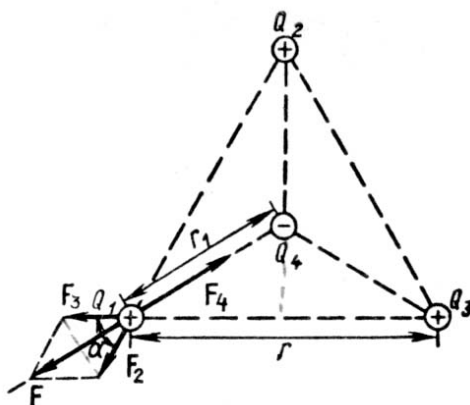


Рис.6

Дано:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$Q_4 = ?$

Решение

Все три заряда, расположенные по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы какой-нибудь из трех зарядов, например Q_1 , находился в равновесии. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии, если векторная сумма действующих на него сил равна нулю (рис.6):

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F} + \vec{F}_4 = 0 \quad (1)$$

где $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ — силы, с которыми соответственно действуют на заряд Q_1

заряды Q_2, Q_3, Q_4 ; $\vec{F}$ — равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$.

Так как силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_4$ направлены по одной прямой в противоположные стороны, то векторное равенство (1) можно заменить скалярным: $F - F_4 = 0$, откуда

$$F = F_4. \quad (2)$$

По закону Кулона

$$F_2 = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad F_3 = \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Следовательно,

$$F_2 = F_3$$

Из рисунка видно, что

$$F = 2F_2 \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \frac{Q_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{Q_1^2 \sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

$$F_4 = \frac{Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}.$$

Из геометрических построений в равностороннем треугольнике следует, что

$$\frac{r}{2} = r_1 \cos \frac{\alpha}{2}, \quad r_1 = \frac{r}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{\sqrt{3}}.$$

Тогда

$$F_4 = \frac{3Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

подставляя в (2) F и F_4 , получаем

$$\frac{Q_1^2 \sqrt{3}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{3Q_1 Q_4}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$Q_4 = \frac{Q_1}{\sqrt{3}}$$

$$Q_4 = \frac{10^{-9}}{\sqrt{3}} = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл.}$$

Пример 2. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд $Q = 40$ нКл с линейной плотностью $\tau = 50$ нКл/м. Определить напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого этим зарядом в точке A , лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное половине радиуса.

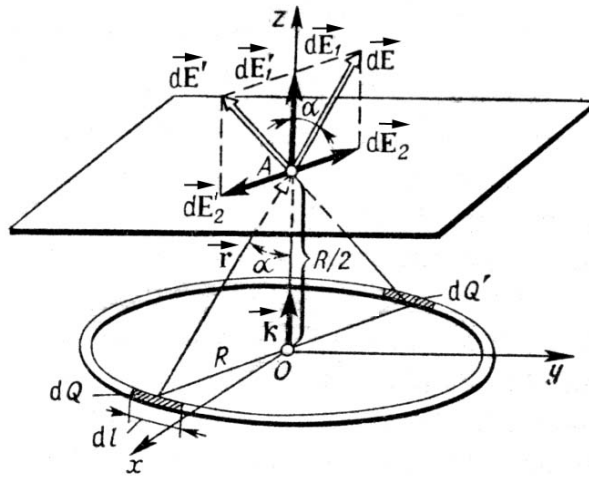


Рис.7

Дано:

$$Q = 40 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$\tau = 50 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м}$$

$$a = \frac{R}{2}$$

E — ?

Решение

Совместим координатную плоскость xOy с плоскостью кольца, а ось Oz — с осью кольца. На кольце выделим малый участок длиной dl . Заряд $dQ = \tau dl$, находящийся на этом участке, можно считать точечным и напряженность $d\vec{E}$ электрического поля, создаваемого этим зарядом, может быть записана в виде

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, направленный от элемента dl к точке A .

Разложим вектор $d\vec{E}$ на две составляющие: $d\vec{E}_1$, перпендикулярно плоскости кольца (сонаправленную с осью Oz), и $d\vec{E}_2$, параллельную плоскости кольца (плоскости xOy), т.е.

$$d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2.$$

Напряженность $\vec{E}$ электрического поля в точке A найдем интегрированием:

$$\vec{E} = \int_L d\vec{E}_1 + \int_L d\vec{E}_2,$$

где интегрирование ведется по всем элементам заряженного кольца. Заметим, что для каждой пары зарядов dQ и dQ' ($dQ = dQ'$), расположенных симметрично относительно центра кольца, векторы $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}_2'$ в точке A равны по модулю и противоположны по направлению:

$$d\vec{E}_2 = -d\vec{E}_2'.$$

Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов кольца сонаправлены с осью Oz (единичным вектором $\vec{k}$), т.е. $d\vec{E}_1 = \vec{k} dE_1$.

Тогда

$$\vec{E} = \vec{k} \int_L dE_1$$

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad dE_1 = dE \cos \alpha.$$

Из рисунка видно, что

$$r = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2} = \frac{R\sqrt{5}}{2}, \quad \cos \alpha = \frac{R}{2r} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Тогда

$$dE_1 = \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2}.$$

$$\vec{E} = \vec{k} \int_0^{2\pi R} \frac{\tau dl}{5\sqrt{5}\pi\epsilon_0 R^2} = \vec{k} \frac{2\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 R}$$

Из соотношения $Q = 2\pi R \tau$ определим радиус кольца: $R = Q/(2\pi\tau)$. Тогда

$$\vec{E} = \vec{k} \frac{2\tau 2\pi\tau}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q} = \vec{k} \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q}.$$

Модуль напряженности

$$|\vec{E}| = \frac{4\pi\tau^2}{5\sqrt{5}\epsilon_0 Q}.$$

$$E = \frac{4 \cdot 3,14 (5 \cdot 10^{-8})^2}{5\sqrt{5} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^{-8}} = 7,93 \cdot 10^3 \frac{В}{м}.$$

Проверка размерности

$$[E] = \frac{[\tau]^2}{[\epsilon_0][Q]} = \frac{Кл^2 \cdot м}{м^2 \cdot Ф \cdot Кл} = \frac{Кл}{Ф \cdot м} = \frac{Кл \cdot В}{Кл \cdot м} = \frac{В}{м}.$$

Пример 3. Электрическое поле создается двумя зарядами $Q_1 = 4$ мкКл и $Q_2 = -2$ мкКл, находящимися на расстоянии $a = 0,1$ м друг от друга. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50$ нКл из точки 1 в точку 2.

Дано:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ Q_2 &= -2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ Q &= 5 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \\ a &= 0,1 \text{ м} \end{aligned}$$

$A_{1,2} = ?$

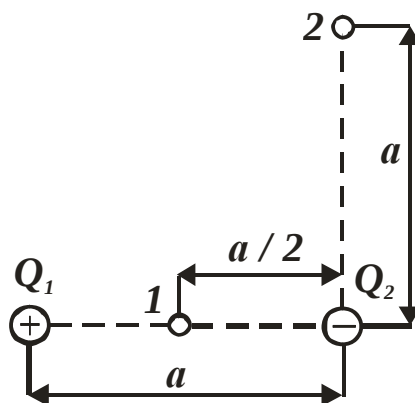


Рис.8

Решение

Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Применяя принцип суперпозиции электрических полей, определим

потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 \frac{a}{2}} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a}.$$

Тогда

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [2(Q_1 + Q_2) - (Q_1/\sqrt{2} + Q_2)],$$

или

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \left[Q_1 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + Q_2 \right].$$

Используя, что $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{М}}{\text{Ф}}$, получаем

$$A_{1,2} = \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 9 \cdot 10^9}{0,1} \cdot 10^{-6} \left[4 \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 2 \right] = 14,2 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$$

Проверка размерности

$$[A] = \frac{[Q][Q_1]}{[\epsilon_0][a]} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{Ф} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \text{Кл} \cdot \text{В} = \text{Дж}.$$

Пример 4. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $v_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Дано:

$$v_1 = 10^6 \text{ м/с}$$

$$n = 2$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$U \text{ — ?}$$

Решение

Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением заряда электрона e на разность потенциалов U :

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 — кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m — масса электрона; v_1 и v_2 — начальная и конечная скорости электрона.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где $n = v_2 / v_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{12}(4-1)}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,53 \text{ В}.$$

Проверка размерности

$$[U] = \frac{[m][v]^2}{[q]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В} \cdot \text{Кл}}{\text{Кл}} = \text{В}.$$

Пример 5. Конденсатор емкостью $C_1 = 3 \text{ мкФ}$ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 40 \text{ В}$. После отключения от источника тока конденсатор соединили параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 5 \text{ мкФ}$. Какая энергия W' израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Дано:

$$C_1 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$U_1 = 40 \text{ В}$$

$$C_2 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$W' \text{ — ?}$$

Решение

Энергия, израсходованная на образование искры,

$$W' = W_1 - W_2, \quad (1)$$

где W_1 — энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 — энергия, которую имеет батарея, составленная из двух конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2} \quad (2)$$

где C — емкость конденсатора или батареи конденсаторов.

Выразив в формуле (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и приняв во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) U_2^2}{2}, \quad (3)$$

где U_2 — разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}. \quad (4)$$

Подставив выражение U_2 в (3), найдем

$$W' = \frac{C_1 U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2},$$

или

$$W' = \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} U_1^2.$$

$$W' = \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}} \cdot 1600 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Проверка размерности

$$[W] = [C][U]^2 = \Phi \cdot B^2 = Кл \cdot В = Дж.$$

Пример 6. Потенциометр сопротивлением $R = 100$ Ом подключен к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 150$ В и внутренним сопротивлением $r = 50$ Ом. Определить: 1) показания вольтметра сопротивлением $R_V = 500$ Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра; 2) разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра.

Дано:

$$\mathcal{E} = 150 \text{ В}$$

$$R = 100 \text{ Ом}$$

$$r = 50 \text{ Ом}$$

$$R_V = 500 \text{ Ом}$$

$$U_1 - ? \quad U_2 - ?$$

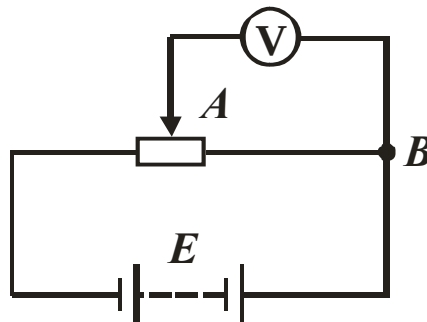


Рис.9

Решение

Показание вольтметра, подключенного к точкам A и B (рис.9), определим по формуле

$$U_1 = I_1 R_1,$$

где R_1 — сопротивление параллельно соединенных вольтметра и половины потенциометра; I_1 — суммарная сила тока в ветвях этого соединения (она равна силе тока в неразветвленной части цепи).

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_e + r}, \quad (1)$$

где R_e — сопротивление внешней цепи. Внешнее сопротивление есть сумма двух сопротивлений:

$$R_e = R/2 + R_1. \quad (2)$$

Сопротивление R_1 найдем по формуле параллельного соединения проводников $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R/2}$, откуда

$$R_1 = \frac{R R_V}{R + 2 R_V}.$$

Подставив в (1) выражение R_e по (2), найдем

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R/2 + R_1 + r}.$$

В данном случае решение задачи в общем виде было бы громоздким. Поэтому удобно вычисление величин провести раздельно:

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 2 \cdot 500} = 45,5 \text{ Ом};$$

$$I_1 = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} = 1,03 \text{ А};$$

$$U_1 = 1,03 \cdot 45,5 = 46,9 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками A и B при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра:

$$U_2 = I_2 \cdot R/2, \quad (3)$$

где I_2 — сила тока в цепи при отключенном вольтметре. Ее определим по формуле

$$I_2 = \varepsilon / (R + r).$$

Подставив выражение I_2 в (3), найдем

$$U_2 = \frac{\varepsilon}{R + r} \cdot \frac{R}{2}$$

Произведем вычисления:

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$$

Пример 7. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течение времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ А. (рис.10) Определить теплоту Q_1 , выделившуюся в этом проводнике за первую секунду, и Q_2 — за вторую, а также найти отношение Q_2 / Q_1 .

Дано:

$$R = 20 \text{ Ом}$$

$$\Delta t = 2 \text{ с}$$

$$I_0 = 0$$

$$I = 6 \text{ А}$$

Решение

Закон Джоуля-Ленца в виде $Q = I^2 R t$ справедлив для постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt \quad (1)$$

$$Q_1, Q_2 - ?$$

$$Q_2 / Q_1 - ?$$

Здесь сила тока I (см. рис.10) является некоторой функцией времени. В данном случае

$$I = kt, \quad (2)$$

где k — коэффициент пропорциональности, характеризующей скорость изменения силы тока и равный отношению приращения силы тока к интервалу времени, за который это приращение произошло:

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} = 3 \text{ А/с}.$$

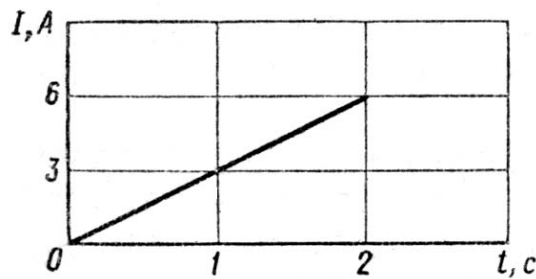


Рис.10

С учетом (2) формула (1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt , выражение (3) надо проинтегрировать от t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

При определении количества теплоты, выделившегося за первую секунду, пределы интегрирования $t_1 = 0$, $t_2 = 1$ с

$$Q_1 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20 \cdot (1 - 0) = 60 \text{ Дж};$$

при определении Q_2 пределы интегрирования $t_1 = 1$ с, $t_2 = 2$ с

$$Q_2 = \frac{1}{3} 3^2 \cdot 20 (8 - 1) = 420 \text{ Дж}.$$

Следовательно

$$Q_2 / Q_1 = 420 / 60 = 7,$$

т.е. за вторую секунду выделится теплоты в семь раз больше, чем за первую.

Проверка размерности

$$[Q] = [k^2][R][t^3] = \frac{A^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с}^3}{\text{с}^2} = B \cdot A \cdot \text{с} = B \cdot \text{Кл} = \text{Дж}.$$

Пример 8. В схеме на рис.11 $\mathcal{E}_1$ — элемент с ЭДС, равной 2,1 В, $\mathcal{E}_2 = 1,9$ В, $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом. Найти силу тока во всех участках цепи. Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

Дано:

$\mathcal{E}_1 = 2,1$ В
 $\mathcal{E}_2 = 1,9$ В
 $R_1 = 45$ Ом
 $R_2 = 10$ Ом
 $R_3 = 10$ Ом

I_1, I_2, I_3 — ?

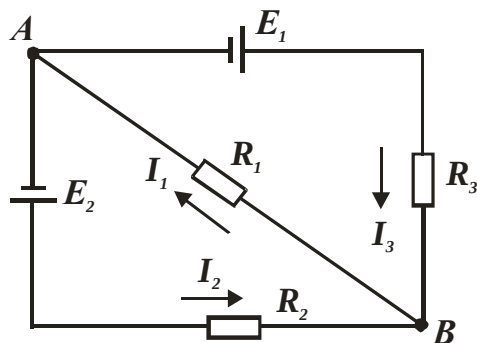


Рис.11

Решение

Для расчета разветвленных цепей применяют правила Кирхгофа.

Перед составлением уравнений по правилам Кирхгофа нужно выбрать произвольно направления токов, текущих через

сопротивления, (если они не заданы в условии задачи), указав их стрелками на

схеме, и направление обхода контура.

Выберем направления токов, как они показаны на схеме и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

Рассматриваемая схема имеет два узла: A и B . При составлении уравнений по первому правилу Кирхгофа следует соблюдать правило знаков: токи, втекающие в узел, считаются положительными, токи, вытекающие из узла — отрицательными.

По первому правилу Кирхгофа для узла A имеем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

Число независимых уравнений, составленных по первому правилу Кирхгофа всегда на единицу меньше числа узлов данной цепи. Легко проверить, что уравнение, составленное для узла B , является следствием уравнения (1). Недостающие два уравнения получим по второму правилу Кирхгофа.

При составлении уравнений по второму правилу Кирхгофа необходимо соблюдать следующее правило знаков:

а) если ток по направлению совпадает с выбранным направлением обхода контуров, то соответствующее произведение IR входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае произведение IR входит в уравнение со знаком минус.

б) если ЭДС повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника, то соответствующая ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, в противном случае со знаком минус.

По второму правилу Кирхгофа запишем для контуров AR_1BR_2A и AR_3BR_1

$$-I_1R_1 - I_2R_2 = -\varepsilon_2 \quad (2)$$

$$I_3R_3 + I_1R_1 = \varepsilon_1 \quad (3)$$

Чтобы уравнения, составленные по второму правилу Кирхгофа, были независимыми, нужно каждый раз рассматривать контуры, содержащие хотя бы одну новую ветвь цепи, не входящую в уже использованные контуры

Подставляя числовые значения, получаем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$45I_1 + 10I_2 = 1,9$$

$$45I_1 + 10I_3 = 2,1$$

Решаем систему методом определителей

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 45 & 10 & 0 \\ 45 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 1000; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1,9 & 10 & 0 \\ 2,1 & 0 & 10 \end{vmatrix} = 40;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 45 & 1,9 & 0 \\ 45 & 2,1 & 10 \end{vmatrix} = 10; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 45 & 10 & 1,9 \\ 45 & 0 & 2,1 \end{vmatrix} = 30.$$

Отсюда

$$I_1 = 0,04 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,01 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,03 \text{ A}$$

Если в полученном ответе какой-либо ток имеет знак “—”, это значит, что первоначальное направление тока выбрано неверно и его следует изменить на противоположное.

Пример 9. Пространство между пластинами плоского конденсатора имеет объем $V = 375 \text{ см}^3$ и заполнено водородом, который частично ионизирован. Площадь пластин конденсатора $S = 250 \text{ см}^2$. При каком напряжении U между пластинами конденсатора сила тока I , протекающего через конденсатор, достигнет значения 2 мкА, если концентрация n ионов обоих знаков в газе равна $5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$? Принять подвижность ионов $b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Дано:

$$V = 375 \text{ см}^3 = 375 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$S = 250 \text{ см}^2 = 250 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$I = 2 \text{ мкА} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$n = 5,3 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{см}^3} = 5,3 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{м}^3}$$

$$b_+ = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$$

$$b_- = 7,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$$

$$Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$U = ?$

Решение

Напряжение U на пластинах конденсатора связано с напряженностью E электрического поля между пластинами и расстоянием d между ними соотношением

$$U = Ed \quad (1)$$

Напряженность поля может быть найдена из выражения плотности тока

$$j = Qn(b_+ + b_-)E,$$

где Q — заряд иона.

Отсюда

$$E = \frac{j}{Qn(b_+ + b_-)} = \frac{I}{Qn(b_+ + b_-)S}.$$

Расстояние d между пластинами, входящее в формулу (1), найдем из соотношения

$$d = V/S.$$

Подставив выражение E и d в (1), получим

$$U = \frac{IV}{Qn(b_+ + b_-)S^2} \quad (2)$$

Подставим в формулу (2) значения величин и произведем вычисления:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 375 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} (5,4 + 7,4) \cdot 10^{-4} (250 \cdot 10^{-4})^2} = 110 \text{ В.}$$

Проверка размерности:

$$U = \frac{[I][V]}{[Q][n][b][S^2]} = \frac{A \cdot m^3 \cdot m^3 \cdot B \cdot c}{Kл \cdot m^2 \cdot m^4} = \frac{B \cdot A \cdot c}{Kл} = \frac{B \cdot Kл}{Kл} = B.$$

Задачи

301. Точечные заряды $Q_1 = 20$ мкКл и $Q_2 = -10$ мкКл находятся на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на $r_1 = 3$ см от первого и $r_2 = 4$ см от второго заряда. Определить так же силу F , действующую в этой точке на точечный заряд $Q = 1$ мкКл.

302. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2$ нКл находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см. Определить величину и направление силы F , действующей на один из зарядов со стороны двух других.

303. Два положительных точечных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии $l = 100$ см друг от друга. Определить в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

304. Два одинаковых заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарика погружаются в масло. Какова плотность ρ_0 масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2,2$.

305. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 8 \cdot 10^{-10}$ Кл. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

306. Определить напряженность E поля, создаваемого зарядом, равномерно распределенным по тонкому прямому стержню с линейной плотностью заряда $\tau = 200$ нКл/м, в точке, лежащей на продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего конца. Длина стержня $l = 40$ см.

307. Параллельно бесконечной плоскости, заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 4$ мкКл/м², расположена бесконечно длинная прямая нить, заряженная с линейной плотностью $\tau = 100$ нКл/м. Определить силу F , действующую со стороны плоскости на отрезок нити длиной $l = 1$ м.

308. Две одинаковые круглые пластины площадью $S = 400 \text{ см}^2$ каждая расположены параллельно друг к другу. Заряд одной пластины $Q_1 = 400$ нКл, другой $Q_2 = -200$ нКл. Определить силу F взаимного притяжения пластин, если расстояние между ними а) $r_1 = 3$ мм; б) $r_2 = 10$ м.

309. На тонком кольце равномерно распределен заряд с линейной плотностью заряда $\tau = 0,2$ нКл/см. Радиус кольца $R = 15$ см. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $Q = 10$ нКл. Определить силу F , действующую на точечный заряд со стороны заряженного кольца, если он удален от центра на 1) $a_1 = 20$ см; 2) $a_2 = 10$ м.

310. Два длинных, тонких, равномерно заряженных ($\tau = 1$ мКл/м) стержня расположены перпендикулярно друг к другу так, что точка пересечения их осей находится на расстоянии $a = 10$ см и $b = 15$ см от ближайших концов стержней. Найти силу F , действующую на заряд $Q = 10$ нКл, помещенный в точку пересечения осей стержней.

311. Тонкое полукольцо радиусом $R = 20$ см несет равномерно распределенный заряд $Q_1 = 2$ мКл. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q_2 = 40$ нКл, расположенный в центре кривизны полукольца.

312. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau = 20$ пКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии $r_1 = 8$ см и $r_2 = 12$ см.

313. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau = 200$ пКл/м. Определить потенциал ϕ поля в точке пересечения диагоналей.

314. Электрическое поле создано зарядами $Q_1 = 2$ мКл и $Q_2 = -2$ мКл, находящимися на расстоянии $a = 10$ см друг от друга. Определить работу сил поля, совершаемую при перемещении заряда $Q = 0,5$ мКл из точки 1 в точку 2 (рис. 12).

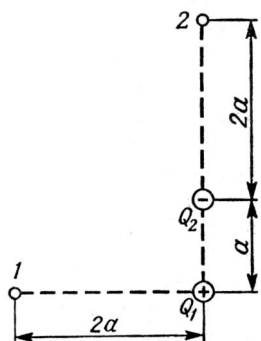


Рис. 12

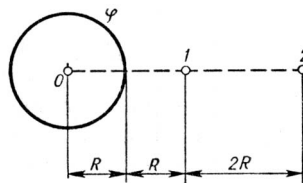


Рис. 13

315. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал ϕ которого 300 В. Определить работу сил поля по перемещению заряда $Q = 0,2$ мКл из точки 1 в точку 2 (рис. 13).

316. Электрон, обладавший кинетической энергией $T = 10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U = 8$ В?

317. Пылинка массой $m = 20$ мкг, несущая на себе заряд $Q = 40$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U = 200$ В пылинка имела скорость $v = 10$ м/с.

Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

318. Электрон с энергией $T = 400$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом $R = 10$ см. Определить минимальное расстояние a , на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее $Q = -10$ нКл.

319. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^5$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 8$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

320. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В электрон имел скорость $v_1 = 6$ Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

321. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $v = 10$ Мм/с, направленной параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора (поле считать однородным), если расстояние d между пластинами равно 16 мм, разность потенциалов $U = 30$ В и длина l пластин равна 6 см?

322. Конденсатор емкостью $C_1 = 10$ мкФ заряжен до напряжения $U = 10$ В. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 20$ мкФ.

323. Два конденсатора емкостями $C_1 = 5$ мкФ и $C_2 = 8$ мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 80$ В. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

324. Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U = 600$ В, находятся два слоя диэлектриков: стекла толщиной $d_1 = 7$ мм и эбонита толщиной $d_2 = 3$ мм. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 200 см^2 . Найти: 1) емкость C конденсатора; 2) напряженность E поля и падение потенциала $\Delta\varphi$ в каждом слое.

325. Конденсатор емкостью $C_1 = 0,6$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и соединен параллельно со вторым конденсатором емкостью $C_2 = 0,4$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2 = 150$ В. Найти заряд ΔQ , перетекший с пластин первого конденсатора на второй.

326. В горизонтально расположенном плоском воздушном конденсаторе в равновесии удерживаются пылинки с зарядом $4,8 \cdot 10^{-19}$ Кл. Какова масса пылинки, если разность потенциалов на пластинах 60 В, а расстояние между ними $12 \cdot 10^{-3}$ м? Какова напряженность поля?

327. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200 \text{ см}^2$ каждая заряжен до разности потенциалов $U = 2$ кВ. Расстояние между пластинами $d = 2$ см. Диэлектрик — стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность энергии w поля.

328. Плоский воздушный конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $r = 10$ см каждая. Расстояние d_1 между пластинами равно 1 см.

Конденсатор зарядили до разности потенциалов $U = 1,2$ кВ и отключили от источника тока. Какую работу A нужно совершить, чтобы, удаляя пластины друг от друга, увеличить расстояние между ними до $d_2 = 3,5$ см?

329. Сила F притяжения между пластинами плоского воздушного конденсатора равна 50 мН. Площадь S каждой пластины равна 200 см^2 . Найти плотность энергии w поля конденсатора.

330. Плоский воздушный конденсатор, расстояние между пластинами которого 2 см, заряжен до разности потенциалов 3000 В. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния в 5 см? Вычислить энергию конденсатора до и после раздвижения. Площадь пластин 100 см^2 .

331. Определить число электронов, проходящих в секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной $l = 20$ см при напряжении на ее концах $U = 16$ В.

332. В сеть с напряжением $U = 100$ В включили катушку с сопротивлением $R_1 = 2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показания вольтметра $U_1 = 80$ В. Когда катушку заменили другой, вольтметр показал $U_2 = 60$ В. Определить сопротивление другой катушки.

333. Зашунтированный амперметр измеряет токи силой до $I = 10$ А. Какую наибольшую силу тока может измерить этот амперметр без шунта, если сопротивление R_a амперметра равно $0,02$ Ом и сопротивление $R_{ш}$ шунта равно 5 мОм?

334. От батареи ЭДС которой $\mathcal{E} = 600$ В, требуется передать энергию на расстояние $l = 1$ км. Потребляемая мощность $P = 5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d = 0,5$ см.

335. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 80$ В, внутреннее сопротивление $r = 5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P = 100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

336. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 24$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{max} = 10$ А. Определить максимальную мощность P_{max} , которая может выделяться во внешней цепи.

337. При внешнем сопротивлении $R_1 = 8$ Ом сила тока в цепи $I_1 = 0,8$ А, при сопротивлении $R_2 = 15$ Ом сила тока $I_2 = 0,5$ А. Определить силу тока $I_{к.з.}$ короткого замыкания источника ЭДС.

338. ЭДС батареи $\mathcal{E} = 12$ В. При силе тока $I = 4$ А, КПД батареи $\eta = 0,6$. Определить внутреннее сопротивление батареи.

339. Электропечь должна выпаривать за 5 мин 1 л воды, взятой при 20°C . Какова должна быть длина нихромовой проволоки с сечением $0,5 \text{ мм}^2$, если печь работает под напряжением 120 В и ее КПД 80 % ?

340. Три гальванических элемента (рис. 14) с ЭДС $\mathcal{E}_1 = 1,3$ В, $\mathcal{E}_2 = 1,4$ В, $\mathcal{E}_3 = 1,5$ В и с внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом каждый соединены параллельно и замкнуты внешним сопротивлением $R = 0,6$ Ом. Определить ток в каждом элементе.

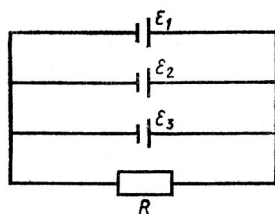


Рис. 14

341. Определить разность потенциалов между точками A и B (рис.15), если $\varepsilon_1 = 8$ В, $\varepsilon_2 = 6$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 8$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников токов пренебречь.

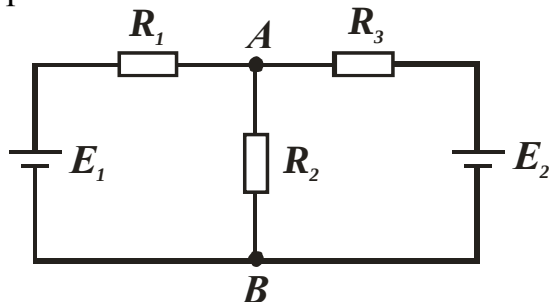


Рис.15

342. Определить силу тока I_3 в проводнике сопротивлением R_3 (рис.15) и напряжение U_3 на концах этого проводника, если $\varepsilon_1 = 6$ В, $\varepsilon_2 = 8$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников токов можно пренебречь.

343. Три сопротивления $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 2$ Ом, а также источник тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2,2$ В соединены, как показано на рис. 16. Определить ЭДС ε источника, который надо подключить в цепь между точками A и B , чтобы в проводнике сопротивлением R_3 шел ток силой $I_3 = 1$ А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников токов пренебречь.

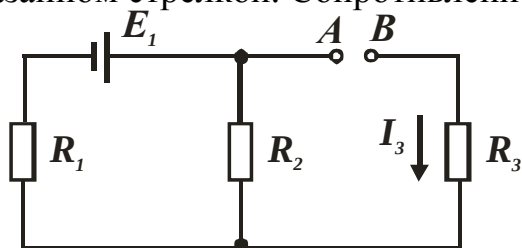


Рис. 16

344. Какое напряжение можно дать на катушку, имеющую 1000 витков медного провода со средним диаметром витков $d = 6$ см, если допустимая плотность тока $j = 2$ А/мм²?

345. Напряжение U на шинах электростанции 6,6 кВ. Потребитель находится на расстоянии $l = 10$ км. Определить площадь S сечения медного провода, который следует взять для устройства двухпроводной линии передачи, если сила тока I в линии равна 20 А и потери напряжения в проводах не должны превышать 3%.

346. В железном проводнике длиной 2 м и площадью поперечного сечения 0,4 мм² идет ток. При этом за минуту выделяется теплота 48 Дж. Определить напряженность электрического поля в проводнике.

347. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение времени $t = 20$ с. За это время в проводнике выделилась теплота $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания

тока в проводнике, если сопротивление его $R = 5 \text{ Ом}$.

348. Ток в проводнике сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ за время $t = 50 \text{ с}$ равномерно нарастает от $I_1 = 5 \text{ А}$ до $I_2 = 10 \text{ А}$. Определить теплоту Q , выделившуюся за это время в проводнике.

349. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 15 \text{ Ом}$ равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $\tau = 5 \text{ с}$. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10 \text{ кДж}$. Найти среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике за этот промежуток времени.

350. За время $t = 8 \text{ с}$ при равномерно возрастающей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 8 \text{ Ом}$ выделилось количество теплоты $Q = 500 \text{ Дж}$. Определить заряд q , проходящий в проводнике, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

351. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена только первая секция, то вода закипает через $t_1 = 15 \text{ мин}$, если только вторая, то через $t_2 = 30 \text{ мин}$. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить последовательно? Параллельно?

352. В медном проводнике объемом $V = 6 \text{ см}^3$ при прохождении по нему постоянного тока за время $t = 1 \text{ мин}$ выделилось количество теплоты $Q = 216 \text{ Дж}$. Вычислить напряженность E электрического поля в проводнике.

353. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд Q , проходящей через поперечное сечение проводника за время t , равное половине периода T , если начальная сила тока $I_0 = 10 \text{ А}$, циклическая частота $\omega = 50\pi \text{ с}^{-1}$.

354. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ за время, равное четверти периода (от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, где $T = 10 \text{ с}$).

355. Объем газа, заключенного между электродами ионизационной камеры, $V = 0,8 \text{ л}$. Газ ионизируется рентгеновскими лучами. Сила тока насыщения $I_{\text{нас}} = 6 \text{ нА}$. Сколько пар ионов образуется за время $t = 1 \text{ с}$ в объеме $V_1 = 1 \text{ см}^3$ газа? Заряд каждого иона равен элементарному заряду.

356. На расстоянии $d = 1 \text{ см}$ друг от друга расположены две пластины площадью $S = 400 \text{ см}^2$ каждая. Водород между пластинами ионизируют рентгеновскими лучами. При напряжении $U = 100 \text{ В}$ между пластинами идет далекий от насыщения ток силой $I = 2 \text{ мкА}$. Определить концентрацию n ионов одного знака между пластинами. Заряд каждого иона считать равным элементарному заряду.

357. Посередине между электродами ионизационной камеры пролетела α -частица, двигаясь параллельно электродам, и образовала на своем пути цепочку ионов. Спустя какое время τ после пролета α -частицы ионы дойдут до электродов, если расстояние между электродами $d = 2 \text{ см}$, разность потенциалов $U = 6 \text{ кВ}$ и подвижность ионов b обоих знаков в среднем равна $1,5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$?

358. Найти сопротивление трубки длиной $l = 0,5 \text{ м}$ и площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ мм}^2$, если она наполнена азотом, ионизированным так, что в

объеме $V = 1 \text{ см}^3$ его находится при равновесии $n = 10^8$ пар ионов. Ионы однозарядны.

359. К электродам разрядной трубки, содержащей водород, приложена разность потенциалов $U = 10 \text{ В}$. Расстояние l между электродами равно 25 см. Ионизатор создает в объеме $V = 1 \text{ см}^3$ водорода $n = 10^7$ пар ионов в секунду. Найти плотность тока в трубке. Определить также, какая часть силы тока создается движением положительных ионов.

360. Обмотка электромагнитов в динамомашине сделана из медного провода и при температуре 10°C имеет сопротивление 14,2 Ом. При работе сопротивление обмотки повысилось до 16,5 Ом. Какой стала температура обмотки?

Справочные материалы

1. Основные физические постоянные (округленные значения)

<i>Физическая постоянная</i>	<i>Обозначение</i>	<i>Значение</i>
Нормальное ускорение свободного падения	<i>g</i>	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	<i>G</i>	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	<i>N_A</i>	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	<i>R</i>	8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана	<i>k</i>	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	<i>e</i>	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса электрона	<i>m_e</i>	$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Скорость света в вакууме	<i>c</i>	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	<i>ε₀</i>	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

2. Некоторые астрономические величины

<i>Наименование</i>	<i>Значение</i>
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

3. Плотность

<i>Вещество</i>	<i>Плотность, кг/м³</i>
Вода (при 4°C)	$1,0 \cdot 10^3$

4. Эффективный диаметр молекулы

<i>Газ</i>	<i>Диаметр, м</i>
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$
Аргон	$3,5 \cdot 10^{-10}$

5. Удельная теплоемкость

<i>Вещество</i>	<i>Теплоемкость, Дж/(кг · К)</i>
Лед	2100
Вода (при 20°C)	4190

6. Удельная теплота плавления

<i>Вещество</i>	<i>Теплота плавления, Дж/кг</i>
Лед	$3,35 \cdot 10^5$

7. Диэлектрическая проницаемость

<i>Вещество</i>	<i>Проницаемость</i>
Вода	81
Слюда	7
Стекло	7
Эбонит	3

8. Удельное сопротивление металлов

<i>Металл</i>	<i>Удельное сопротивление, Ом·м</i>
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$
Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

9. Подвижность ионов в газах, $\text{м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$

<i>Газ</i>	<i>Положительные ионы</i>	<i>Отрицательные ионы</i>
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

10. Температурный коэффициент сопротивления металлов, $^{\circ}\text{C}^{-1}$

<i>Вещество</i>	<i>Температурный коэффициент</i>
Железо	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$4,2 \cdot 10^{-3}$