

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ
ПО КУРСУ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА"
2 курс 3 семестр
Специальности ИУ5, ИУ7**

Задача 1

Для булевой функции f , заданной в таблице 1:

- а) найти сокращенную ДНФ; б) найти ядро функции;
в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются минимальными;
г) на картах Карно указать ядро и покрытия, соответствующие минимальным ДНФ.

Таблица 1

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0000	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0001	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0010	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
0011	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0100	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0101	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0110	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
0111	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1001	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1010	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1011	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0
1100	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1101	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1110	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
1111	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
№ варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0000	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
0001	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0010	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0011	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0100	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0101	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0110	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0111	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1000	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1001	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1010	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1011	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1100	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1101	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
1110	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1111	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1

Задача 2

Даны функции f (таблица 2) и w (таблица 3).

а) Вычислить таблицу значений функции f . б) Найти минимальные ДНФ функций f .

в) Выяснить полноту системы $\{f, w\}$. Если система не полна, дополнить систему функций g до полной системы.

Указание. Запрещается дополнять систему константами, отрицанием и базовыми функциями двух переменных ($\oplus, \vee, \wedge, |, \downarrow$ и т.д.) Не допускается дополнение функцией, образующей с f или w полную подсистему, кроме случаев, когда иное невозможно.

г) Из функциональных элементов, реализующих функции полной системы $\{f, w\}$ или $\{f, w, g\}$ построить функциональные элементы, реализующие базовые функции ($\vee, \wedge, \overline{}, 0, 1$).

Таблица

№	$f(x_1, x_2, x_3)$	№	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	$(x_2 x_2 \vee x_3)(x_2 \downarrow \bar{x}_3) \vee (x_1 \oplus x_3)$	16	$\overline{((\bar{x}_2 \vee (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_2)) \downarrow (x_1 \vee \bar{x}_3))} \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
2	$((\overline{(\bar{x}_1 \Rightarrow (\bar{x}_3 \Rightarrow x_1))} \downarrow (x_2 x_3)) \vee (\bar{x}_1 \downarrow x_3))$	17	$((\bar{x}_1 \vee x_2) \sim x_3) \sim (x_2 \sim x_3) \Rightarrow (\bar{x}_1 \vee x_2)$
3	$((x_3 \Rightarrow (x_1 \sim x_2)) \oplus (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \Rightarrow (\bar{x}_2 \bar{x}_3)$	18	$(x_1 \oplus (x_1 \vee \bar{x}_3))(x_2 \oplus \bar{x}_3) \sim \bar{x}_1 \bar{x}_3$
4	$(x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)$	19	$((\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \Rightarrow (\bar{x}_2 \sim x_3)) \sim (x_1 \sim x_2)$
5	$(x_1(x_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_1 \sim \bar{x}_2)) (x_1 \downarrow \bar{x}_2)$	20	$\bar{x}_1(x_1 \downarrow \bar{x}_2)(x_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
6	$(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \bar{x}_3)) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_2) \oplus x_1 x_2$	21	$((\bar{x}_1 x_3) \oplus x_2) \Rightarrow (x_2 \Rightarrow \bar{x}_1) \oplus \bar{x}_2 \oplus x_1$
7	$(\bar{x}_1 \vee (\bar{x}_1 \oplus x_2) \vee x_2 \bar{x}_3) (\bar{x}_1 \sim \bar{x}_3)$	22	$(\bar{x}_1 \oplus \bar{x}_3 \oplus x_3 \oplus (x_1 \sim \bar{x}_2)) (x_1 \downarrow x_3)$
8	$\overline{((\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \Rightarrow x_3) \Rightarrow (\bar{x}_1 \sim \bar{x}_2)} \downarrow (x_1 \sim x_3)$	23	$(\bar{x}_1(\bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x}_1) \sim (x_2 x_3)) \downarrow \overline{(x_1 \vee x_2)}$
9	$(x_1 \oplus x_3 \oplus (x_2 x_2 x_3)) (\bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_3)$	24	$((x_1 \oplus x_2) \vee x_2) \Rightarrow (\bar{x}_2 x_3) \vee (x_2 \oplus \bar{x}_3)$
10	$((x_1 \vee (x_2 \Rightarrow x_3)) \Rightarrow x_1 x_2) \vee (\bar{x}_1 \Rightarrow \bar{x}_3)$	25	$((x_1 \bar{x}_3) \oplus (x_2 x_3 \vee \bar{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
11	$((x_2 \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus (\bar{x}_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\bar{x}_2 \bar{x}_3)$	26	$((\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \oplus (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \sim (\bar{x}_2 \bar{x}_3)$
12	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee ((\bar{x}_3 \oplus (x_2 \Rightarrow x_1)) \Rightarrow (\bar{x}_1 \sim x_2))$	27	$((\bar{x}_1 \Rightarrow (x_1 \sim \bar{x}_3)) \sim (\bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_2)) \vee x_1$
13	$((\bar{x}_1 \Rightarrow (\bar{x}_2 \sim x_3)) \oplus (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_2)$	28	$((x_1 \vee x_1 x_3) \oplus (x_2 \downarrow \bar{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
14	$(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$	29	$((\bar{x}_3 \Rightarrow (x_2 \bar{x}_3))(\bar{x}_1 \sim \bar{x}_3)) \sim (x_1 \sim x_2)$
15	$(\bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \oplus x_3) \oplus (\bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x}_3)$	30	$x_1(\bar{x}_1 x_3)(\bar{x}_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$

Таблица 3

№	w	№	w	№	w
1	(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)	11	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1)	21	(1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
2	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)	12	(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)	22	(1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)
3	(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)	13	(0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	23	(1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)
4	(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)	14	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)	24	(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)
5	(1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)	15	(1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	25	(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)
6	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)	16	(0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1)	26	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)
7	(1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)	17	(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)	27	(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)
8	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)	18	(1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	28	(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)
9	(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1)	19	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)	29	(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)
10	(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)	20	(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)	30	(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)

Задача 3

Автомат задан набором $(\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, Q_s, Q_f)$, где $\{a, b\}$ — алфавит, Q_s — множество начальных состояний (входов), Q_f — множество конечных состояний (выходов), список дуг с метками, определяющих допустимые переходы. Запись (i, j, a, b) означает дуга (i, j) , идущая из состояния q_i в состояние q_j , имеет две метки — a и b .

1. Построить граф автомата и найти язык L , допускаемый автоматом.
2. Детерминизировать автомат.
3. Построить графы автоматов, представляющих языки $L_0, L \cup L_0, L \circ L_0$ и L^* .
4. Из построенных графов удалить λ -переходы.

Вариант 1. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{1, 3\}$,

дуги: $(1, 2, a, b), (5, 2, a), (5, 1, a), (4, 1, b), (2, 4, b), (3, 2, a), (4, 3, a)$.

$L_0 = \{a^m b^n a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 2. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,

дуги: $(1, 2, a), (1, 4, b), (1, 5, a), (2, 3, a, b), (3, 4, a), (4, 5, a), (5, 1, b), (5, 2, b)$.

$L_0 = \{(ab)^m b^n a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 3. Вход $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a), (1, 5, b), (2, 5, b), (2, 4, a), (3, 2, a, b), (4, 3, b), (5, 4, a)$.

$L_0 = \{b^n (ab)^m a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 4. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{1, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a), (1, 5, a), (2, 4, a), (3, 2, b), (4, 1, b), (5, 4, b), (5, 3, b)$.

$L_0 = \{a^m (ba)^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 5. Входы $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 5, a), (2, 1, a), (2, 4, b), (3, 2, a), (4, 3, a), (5, 2, b), (5, 4, b)$.

$L_0 = \{a^n (ba)^m a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 6. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 3\}$,

дуги: $(1, 2, a, b), (1, 5, a), (2, 3, b), (2, 5, b), (4, 1, b), (4, 3, b), (5, 4, a)$.

$L_0 = \{(ba)^m a^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 7. Вход $Q_s = \{5\}$, выходы $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a), (2, 2, b), (2, 4, b), (3, 4, b), (4, 5, a), (5, 1, b), (5, 3, a), (5, 2, a)$.

$L_0 = \{b^m (ab)^n a \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 8. Вход $Q_s = \{4\}$, выход $Q_f = \{1, 3\}$,

дуги: $(1, 5, a), (1, 4, b), (2, 1, a), (3, 2, b), (4, 3, a), (5, 2, b), (5, 4, a)$.

$L_0 = \{ab^n (ab)^m \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 9. Вход $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{2, 4\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 5, a), (2, 3, b), (3, 4, a), (4, 5, b), (5, 2, a), (5, 1, b)$.

$L_0 = \{b^n (aba)^m \mid m, n \geq 0\}$.

Вариант 10. Вход $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 5, b), (2, 5, a), (2, 4, b), (1, 3, a), (3, 2, b), (4, 3, a), (5, 4, a)$.

$L_0 = \{ab^n (ab)^m \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 11. Вход $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a, b), (5, 2, a), (5, 1, b), (4, 1, a), (2, 4, a), (3, 2, a), (4, 3, a)$.

$L_0 = \{ab^m a^n b \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 12. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 4, a), (1, 5, b), (2, 3, a, b), (3, 4, b), (4, 5, b), (5, 1, a), (5, 2, a)$.

$L_0 = \{b^n ab^m \mid n, m \geq 0\}$.

Задача 3

Автомат задан набором $(\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, Q_s, Q_f)$, где $\{a, b\}$ — алфавит, Q_s — множество начальных состояний (входов), Q_f — множество конечных состояний (выходов), список дуг с метками, определяющих допустимые переходы. Запись (i, j, a, b) означает дугу (i, j) , идущая из состояния q_i в состояние q_j , имеет две метки — a и b .

1. Построить граф автомата и найти язык L , допускаемый автоматом.
2. Детерминизировать автомат.
3. Построить графы автоматов, представляющих языки $L_0, L \cup L_0, L \circ L_0$ и L^* .
4. Из построенных графов удалить λ -переходы.

Вариант 13. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 5, a), (2, 5, a), (2, 4, b), (3, 2, a, b), (4, 3, a), (5, 4, b)$.

$$L_0 = \{ba^n b^m \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 14. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{4, 5\}$,

дуги: $(1, 2, a), (1, 5, b), (2, 4, b), (3, 2, a), (4, 1, b), (5, 4, b), (5, 3, b)$.

$$L_0 = \{ab^m a^n b \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 15. Вход $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{4, 5\}$,

дуги: $(1, 5, b), (2, 1, a), (2, 4, a), (3, 2, b), (4, 3, b), (5, 2, a), (5, 4, b)$.

$$L_0 = \{b^m a^n b \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 16. Вход $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,

дуги: $(1, 2, a, b), (1, 5, b), (2, 3, a), (2, 5, b), (4, 1, a), (4, 3, a), (5, 4, b)$.

$$L_0 = \{ba^m (ba)^n a \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 17. Вход $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 2, b), (2, 3, a), (2, 4, a), (3, 4, b), (4, 5, a), (5, 1, b), (5, 3, a), (5, 2, b)$.

$$L_0 = \{b^m ab^n a \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 18. Входы $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{3, 4\}$,

дуги: $(1, 5, b), (1, 4, a), (2, 1, b), (3, 2, a), (4, 3, b), (5, 2, a), (5, 4, b)$.

$$L_0 = \{a^m ba^n b \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 19. Вход $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{2, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a), (1, 5, b), (2, 3, a), (3, 4, a), (4, 5, a), (5, 2, b), (5, 1, a)$.

$$L_0 = \{b^m a^n b \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 20. Входы $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 5, b), (2, 5, a), (2, 4, b), (1, 3, a), (3, 2, b), (4, 3, a), (5, 4, a)$.

$$L_0 = \{ab^m a^n \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 21. Входы $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{2, 4\}$,

дуги: $(1, 2, a, b), (5, 4, a), (5, 1, b), (4, 1, a), (2, 4, a), (3, 2, a), (4, 3, a)$.

$$L_0 = \{ab^n a^m \mid n, m \geq 0\}.$$

Вариант 22. Входы $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{1, 5\}$,

дуги: $(1, 2, b), (1, 4, a), (1, 5, b), (2, 3, a, b), (3, 4, b), (4, 5, b), (5, 1, a), (5, 3, a)$.

$$L_0 = \{a^n ab^m \mid n, m \geq 0\}.$$

Задача 3

Автомат задан набором $(\{a, b\}, \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, Q_s, Q_f)$, где $\{a, b\}$ — алфавит, Q_s — множество начальных состояний (входов), Q_f — множество конечных состояний (выходов), список дуг с метками, определяющих допустимые переходы. Запись (i, j, a, b) означает дуга (i, j) , идущая из состояния q_i в состояние q_j , имеет две метки — a и b .

1. Построить граф автомата и найти язык L , допускаемый автоматом.
2. Детерминизировать автомат.
3. Построить графы автоматов, представляющих языки $L_0, L \cup L_0, L \circ L_0$ и L^* .
4. Из построенных графов удалить λ -переходы.

Вариант 23. Входы $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,
 дуги: $(1, 2, b), (1, 5, a), (2, 5, a), (2, 4, b), (3, 2, a, b), (4, 3, a), (5, 4, b)$.
 $L_0 = \{ab^m ab^n \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 24. Входы $Q_s = \{1\}$, выход $Q_f = \{3, 5\}$,
 дуги: $(1, 2, a), (1, 5, b), (2, 4, a), (3, 2, a), (4, 1, b), (5, 4, b), (5, 3, b)$.
 $L_0 = \{a^m bb^n \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 25. Входы $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{3, 4\}$,
 дуги: $(1, 5, b), (2, 1, a), (2, 4, a), (3, 2, b), (4, 3, b), (5, 2, a), (5, 4, b)$.
 $L_0 = \{ab^n a^m \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 26. Входы $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{4, 5\}$,
 дуги: $(1, 2, a, b), (1, 5, a), (2, 3, b), (2, 5, a), (4, 1, b), (4, 3, b), (5, 4, a)$.
 $L_0 = \{a(ab)^n (ba)^m \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 27. Вход $Q_s = \{5\}$, выходы $Q_f = \{2, 4\}$,
 дуги: $(1, 2, a), (2, 3, b), (2, 4, b), (3, 4, a), (4, 5, b), (5, 1, a), (5, 3, b), (5, 2, a)$.
 $L_0 = \{(ba)^m (ab)^n a \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 28. Входы $Q_s = \{5\}$, выход $Q_f = \{1, 3\}$,
 дуги: $(1, 5, b), (1, 4, a), (2, 1, b), (3, 2, a), (4, 3, b), (5, 2, a), (5, 4, b)$.
 $L_0 = \{(ba)^m ba^n \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 29. Вход $Q_s = \{1\}$, выходы $Q_f = \{2, 3\}$,
 дуги: $(1, 2, a), (1, 5, b), (2, 3, a), (3, 4, a), (4, 5, a), (5, 2, b), (5, 1, a)$.
 $L_0 = \{ba^n (ba)^m \mid n, m \geq 0\}$.

Вариант 30. Входы $Q_s = \{2\}$, выход $Q_f = \{4, 5\}$,
 дуги: $(1, 2, b), (1, 5, b), (2, 5, a), (2, 4, b), (1, 3, a), (3, 2, b), (4, 3, a), (5, 4, a)$.
 $L_0 = \{(ab)^m (ba)^n \mid n, m \geq 0\}$.