

**МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧЕРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ  
И ЛИКВИДАЦИИ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ**

**УРАЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ  
СЛУЖБЫ**

## **ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

**Методические указания и задания  
к контрольным расчетно-графическим работам  
для слушателей очной и заочной форм обучения**

### **ЧАСТЬ II**

**Екатеринбург  
2006**

**МИНИСТЕРСТВО РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧЕРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ  
И ЛИКВИДАЦИИ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ**

**УРАЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ  
СЛУЖБЫ**

**УТВЕРЖДАЮ**

Начальник УрИ ГПС МЧС,  
генерал-майор внутренней службы

**М.П. Миронов**

“ \_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2006 г.

**ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

**Методические указания и задания  
к контрольным расчетно-графическим работам  
для слушателей очной и заочной форм обучения**

**ЧАСТЬ II**

**Екатеринбург  
2006**

Методические указания и задания к контрольным расчетно-графическим работам по курсу «Прикладная механика» / В.В. Бажутин. – Екатеринбург: Уральский институт ГПС МЧС России, 2004. – 48 с.

Рецензенты:

Доцент кафедры «Механика» Российского государственного профессионально-педагогического университета, кандидат технических наук, доцент И.В. Киршин;

Заместитель начальника кафедры «Пожарная техника», полковник внутренней службы, кандидат технических наук М.А. Савин.

Методические указания разработаны в соответствии с программой курса «Прикладная механика» и предназначены для слушателей очной и заочной форм обучения Екатеринбургского филиала Академии ГПС МЧС России.

Представлены варианты заданий контрольных расчетно-графических работ и методика их выполнения, а также приведены примеры решения этих задач.

(С): Екатеринбургский филиал Академии ГПС  
МЧС России (ЕФ АГПС МЧС РФ), 2004.

## Содержание

|  |    |
|--|----|
| Введение   | 5  |
| Общие методические указания и вопросы для самопроверки                   | 7  |
| Задания к контрольной работе № 1   | 12 |
| Задача № 1.1. Расчет статически неопределимой стержневой системы         | 12 |
| Задача № 1.2. Расчет на прочность двухопорной балки                      | 14 |
| Задача № 1.3. Расчет моментов инерции составных фигур                    | 16 |
| Задания к контрольной работе № 2   | 18 |
| Задача № 2.1. Анализ напряженно-деформированного состояния               | 18 |
| Задача № 2.2. Расчет вала на совместное действие изгиба и кручения       | 20 |
| Задача № 2.3. Расчет на устойчивость по коэффициентам продольного изгиба | 22 |
| Методические указания и примеры решения задач                            | 24 |
| Задача 1.1.  | 24 |
| Задача 1.2.  | 27 |
| Задача 1.3.  | 30 |
| Задача 2.1   | 33 |
| Задача 2.2.  | 35 |
| Задача 2.3.  | 38 |
| Приложение   | 40 |

## Введение

Во второй части курса «Прикладная механика» слушатели изучают сопротивление материалов.

Сопротивление материалов – наука о методах расчетов на прочность, жесткость и устойчивость отдельных элементов конструкций зданий и сооружений, а также деталей машин общего назначения. Расчеты в сопротивлении материалов подразделяются на проверочные, проектные и расчеты допускаемой нагрузки. При проведении расчетов необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с минимальной ее стоимостью, добиваться наибольшей прочности при меньшем расходе материалов.

При изучении «Прикладной механики» следует пользоваться тематическим планом курса, приведенном в рабочей программе. В этом плане указаны параграфы рекомендуемого учебника, в котором освещены все вопросы курса, подлежащие изучению. В соответствии с программой слушатели выполняют две контрольные расчетно-графические работы по сопротивлению материалов.

Изучая каждую тему, уясните физическую сущность явления и вывод расчетных формул. Для проверки усвоения теоретического материала в пособии приведены контрольные вопросы. Убедившись, что теоретический материал усвоен, переходите к решению задач, предварительно разобрав приведенные в учебнике примеры. Для закрепления материала курса и приобретения практических навыков следует решить рекомендованные в тематическом плане курса задачи.

Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, чернилами (не красными), четким почерком с полями 40 мм с левой стороны страницы для замечаний рецензента. В конце решения каждой задачи оставлять чистый лист для указаний рецензента. Обложка тетради оформляется по утвержденной в Академии форме.

Допускается оформление контрольной работы в печатном и в электронном (с предоставлением дискеты) вариантах. Для электронной версии формат файла – Microsoft Word, параметры шрифта – Times New Roman, кегль 14, интервал 1,0.

Выполняя контрольные работы, необходимо полностью переписать текст каждой задачи и в карандаше аккуратно сделать соответствующий чертеж, на котором указываются численные значения заданных величин.

Расчетные схемы и числовые данные каждой задачи выбираются в соответствии с учебным шифром, определяемым тремя последними цифрами номера зачетной книжки слушателя. По цифрам шифра определяются **строки**, а порядковые номера цифр в шифре определяют **столбцы** в таблице с данными задачи. На пересечении соответствующих строк и столбцов определяются условия для индивидуального варианта задачи.

Например, для учебного шифра 386 из таблицы 1.1 для решения задачи следует взять: размеры  $a = 2,3$  м,  $b = 2,8$  м,  $c = 1,3$  м; Площадь  $A = 18 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>; схему X (по рис. 1.1).

Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не проверяются и не зачитываются.

Решение каждой задачи должно сопровождаться кратким пояснением, т.е. надо указывать какие формулы или уравнения применяются для ее решения. Все этапы решения задачи нумеруются в соответствии с пунктами методических указаний и снабжаются краткими и четкими пояснениями.

При расчетах вначале выписывается используемая формула с применением общепринятых буквенных обозначений, затем подставляются исходные цифровые значения вместо буквенных в той же последовательности и только после этого производятся требуемые математические операции. Все расчеты в контрольных работах следует производить с помощью микрокалькулятора. Окончательные результаты с обязательным указанием размерности выделяются (подчеркиваются или берутся в рамки). Рекомендуется производить оценку правдоподобности окончательных результатов с точки зрения их физической сущности и исходных данных.

**П р и м е ч а н и е.** Пункты условия задачи, отмеченные звездочкой, выполняются по указанию преподавателя в качестве учебно-исследовательской работы.

Все задания контрольных работ составлены в Международной системе единиц (СИ), основные и некоторые производные единицы которой приведены в таблице П 1 приложения. При слишком больших или слишком малых числах в вычислениях по Международной системе рекомендуется пользоваться кратными или дольными единицами, приведенными в таблице П 2 приложения.

Кратные и дольные единицы измерения образуются добавлением приставок к корневой части названий единиц, например; сантиметр (см), кубический дециметр (дсм<sup>3</sup>), меганьютон (МН), киловатт (кВт). Для производных единиц, составленных наименований нескольких единиц, приставка добавляется только к первой по порядку единице, например, килоньютон-метр (кН·м).

## Общие методические указания и вопросы для самопроверки

### Основные понятия

При изучении темы следует обратить внимание на общие понятия, такие как прочность, жесткость, устойчивость элементов инженерных конструкций; реальные объекты и принципы их схематизации; силы внешние и внутренние; деформации и перемещения (линейные и угловые); механические напряжения (нормальные и касательные).

Если внешние силы, действующие на элементы конструкций, в сопромате, как правило, задаются, то внутренние силы неизвестны, и их необходимо определить. Для определения внутренних сил в сопромате используется метод сечений, сущность которого заключается в следующем:

1. Элемент конструкции мысленно **рассекается** в интересующем нас месте.
2. Одна из частей **отбрасывается**.
3. Действие отброшенной части **заменяется** равнодействующей внутренних сил, которые в данном случае рассматриваются как внешние.
4. Из **уравнений** равновесия статики определяются неизвестные внутренние силы.

Необходимо обратить особое внимание на понятие внутренних сил и способ их определения, так как это ключевой момент при изучении сопротивления материалов.

### Вопросы для самопроверки

*Что такое прочность, жесткость и устойчивость? В чем различие между деформацией и перемещением? Что называется напряжением в точке тела? Какое напряжение называется полным, нормальным, касательным? Как определяются внутренние силовые факторы?*

### Деформация растяжения (сжатия)

В этой теме изучается деформация бруса с прямой осью и нагруженного силами, действующими вдоль этой оси. Освещаются более подробно способы определения нормального напряжения  $\sigma$  и относительной продольной деформации  $\epsilon$ . Дается описание методов испытания пластичных и хрупких материалов и их важнейших механических характеристик прочности и пластичности: модуля продольной упругости  $E$ , коэффициента Пуассона  $\mu$ , предела пропорциональности  $\sigma_{\text{пц}}$ , предела текучести  $\sigma_{\text{т}}$ , предела прочности  $\sigma_{\text{в}}$ . Устанавливается зависимость между нормальными напряжениями и относительной деформацией  $\sigma = E \cdot \epsilon$ , известной как закон Гука.

При изучении этой темы вводится понятие допускаемого напряжения  $[\sigma]$ , коэффициента запаса прочности  $n$ , дается описание проектного и проверочного расчетов, применяемых соответственно при определении некоторых геометрических размеров элементов конструкций и выявлении, как далека конструкция от опасного состояния.

### **Вопросы для самопроверки**

*Как строится диаграмма растяжения? Что называется пределом пропорциональности, пределом упругости, пределом текучести, пределом прочности? Как формулируется закон Гука? Что называется модулем продольной упругости, коэффициентом Пуассона? В чем разница между пластичным и хрупким материалом? От каких факторов зависит коэффициент запаса прочности?*

### **Геометрические характеристики плоских сечений**

При изучении темы следует обратить внимание на следующие понятия: статические моменты площадей, осевые, полярный и центробежный моменты инерции сечения, а также на связь между осевыми и полярным моментами инерции, на основное свойство моментов инерции, формулу параллельного переноса осей и, наконец, на зависимость между моментами инерции относительно осей, составляющих между собой некоторый угол.

Если начало системы координат разместить в центре тяжести поперечного сечения стержня произвольной формы и затем поворачивать стержень определенным образом относительно его продольной оси, то каждый раз осевые и центробежный моменты инерции будут получать новые значения. Осевые моменты инерции достигнут экстремального (максимального и минимального) значения взаимно перпендикулярных осей тогда, когда центробежный момент инерции сечения станет равным нулю. В этом случае оси, лежащие в поперечном сечении, получают название главных центральных осей инерции, а осевые моменты – главных центральных моментов инерции. Определение положения главных центральных осей и значений главных центральных моментов инерции является конечной целью изучения материала темы и должно быть хорошо усвоено каждым слушателем.

### **Вопросы для самопроверки**

*Что такое осевой, центробежный и полярный моменты инерции? Какая существует связь между осевыми и полярным моментами инерции? Основное свойство статического момента площади. Формула параллельного переноса осей. Относительно какой оси осевой момент инерции сечения достигает наименьшего значения? Какие оси называются главными, а какие – главными центральными?*

### **Деформация кручения**

В теме рассматривается кручение вала при его нагружении парами сил в плоскостях, перпендикулярных оси вала, дается понятие крутящего момента и определение его с применением метода сечений.

При изучении деформации кручения устанавливается связь между максимальным касательным напряжением, крутящим моментом и моментом сопротивления поперечного сечения вала. При этом в основу вывода этой зависимости положена гипотеза плоских сечений, согласно которой:

а) сечения плоские и нормальные к оси вала до деформации остаются плоскими и нормальными после деформации;



б) радиусы в поперечном сечении прямолинейные до деформации остаются прямолинейными после деформации.

Для расчета валов на жесткость вводится понятие угла поворота сечения вала, и даются выражения для его определения в функции крутящего момента, длины и жесткости сечения вала.

### **Вопросы для самопроверки**

*Что такое крутящий момент и как он определяется? Как определить величину касательного напряжения в произвольной точке сечения вала? Что такое момент сопротивления сечения вала? Как определяется величина угла поворота сечения вала? Условие прочности и условие жесткости вала.*

### **Деформация изгиба**

Если к балке приложить силы или пары сил в плоскости, проходящей через продольную ось балки и одну из главных осей инерции сечения балки, то произойдет ее изгиб. При этом в поперечном сечении внутренние силы приводятся к одному внутреннему силовому фактору, – изгибающему моменту, и тогда изгиб называют **чистым** или к изгибающему моменту и поперечной силе, и тогда изгиб считается **поперечным**.

При изучении этой темы следует обратить особое внимание на определение внутренних силовых факторов – поперечной силы и изгибающего момента и построения соответствующих эпюр.

При изучении закономерности распределения нормальных напряжений в поперечном сечении балки целесообразно самостоятельно найти пути снижения расхода материала балки при одинаковой ее прочности.

Для определения перемещений в балке предлагается изучить дифференциальное уравнение упругой линии (изогнутой оси) балки и использовать универсальный метод интегрирования дифференциального уравнения.

В этой теме изучается также частный случай изгиба – **косой изгиб**. Он имеет место в случае, когда плоскость действия нагрузки не проходит через главную центральную ось инерции сечения балки. Косой изгиб наиболее удобно рассматривать как одновременный изгиб балки в двух взаимно перпендикулярных главных плоскостях.

Явление косоуго изгиба особенно опасно для балок с сечениями, имеющими значительно отличающиеся друг от друга главные моменты инерции сечения.

### **Вопросы для самопроверки**

*Какой изгиб называется прямым чистым, прямым поперечным и какой – косым? Что такое нейтральный слой, нейтральная линия? Как изменяется нормальное напряжение по сечению балки при прямом поперечном изгибе? Укажите на физический смысл произвольных постоянных при универсальном методе интегрирования дифференциального уравнения упругой линии балки.*

### **Прочность материала при сложном напряженном состоянии**

В теме изучается напряженное и деформированное состояние в общем случае нагружения тела, что является необходимым для последующего решения более сложных задач.

Вырезая из тела в окрестности исследуемой точки элементарный кубик, показываем по каждой грани полный вектор напряжения. В общем виде он может быть разложен на нормальное, перпендикулярное к грани, и касательное напряжения. Следовательно, по трем взаимно перпендикулярным площадкам будет действовать девять величин напряжений, называемых компонентами напряженного состояния в точке.

Среди бесконечно большого числа элементарных кубиков, вырезанных в окрестностях данной точки тела, всегда найдется один кубик, по граням которого будут действовать только нормальные напряжения (их называют главными напряжениями), а касательные напряжения отсутствуют (равны нулю).

Напряженное состояние называется объемным, если по всем граням элементарного кубика главные напряжения не равны нулю. Если главные напряжения действуют по одному или двум направлениям, то напряженное состояние называется соответственно линейным или плоским.

Очень важно знать выражения для определения значений главных напряжений в случае плоского напряженного состояния, которое наиболее часто встречается в практике расчетов при совместном действии растяжения (сжатия), изгиба и кручения. Решение вопроса о прочности элемента инженерной конструкции, а иногда конструкции в целом является конечной целью большинства расчетов. Вопрос о прочности элемента, работающего при простых деформациях – растяжении (сжатии), кручении и изгибе, осуществляется путем сопоставления наибольшего (максимального) напряжения в опасной точке с величиной допускаемого напряжения материала, из которого изготовлен элемент. В случае сложного нагружения элементов конструкций (сочетание изгиба и кручения, кручения и растяжения и т.д.) напряженное состояние в опасной точке сечения и расчеты на прочность отличаются от напряжения и расчетов на прочность элементов при простых видах нагружения.

В общем случае нагружения количество напряженных состояний бесконечно велико и поэтому о прочности элемента конструкции, находящегося в произвольном напряженном состоянии, приходится судить по прочности элемента, находящегося в напряженном состоянии, для которого предельное состояние известно из предположения о равнопрочности.

Предположение о равнопрочности двух элементов конструкции, находящихся в разных напряженных состояниях, носит название **гипотезы** или **теории прочности**. Одноосное (линейное) напряженное состояние, равнопрочное данному, называется **эквивалентным**, а его главное напряжение – **эквивалентным напряжением**.

*Вопросы для самопроверки*

*Какие виды напряженного состояния в точке вы знаете? Что называется главными напряжениями? Как определяется величина главных напряжений? Какие вы знаете теории (гипотезы) прочности?*

### **Прочность при циклически меняющихся напряжениях**

При циклически меняющихся напряжениях материал разрушается при напряжениях значительно меньших, чем предполагают предельные характеристики, определяемые при статических испытаниях материала. Явление понижения прочности материала под действие переменных во времени напряжений называется усталостью. Изучение явления усталости элементов конструкций имеет исключительно важное значение в связи с развитием машиностроения.

При изучении темы необходимо обратить внимание на механизм усталостного разрушения, кривые усталости, предел выносливости и способы его определения, на факторы, влияющие на выносливость, расчеты на выносливость при симметричных циклах изменения напряжений.

### **Вопросы для самопроверки**

*Каковы современные представления о прочности материалов, работающих в условиях переменных напряжений? Какие вы знаете циклы изменения напряжений во времени? Что такое кривая выносливости, предел выносливости? Какие факторы наиболее существенно влияют на выносливость? Что такое запас прочности по выносливости и чему он равен для детали, работающей при симметричном цикле изменения напряжения?*

## Задания к контрольной работе № 1

**Задача № 1.1. Расчет статически неопределимой стержневой системы**  
 Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирную опору и закреплен двумя стержнями при помощи шарниров. Схема стержневой системы приведена на рис. 1.1, численные данные в табл. 1.1.

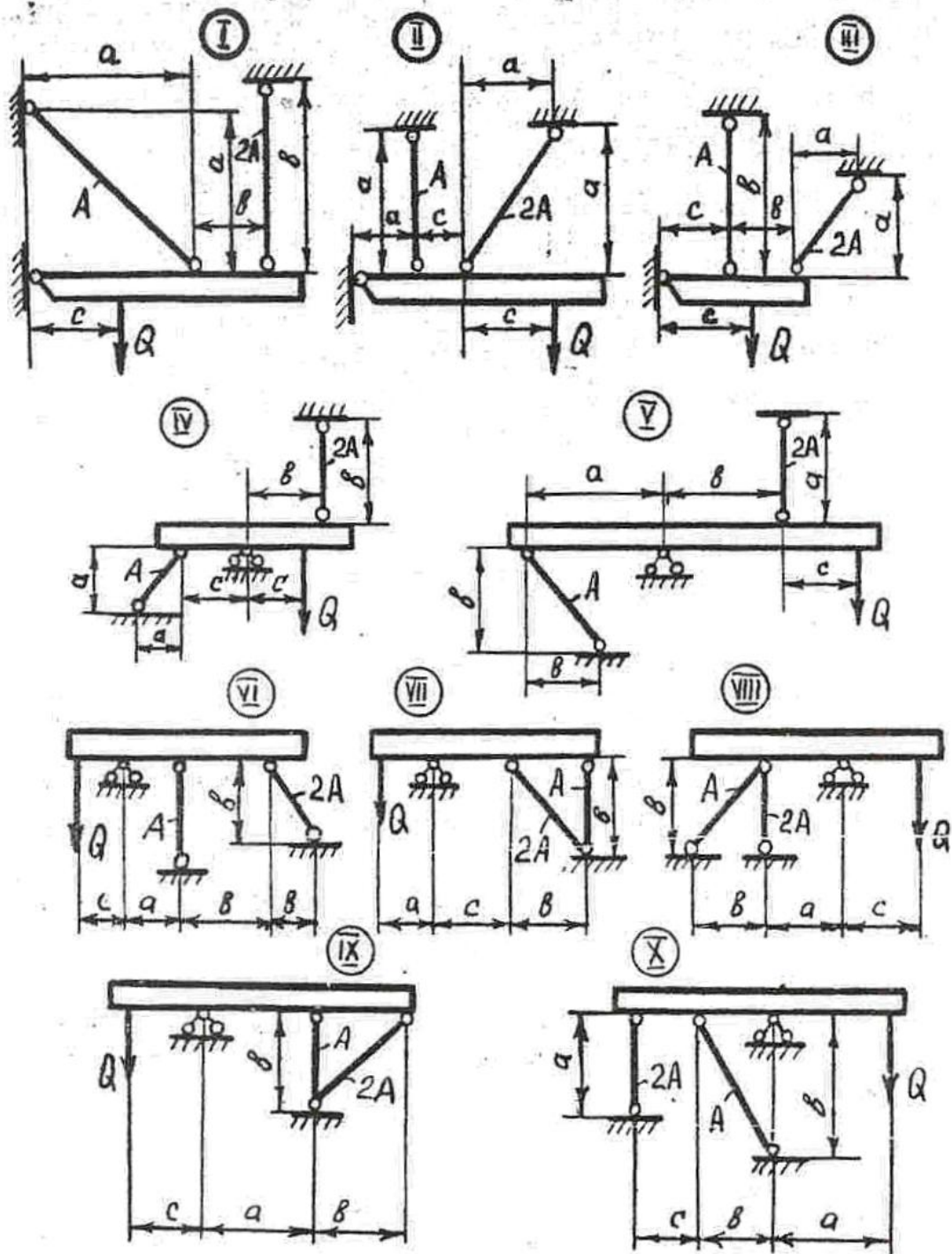


Рис. 1.1.

Таблица 1.1

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра |      |      | 2-я цифра шифра   | 3-я цифра шифра |
|-------------|-----------------|------|------|-------------------|-----------------|
|             | a, м            | b, м | c, м | A, м <sup>2</sup> | схема           |
| 1           | 2,1             | 3,0  | 1,1  | 11                | I               |
| 2           | 2,2             | 2,9  | 1,2  | 12                | II              |
| 3           | 2,3             | 2,8  | 1,3  | 13                | III             |
| 4           | 2,4             | 2,7  | 1,4  | 14                | IV              |
| 5           | 2,5             | 2,6  | 1,5  | 15                | V               |
| 6           | 2,6             | 2,5  | 1,6  | 16                | VI              |
| 7           | 2,7             | 2,4  | 1,7  | 17                | VII             |
| 8           | 2,8             | 2,3  | 1,8  | 18                | VIII            |
| 9           | 2,9             | 2,2  | 1,9  | 19                | IX              |
| 0           | 3,0             | 2,1  | 2,0  | 20                | X               |

Общие данные: допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160$  МПа; предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа; коэффициент запаса прочности  $n = 1,5$ .

#### Содержание и порядок выполнения

1. Вычертить в масштабе стержневую систему с указанием численных значений заданных величин.
2. Определить продольные силы и напряжения в стержнях, выразив их через искомую силу  $Q$ .
3. Из условия прочности на растяжение (сжатие) определить допускаемую нагрузку  $[Q]$  стержневой системы.
4. Определить предельную грузоподъемность системы по заданному пределу текучести  $Q_{\text{пред}}$  и допускаемую нагрузку, вычисленную по предельному состоянию системы  $[Q]_{\text{пред}}$  и коэффициенту запаса прочности.
5. Сравнить величины допускаемой нагрузки, полученные из расчета по допускаемым напряжениям (п.3) и по предельному состоянию системы (п.4).

### Задача № 1.2. Расчет на прочность двухопорной балки

Для данной балки из условия прочности подобрать номер двутавра. Схема балки и приложения внешних нагрузок приведены на рис. 1.2, численные данные – в табл. 1.2.

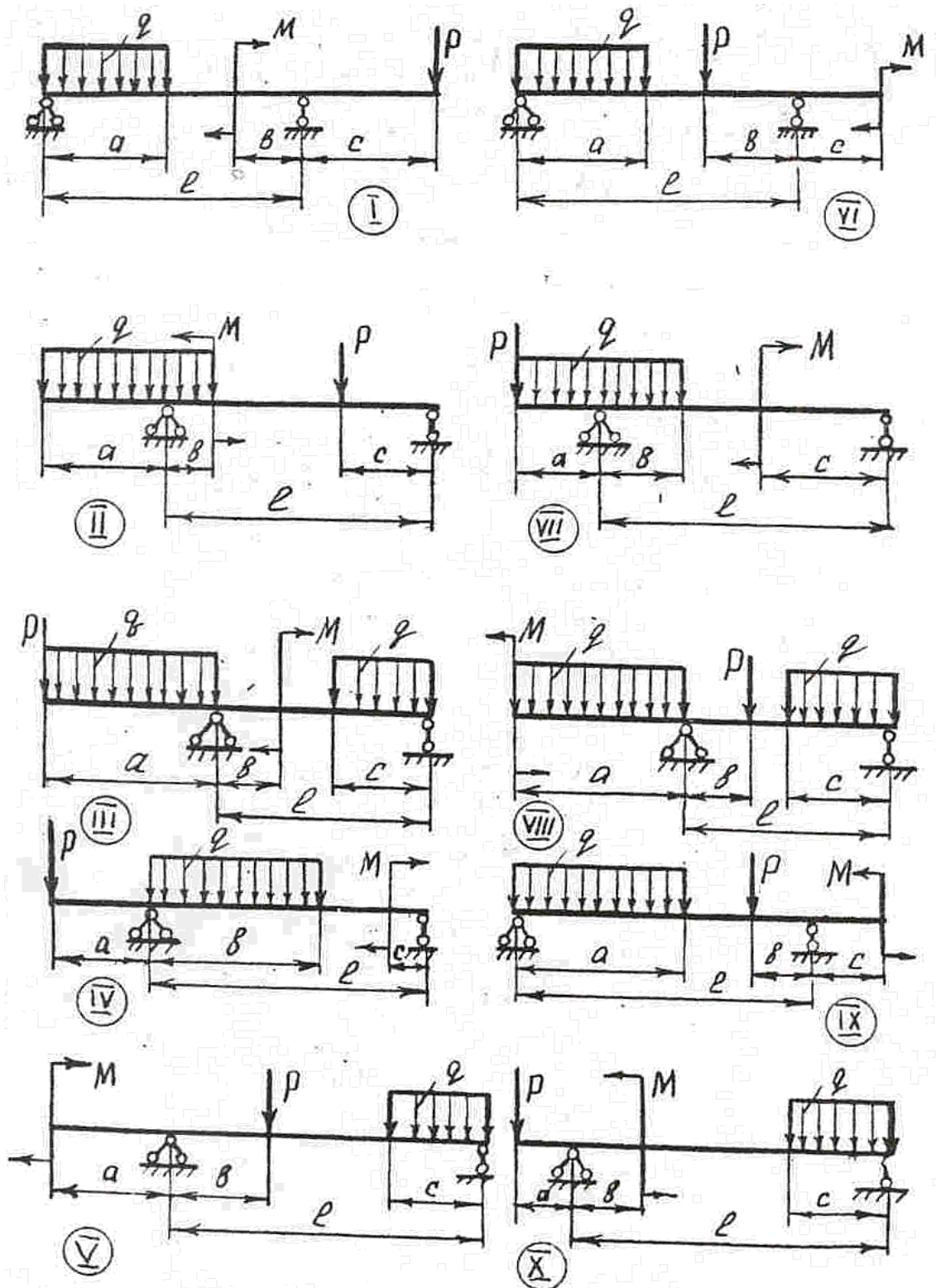


Рис. 1.2

Таблица 1.2

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра |       |       | 2-я цифра шифра |         |        | 3-я цифра шифра |       |
|-------------|-----------------|-------|-------|-----------------|---------|--------|-----------------|-------|
|             | a / l           | b / l | c / l | l, м            | q, кН/м | P, кН, | M, кН м         | схема |
| 1           | 0,3             | 0,2   | 0,1   | 10              | 20      | 2      | 5               | I     |
| 2           | 0,4             | 0,3   | 0,2   | 8               | 18      | 4      | 6               | II    |
| 3           | 0,5             | 0,4   | 0,3   | 6               | 16      | 6      | 7               | III   |
| 4           | 0,3             | 0,2   | 0,1   | 4               | 14      | 8      | 8               | IV    |
| 5           | 0,4             | 0,3   | 0,2   | 2               | 12      | 10     | 9               | V     |
| 6           | 0,5             | 0,4   | 0,3   | 4               | 10      | 12     | 8               | VI    |
| 7           | 0,3             | 0,2   | 0,1   | 6               | 8       | 14     | 7               | VII   |
| 8           | 0,4             | 0,3   | 0,2   | 8               | 6       | 16     | 6               | VIII  |
| 9           | 0,5             | 0,4   | 0,3   | 10              | 4       | 18     | 5               | [X]   |
| 0           | 0,3             | 0,2   | 0,1   | 12              | 2       | 20     | 10              | X     |

Общие данные:  $[\sigma] = 160$  МПа

### Содержание и порядок выполнения

1. Вычертить в масштабе схему балки с указанием численных значений заданных величин.

2. Составить уравнения поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_x$  по участкам балки и построить их эпюры.

3. Из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать двутавровое сечение по ГОСТ 8239-72 (см. табл. П 2 приложения).

4\*. Провести проверку прочности по максимальным касательным напряжениям и при необходимости усилить сечение.

5\*. На эскизе опасного сечения построить эпюры нормальных и касательных напряжений.

6\*. С учетом совместности действия нормальных и касательных напряжений, используя четвертую теорию прочности, провести проверку прочности балки и при необходимости подобрать новое сечение.

### Задача 1.3. Расчет моментов инерции составных фигур

Для заданного сечения определить положение главных центральных осей и величину главных центральных моментов инерции. Тип сечения приведен на рис. 1.3, номера прокатных профилей – в таблице 1.3. Сведения о геометрических характеристиках прокатных профилей приведены в таблицах II приложения.

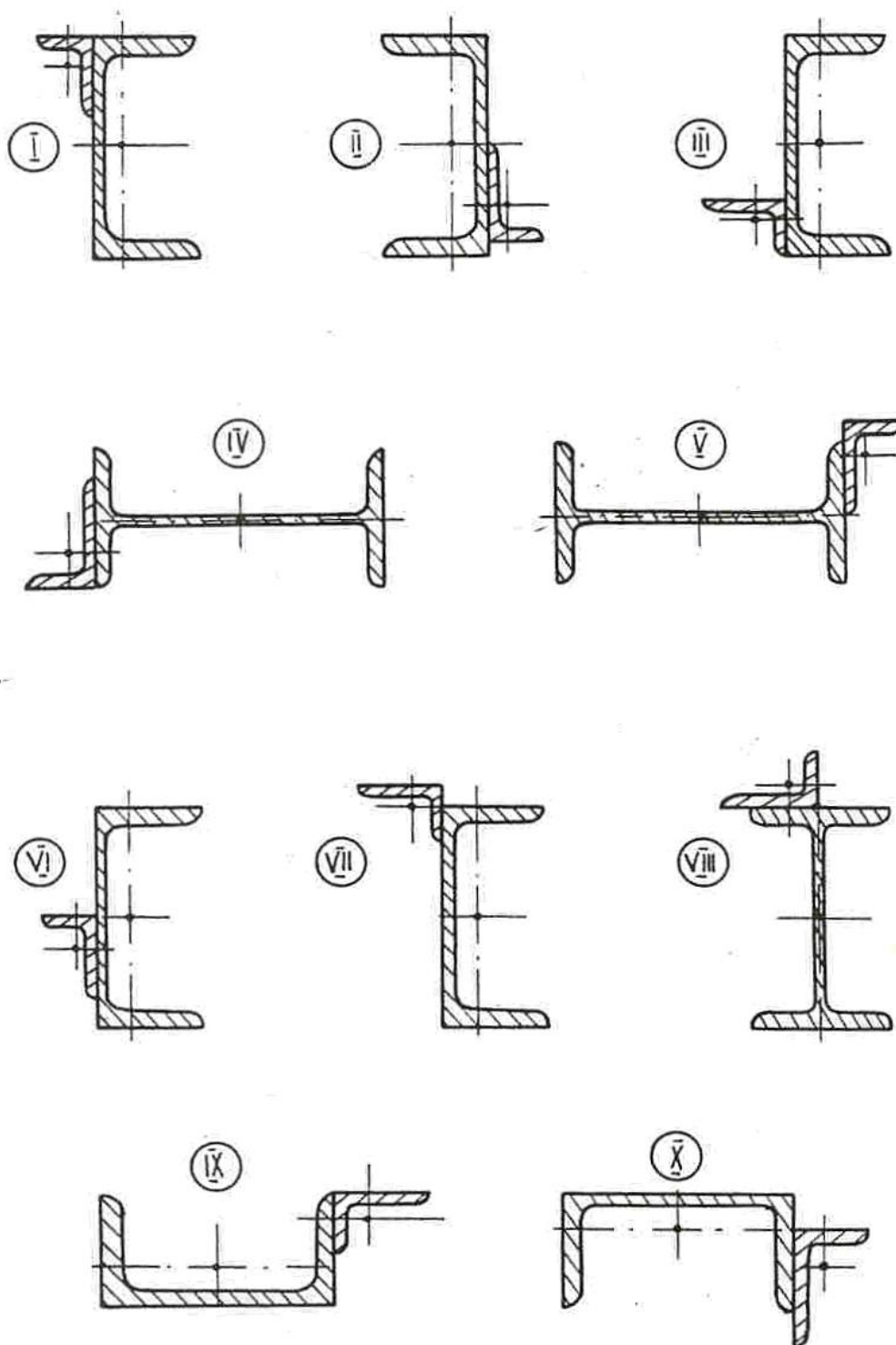


Рис. 1.3



Таблица 1.3

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра         | 2-я цифра шифра | 3-я цифра шифра |
|-------------|-------------------------|-----------------|-----------------|
|             | № швеллера или двутавра | Размеры уголка  | Тип сечения     |
| 1           | 20                      | 90 × 56 × 8     | I               |
| 2           | 20,а                    | 100 × 63 × 10   | II              |
| 3           | 22                      | 110 × 70 × 8    | III             |
| 4           | 22,а                    | 125 × 80 × 12   | IV              |
| 5           | 24                      | 140 × 90 × 10   | V               |
| 6           | 24,а                    | 160 × 100 × 14  | VI              |
| 7           | 27                      | 200 × 125 × 16  | VII             |
| 8           | 16                      | 80 × 50 × 6     | VIII            |
| 9           | 18,а                    | 160 × 100 × 14  | IX              |
| 0           | 18                      | 90 × 90 × 8     | X               |

### Содержание и порядок выполнения

1. Вычертить сечение в масштабе с указанием численных значений размеров.
2. Определить положение центра тяжести сечения.
3. Определить моменты инерции относительно центральных осей.
4. Определить положение главных центральных осей и величину главных центральных моментов инерции.
5. Вычислить моменты сопротивления относительно главных центральных осей.

## Задания к контрольной работе № 2

### Задача № 2.1. Анализ плоского напряженно-деформированного состояния

Провести анализ плоского напряженного состояния в точке деформированного тела, заданного напряжениями на двух взаимно перпендикулярных площадках, и оценить прочность материала в данной точке.

Схема нагружения элемента приведена на рис. 2.1, численные данные – в табл. 2.1.

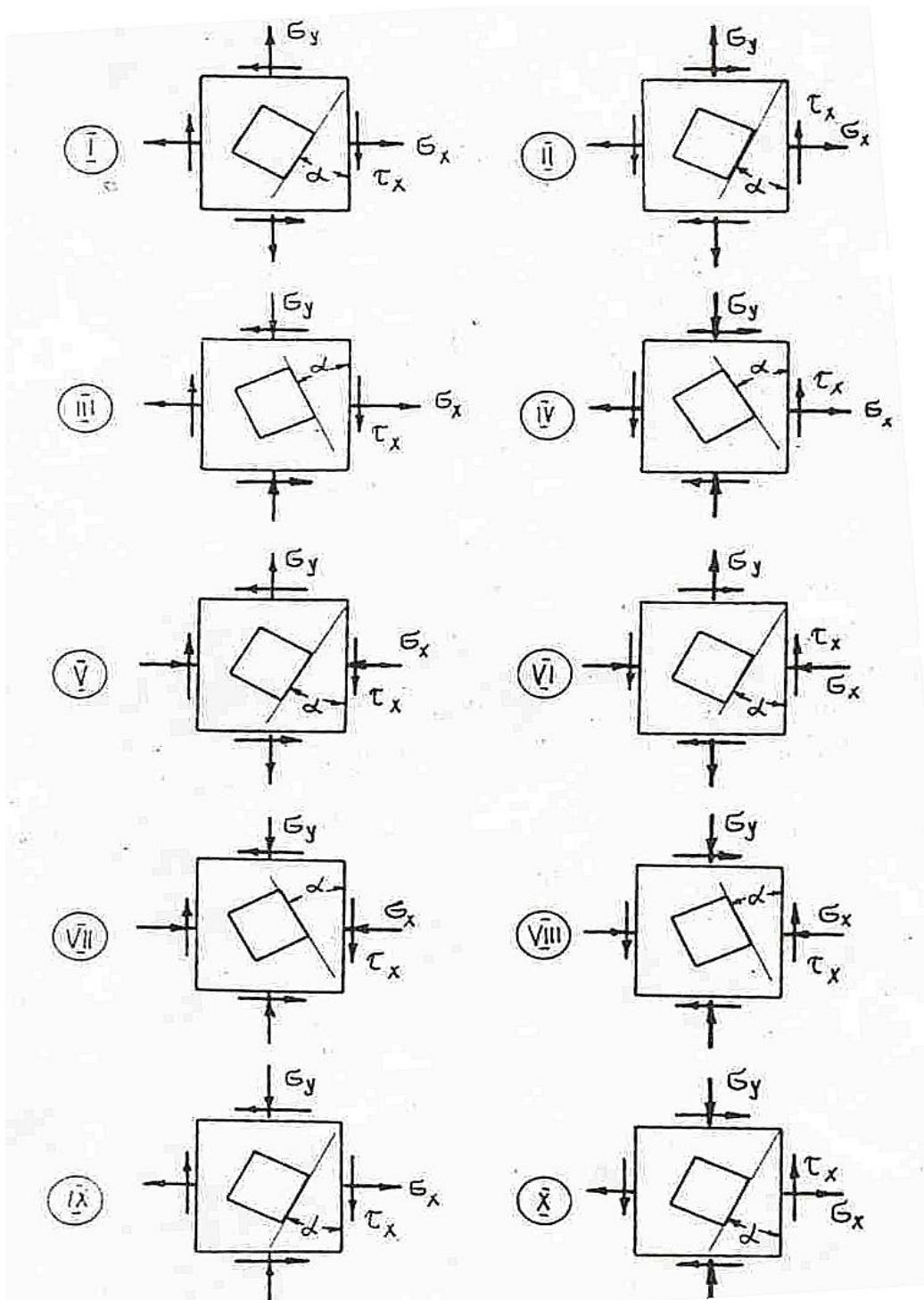


Рис. 2.1

Таблица 2.1

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра |                  | 2-я цифра шифра    |                    | 3-я цифра шифра |       |
|-------------|-----------------|------------------|--------------------|--------------------|-----------------|-------|
|             | $\mu$           | $ \tau_x $ , МПа | $ \sigma_x $ , МПа | $ \sigma_y $ , МПа | $ \alpha^0 $    | схема |
| 1           | 0,25            | 20               | 50                 | 30                 | 20              | I     |
| 2           | 0,26            | 30               | 60                 | 40                 | 25              | II    |
| 3           | 0,27            | 40               | 70                 | 50                 | 30              | III   |
| 4           | 0,28            | 50               | 80                 | 60                 | 35              | IV    |
| 5           | 0,29            | 60               | 90                 | 70                 | 40              | V     |
| 6           | 0,30            | 20               | 100                | 80                 | 45              | VI    |
| 7           | 0,29            | 30               | 65                 | 75                 | 50              | VII   |
| 8           | 0,28            | 40               | 75                 | 65                 | 55              | VIII  |
| 9           | 0,27            | 50               | 85                 | 55                 | 60              | IX    |
| 0           | 0,26            | 60               | 95                 | 45                 | 65              | X     |

Общие данные:  $E = 2,0 \cdot 10^5$  МПа; пластичный материал -  $\sigma_T = 280$  МПа; хрупкий материал -  $\sigma_B^+ = 150$  МПа;  $\sigma_B^- = 650$  МПа.

### Содержание и порядок выполнения.

1. Вычертить схему элемента с указанием численных значений заданных величин.
2. Присвоить, согласуясь со схемой, знаки напряжениям и углу между соответствующими нормальями.
3. Определить аналитически положение главных площадок, значения главных напряжений, а также напряжения на взаимно перпендикулярных площадках, повернутых относительно исходных площадок на угол  $\alpha$ .
- 4\*. Проверить графически (путем построения круга Мора) величины, найденные в п.3.
5. Вычислить наибольшие касательные напряжения.
6. Определить главные деформации.
7. Вычислить относительное изменение объема.
- 8\*. Определить коэффициенты запаса прочности:
  - а) для пластичного материала по третьей и четвертой теориям прочности;
  - б) для хрупкого материала по первой и второй теориям прочности.

### Задача 2.2. Расчет вала на совместное действие изгиба и кручения

Шкив с диаметром  $D_1$  и ветвями ремня, направленными вертикально, вращается с угловой скоростью  $\omega$  и передает мощность  $N_1$ . Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и ветви ремней, направленных горизонтально, каждый из шкивов передает мощность  $N_2 = 0,5 N_1$ . Схема вала приведены на рис. 2.2, численные данные в табл. 2.2.

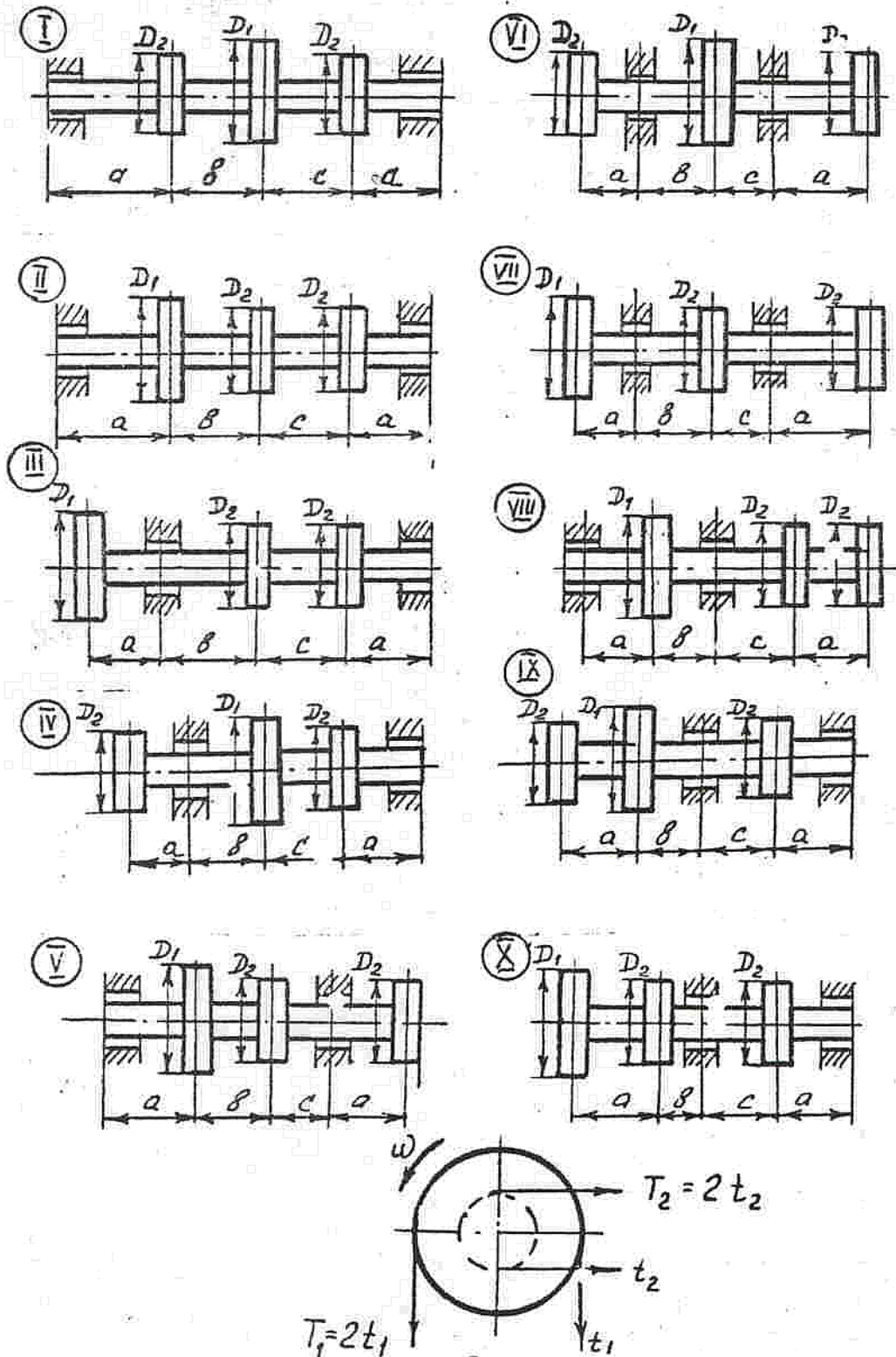


Рис 2.2

Таблица 2.2

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра |           | 2-я цифра шифра |      |      | 3-я цифра шифра  |             |       |
|-------------|-----------------|-----------|-----------------|------|------|------------------|-------------|-------|
|             | $D_2$ , м       | $D_2$ , м | a, м            | b, м | c, м | $\omega$ , рад/с | $N_1$ , кВт | схема |
| 1           | 0,6             | 0,2       | 1,1             | 1,0  | 0,9  | 15               | 10          | I     |
| 2           | 0,7             | 0,3       | 1,2             | 1,1  | 0,8  | 15               | 20          | II    |
| 3           | 0,8             | 0,4       | 1,3             | 1,2  | 0,7  | 30               | 30          | III   |
| 4           | 0,9             | 0,5       | 0,4             | 1,3  | 0,6  | 30               | 40          | IV    |
| 5           | 1,0             | 0,6       | 0,5             | 0,4  | 0,5  | 45               | 50          | V     |
| 6           | 1,1             | 0,8       | 0,6             | 0,5  | 0,4  | 45               | 60          | VI    |
| 7           | 1,2             | 0,9       | 0,7             | 0,6  | 1,0  | 60               | 70          | VII   |
| 8           | 1,3             | 1,0       | 0,8             | 0,7  | 1,1  | 60               | 80          | VIII  |
| 9           | 0,4             | 0,2       | 0,9             | 0,8  | 1,2  | 85               | 90          | IX    |
| 0           | 0,5             | 0,3       | 1,0             | 0,9  | 1,3  | 100              | 100         | X0    |

Общие данные:  $[\sigma] = 160$  МПа

### Содержание и порядок выполнения

1. Вычертить схему вала и расположение передач с указанием заданных величин.

2. Определить усилия в элементах передач и привести их центру вала, разложив двум взаимно перпендикулярным плоскостям.

3. Построить эпюры крутящих  $M_k$  и изгибающих  $M_x$ ,  $M_y$  моментов в выбранных плоскостях.

4. Построить эпюру суммарных изгибающих моментов  $M$ .

5. При помощи эпюр  $M_k$  и  $M$  найти положение опасного сечения вала и определить величину максимального эквивалентного момента (по третьей теории прочности)  $M_{\text{экв}}^{\text{III}}$ .

6. Из условия прочности определить диаметр вала и округлить его величину.

**Задача 2.3. Расчет на устойчивость по коэффициентам продольного изгиба**

Определить размеры поперечного сечения стального вертикально расположенного стержня длиной  $l$ , который нагружен продольной силой  $F$ .

Схема закрепления концов балки и форма поперечного сечения ее приведена на рис. 2.3, численные значения силы – в табл. 2.3.

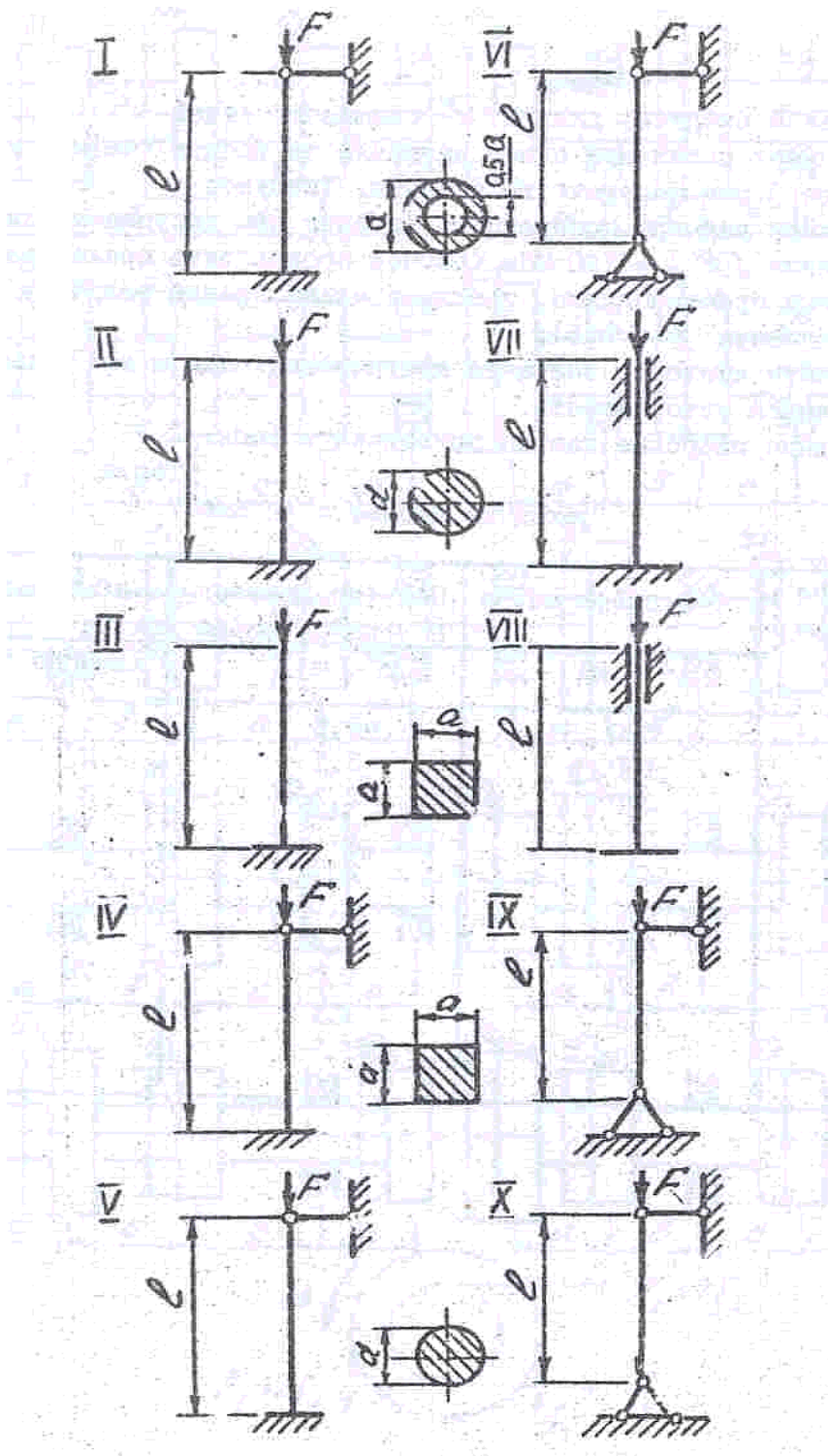


Рис. 2.3

Таблица 2.3

| Цифры шифра | 1-я цифра шифра | 2-я цифра шифра | 3-я цифра шифра |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|             | F, кН           | l, м            | схема           |
| 1           | 800             | 1,9             | I               |
| 2           | 160             | 2,1             | II              |
| 3           | 240             | 2,4             | III             |
| 4           | 320             | 2,8             | IV              |
| 5           | 400             | 3,2             | V               |
| 6           | 480             | 2,9             | VI              |
| 7           | 560             | 2,6             | VII             |
| 8           | 640             | 2,3             | VIII            |
| 9           | 720             | 2,0             | IX              |
| 0           | 80              | 1,7             | X               |

Общие данные: материал стержня сталь марки Ст. 3;  $[\sigma] = 160$  МПа.

### Содержание и порядок выполнения

1. Вычертить в масштабе заданную схему с указанием численных значений заданных величин.
2. Определить размеры поперечного сечения стержня методом последовательного приближения.
3. Найти числовое значение критической силы  $F_{кр}$  и коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ .



## Методические указания и примеры решения задач

### Задача 1.1.

При решении этой задачи необходимо применить метод сечений. Для этого в местах разрывов стержней следует приложить неизвестные пока нам силы, предполагая их растягивающими. Для определения этих сил следует составить одно уравнение равновесия статики (уравнение моментов относительно центра шарнирно-неподвижной опоры) и одно уравнение деформаций, выражающее зависимость между деформациями обеих стержней. Затем деформации стержней надо выразить через силы (по закону Гука) и решить совместно оба уравнения.

Решение задачи рассмотрим по варианту, соответствующему условному шифру 000.

По таблице 1.1. принимаем:  $a = 3,0$  м;  $b = 2,1$  м;  $c = 2,0$  м;  $A = 20 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>; схему X. Общие данные:  $[\sigma] = 160$  МПа;  $\sigma_T = 240$  МПа;  $n = 1,5$ .

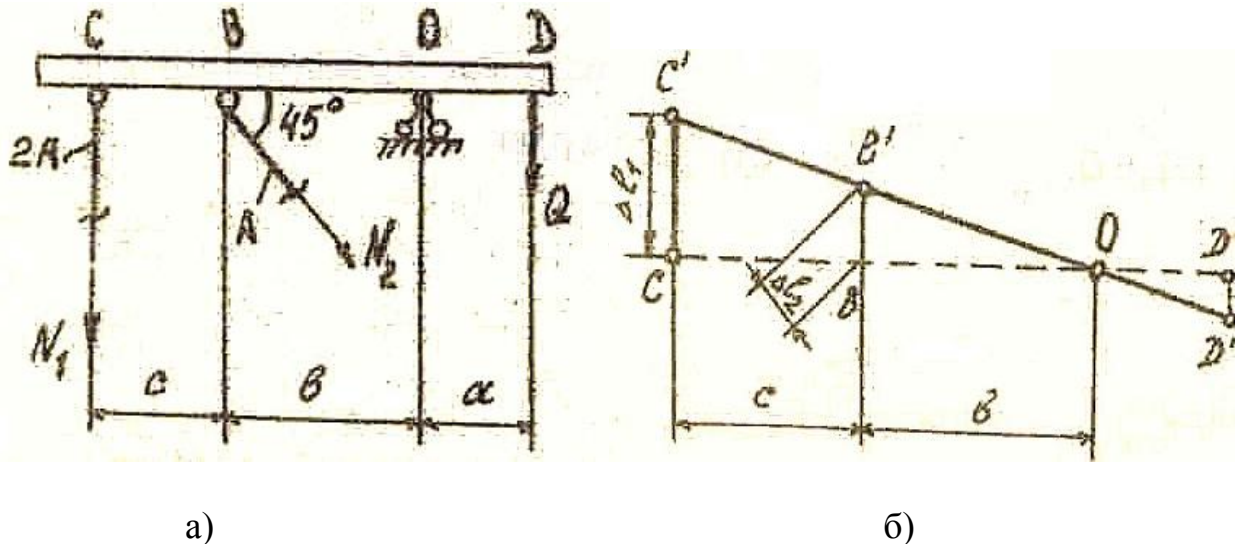


Рис. 1.1.1

1. Разрезаем стержни и вводим неизвестные силы  $N_1$  и  $N_2$  (рис. 1.1.1,а).

Составляем уравнение моментов относительно центра шарнирно-неподвижной опоры (точки O).

$$N_1 \cdot (b+c) = N_2 \cdot b \cdot \sin 45^\circ - Q \cdot a = 0 \quad (1)$$

В результате деформации стержней брус займет новое положение (рис. 1.1.1,б).

Составим второе уравнение, выражающее зависимость между абсолютными деформациями обеих стержней. Из треугольников  $ABB^*$  и  $ACC^*$ , показанных на рис. 1.1.1,б, получим очевидное соотношение

$$BB^*/b = CC^*/(b+c), \quad (2)$$

где  $BB^* = \Delta l_2 / \cos 45^\circ$ ;  $CC^* = \Delta l_1$ .

Преобразуем равенство (2)

$$\Delta l_2 (b+c) = \Delta l_1 \cdot b \cdot \cos 45^\circ.$$



Выразим в этом равенстве абсолютные деформации через продольные силы (по закону Гука)

$$N_2 \cdot l_2 (b+c) / E \cdot A = N_1 \cdot l_1 \cdot b \cdot \cos 45^\circ / E \cdot 2 \cdot A, \quad (3)$$

где  $l_1 = a$ ,  $l_2 = b / \cos 45^\circ$  – длины стержней.

Подставляя необходимые величины в уравнения (1) и (3), получим

$$N_1 (2,1 + 2) + N_2 \cdot 2,1 \cdot \sin 45^\circ = 3 \cdot Q; \quad (4)$$

$$N_1 \cdot 3 \cdot b \cdot \cos 45^\circ / E \cdot 2 \cdot A - N_2 \cdot b \cdot (2,1 + 2) / E \cdot A \cdot \cos 45^\circ \quad (5)$$

Решая совместно уравнения (4) и (5), получим

$$N_1 = 0,686 \cdot Q, \quad (6)$$

$$N_2 = 0,125 \cdot Q. \quad (7)$$

2. По найденным продольным силам подсчитываем напряжения в обоих стержнях:

$$\sigma_1 = N_1 / 2A = 0,686 \cdot Q / 2 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 171,5 \cdot Q, \quad (8)$$

$$\sigma_2 = N_2 / A = 0,125 \cdot Q / 20 \cdot 10^{-4} = 62,5 \cdot Q. \quad (9)$$

Сравнивая результаты, можно сказать, что наибольшее напряжение будет в первом стержне.

Определяем допускаемую нагрузку [Q], приравняв большее напряжение допускаемому  $[\sigma] = 160$  МПа.

$$\sigma_1 = 171,5 \cdot Q \text{ и } [\sigma] = 171,5 \cdot [Q] \cdot 160.$$

$$[Q] = 160 / 171,5 = 0,933 \text{ МН} = 933 \text{ кН}.$$

3. Определим предельную грузоподъемность системы  $Q_{\text{пред}}$ . Из равенств (8) и (9) видно, что в упругой стадии работы в первом стержне напряжение больше, чем во втором, т.е.  $\sigma_1 > \sigma_2$ . При увеличении нагрузки Q напряжения в первом стержне достигнут предела текучести  $\sigma_T$  раньше чем во втором. Предельной нагрузкой для первого стержня будет

$$N_1^T = \sigma_T \cdot 2A = 240 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 0,96 \text{ МН} = 960 \text{ кН}.$$

К моменту наступления предельной нагрузки для первого стержня, напряжения во втором стержне еще не достигнут предела текучести. При дальнейшем росте силы Q напряжения и, следовательно усилия в первом стержне будут оставаться неизменными, усилия же и напряжения во втором стержне будут увеличиваться, пока напряжение не достигнет предела текучести, а усилие не станет равным величине

$$N_2^T = \sigma_T \cdot A = 240 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 0,48 \text{ МН} = 480 \text{ кН}.$$

Это состояние конструкции является предельным, так как дальнейшее увеличение нагрузки Q невозможно. Теперь для момента достижения системой предельного нагруженного состояния воспользуемся уравнением равновесия статики (1). Подставив в него значения усилий  $N_1^T$  и  $N_2^T$ , найдем предельную грузоподъемность системы

$$Q_{\text{пред}} = [N_1^T \cdot (b+c) + N_2^T \cdot b \cdot \sin 45^\circ] / a = \\ = [960 \cdot (2,1 + 2) + 480 \cdot 2,1 \cdot (\sqrt{2} / 2)] / 3 = 1550 \text{ кН}.$$

Допускаемая нагрузка, вычисленная по предельному состоянию системы  $[Q]_{\text{пред}}$ , с учетом коэффициента  $n = 1,5$  будет равна

$$[Q]_{\text{пред}} = Q_{\text{пред}} / n = 1550 / 1,5 = 1033 \text{ кН.}$$

4. Сравнивая результаты, можно сделать вывод, что допускаемая нагрузка  $[Q]$ , вычисленная по предельному состоянию системы (п. 3) больше  $[Q]$ , вычисленной по допускаемому напряжению (п. 2).

### Задача 1.2.

Эта задача относится к теме деформация изгиба, которая является самой большой и весьма сложной частью сопротивления материалов.

Вначале надо усвоить понятие поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  и научиться свободно строить эпюры  $Q$  и  $M$ .

Поперечная сила в данном сечении есть алгебраическая сумма сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных с одной стороны сечения относительно центра тяжести этого сечения. Знаки для  $Q$  и  $M$  связаны с характером деформации балки при действии внешних сил.

Поперечную силу  $Q$  будем считать положительной, если она стремится сдвинуть левое сечение балки вверх относительно правого (рис 1.2.1,а). Поперечную силу  $Q$  будем считать отрицательной, если она стремится сдвинуть левое сечение балки относительно правого вниз или правое сечение вверх относительно левого (рис 1.2.1,б).

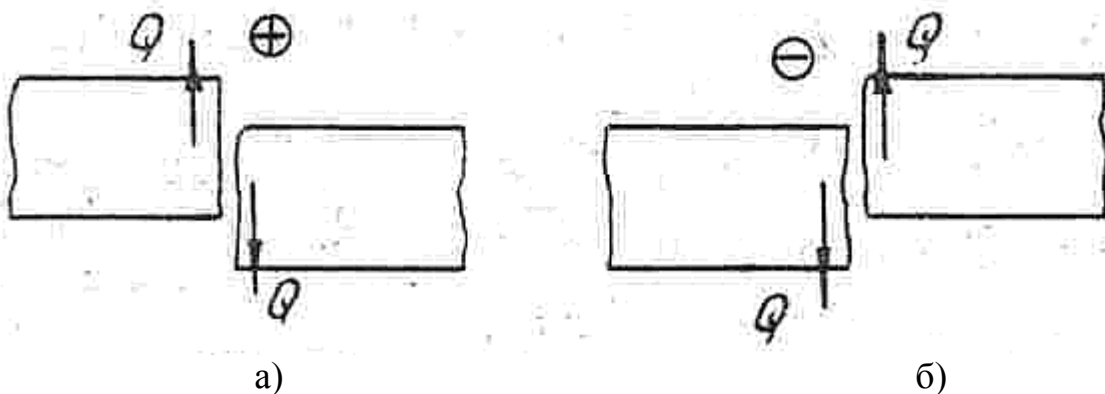


Рис. 1.2.1

Если изгибающий момент  $M$  в сечении  $m-n$  положителен, то балка в этом сечении изгибается выпуклостью вниз (рис 1.2.2,а), если  $M$  – отрицателен, то балка изгибается выпуклостью вверх (рис 1.2.2,б).

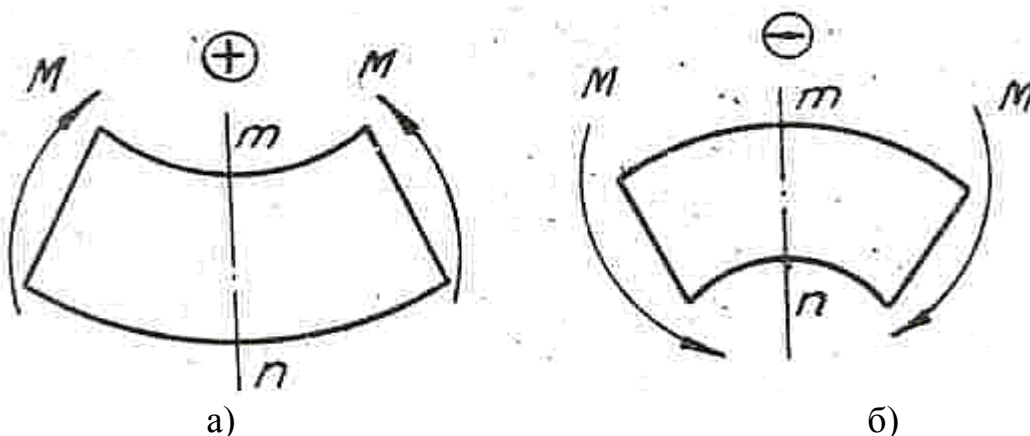


Рис. 1.2.2

Для вычисления  $Q$  и  $M$  необходимо определить реакции связей (опор), используя для этого уравнения равновесия статики.

Рассмотрим решение задачи 1.2. по варианту, соответствующему условному шифру 000.

По таблице 1.2 принимаем:  $a / l = 0,2$ ;  $b / l = 0,2$ ;  $c / l = 0,2$ ;  $l = 12$  м;  $q = 2$  кН/м;  $P = 20$  кН;  $M = 10$  кН·м; схему X;  $[\sigma] = 160$  МПа. Тогда  $a = 2,4$  м;  $b = 2,4$  м;  $c = 2,4$  м

1. Определим опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$  (рис. 1.2.3).

$$\Sigma M_A(F_s) = 0, \quad P \cdot a + M - q \cdot c \cdot [l - (c / 2)] - R_B \cdot l = 0. \text{ Отсюда}$$

$$R_B = \{P \cdot a + M - q \cdot c \cdot [l - (c / 2)]\} / l =$$

$$= \{20 \cdot 2,4 + 10 - 2 \cdot 2,4 \cdot [12 - (2,4 / 2)]\} / 12 = 0,5 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_B(F_s) = 0, \quad P \cdot (a + l) + M + q \cdot c \cdot (c / 2) - R_A \cdot l = 0. \text{ Отсюда}$$

$$R_A = [P \cdot (a + l) + M + q \cdot (c^2 / 2)] / l =$$

$$= [20 \cdot (2,4 + 12) + 10 + 2 \cdot (2,4^2 / 2)] / 12 = 25,3 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\Sigma F_{sy} = 0, \quad -P + R_A - q \cdot c - R_B = 0,$$

$$-20 + 25,3 - 2 \cdot 2,4 - 0,5 = 0, \quad 25,3 - 25,3 = 0!$$

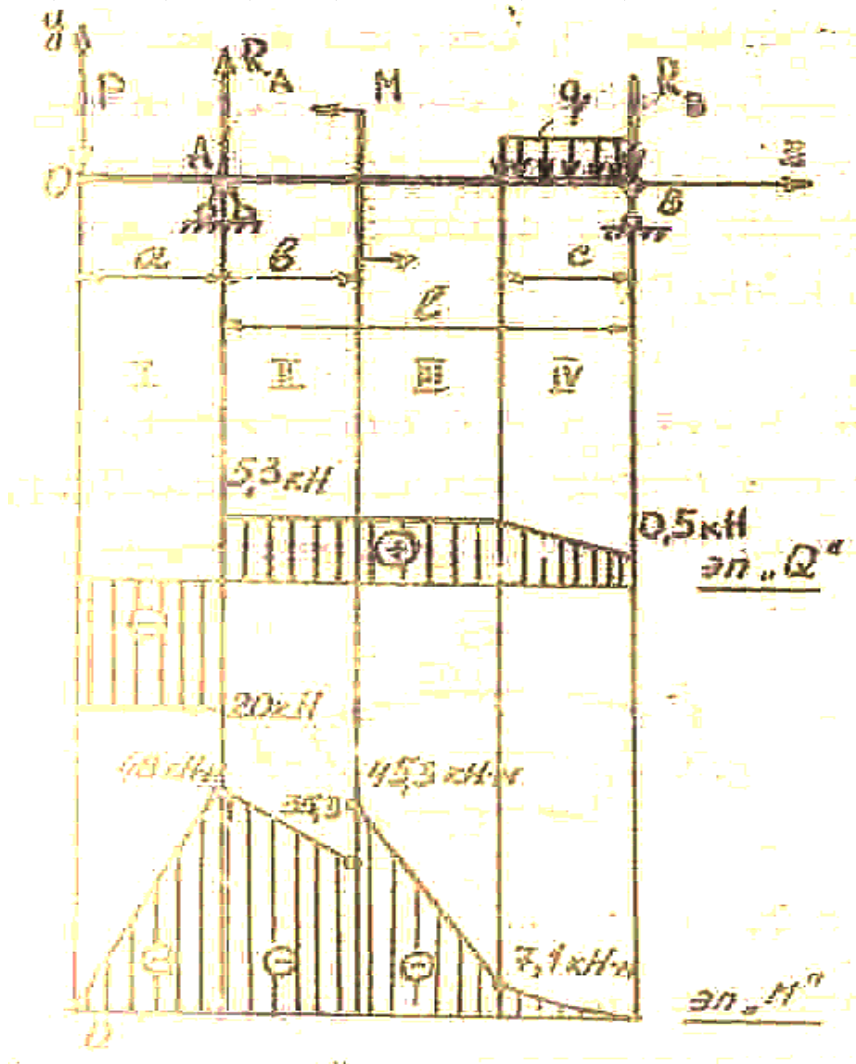


Рис. 1.2.3

2. Составим уравнения поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M$  по участкам балки и построим их эпюры.

1-й участок:

$$Q^1 = -P,$$

$$Q^1 = -20 \text{ кН.}$$

$$M^1_Z = -P \cdot z;$$

$$M^1_{Z|z=0} = 0, \quad M^1_{Z|z=a} = -P \cdot a = -20 \cdot 2,4 = -48 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

2-й участок:

$$Q^2 = -P + R_A;$$

$$Q^2 = -20 + 25,3 = 5,3 \text{ кН.}$$

$$M^2_Z = -P \cdot z + R_A \cdot (z - a);$$

$$M^2_{Z|z=a} = -48 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$M^2_{Z|z=a+b} = -P \cdot (a + b) + R_A \cdot b = -20 \cdot (2,4 + 2,4) + 25,3 \cdot 2,4 = 35,3 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

3-й участок:

$$Q^3 = -P + R_A;$$

$$Q^3 = 5,3 \text{ кН.}$$

$$M^3_Z = -P \cdot z + R_A \cdot (z - a) - M;$$

$$M^3_{Z|z=a+b} = -P \cdot (a + b) + R_A \cdot b - M = -20 \cdot (2,4 + 2,4) + 25,3 \cdot 2,4 - 10 = 45,3 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$M^3_{Z|z=a+c-l} = -P \cdot (a + l - c) + R_A \cdot (l - c) - M =$$

$$= -20 \cdot (2,4 + 12 - 2,4) + 25,3 \cdot (12 - 2,4) - 10 = -7,1 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

4-й участок:

$$Q^4_Z = -P + R_A - q \cdot [l - (a + l - c)];$$

$$Q^4_{Z|z=a+l-c} = -P + R_A = 5,3 \text{ кН,}$$

$$Q^4_{Z|z=a+l} = -P + R_A - q \cdot c = -20 + 25,3 - 2 \cdot 2,4 = 0,5 \text{ кН.}$$

$$M^4_Z = -P \cdot z + R_A \cdot (z - a) - M - q \cdot [z - (a + l - c)]^2 / 2;$$

$$M^4_{Z|z=a+l-c} = -P \cdot (a + l - c) + R_A \cdot (l - c) - M = -7,1 \text{ кН} \cdot \text{м,}$$

$$M^4_{Z|z=a+l} = -P \cdot (a + l) + R_A \cdot l - M - q \cdot c^2 / 2 =$$

$$= -20 \cdot (2,4 + 12) + 25,3 \cdot 12 - 10 - 2 \cdot 2,4^2 / 2 = 0 !$$

По полученным значениям построим эпюры  $Q$  и  $M$  (рис 1.2.3)

Опасное сечение балки будет на опоре  $A$ , где действует наибольший изгибающий момент  $M^{\max} = 48 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Потребный момент сопротивления балки определим из условия прочности  $\sigma^{\max} = M^{\max} / W_x \leq [\sigma]$ .

$$W_x = M^{\max} / [\sigma] = 48 \cdot 10^{-3} \text{ МН} \cdot \text{м} / 160 \text{ МПа} = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 300 \text{ см}^3.$$

По сортаменту (см. таблицу П 4 приложения) подходит двутавр № 24,а, у которого  $W_{x \text{ табл.}} = 317 \text{ см}^3$ .

Наибольшее нормальное напряжение в этой балке будет равно  $\sigma^{\max} = M^{\max} / W_{x \text{ табл.}} = 48 \cdot 10^{-3} \text{ МН} \cdot \text{м} / 317 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 151 \text{ МПа} < 160 \text{ МПа}$ .

### Задача 1.3.

В данной задаче необходимо вычислить главные центральные моменты инерции сложной фигуры, составленной из прокатных профилей. Напомним, что момент инерции сложной фигуры равен сумме моментов инерции составных ее частей. Следовательно, чтобы вычислить момент инерции сложной фигуры, необходимо вычислить моменты инерции составных частей относительно центральной оси всей фигуры.

Решение задачи рассмотрим по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 1.3 принимаем, что сложное сечение составлено из швеллера № 18,а и равнобокого уголка (90 × 90 × 8), соединенных по схеме I (рис. 1.3.1). Из сортаментов (см. таблицу П 5 и таблицу П 9 приложения) выпишем необходимые для расчетов данные:

Швеллер № 18,а:  $h = 180$  мм;  $A_{шв} = 25,69$  см<sup>2</sup>;  $J_X = 1272,7$  см<sup>4</sup>;  $J_Y = 98,6$  см<sup>4</sup>;  $z_0 = 1,88$  см.

Уголок (90 × 90 × 8):  $b = 90$  мм;  $A_{уг} = 14$  см<sup>2</sup>;  $J_X = J_Y = 106$  см<sup>4</sup>;  $J_{X0} = J_{max} = 168$  см<sup>4</sup>;  $J_{Y0} = J_{min} = 43,6$  см<sup>4</sup>;  $z_0 = 2,51$  см.

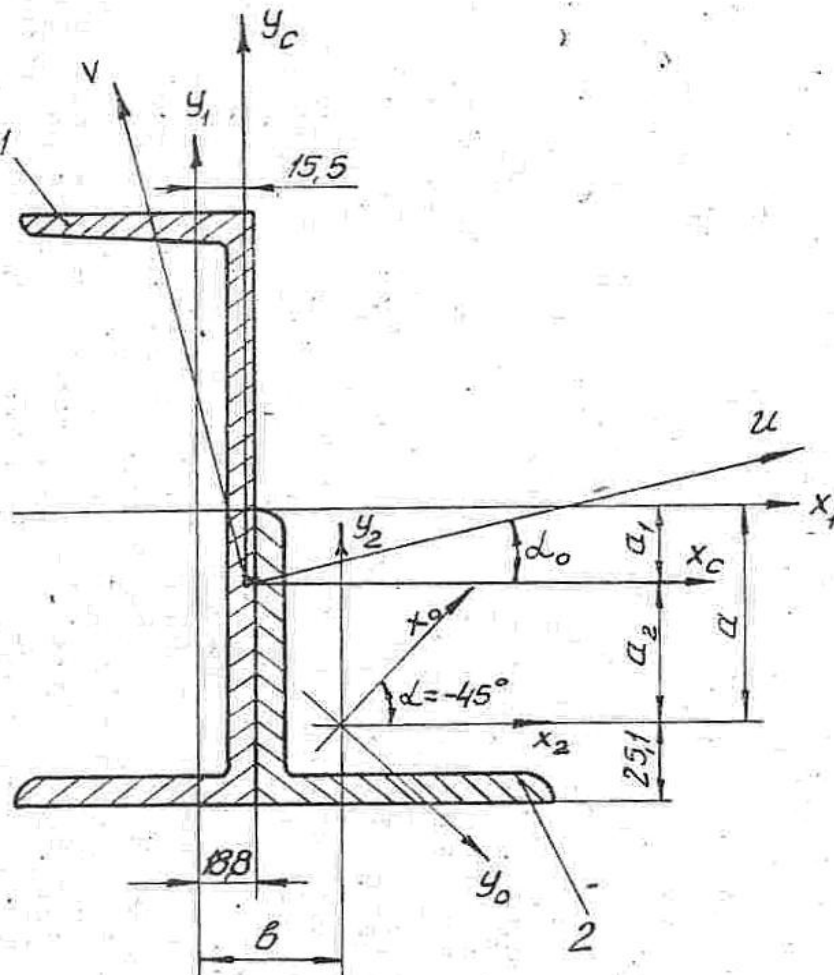


Рис. 1.3.1

Примечание. На рисунке размеры указаны в мм.

1. Определяем положение центра тяжести данной сложной фигуры. В качестве вспомогательных осей выберем главные оси швеллера  $x_1 - y_1$ .

$$x_c = S_{x1} / A, \quad y_c = S_{y1} / A,$$

где  $A = A_{шв} + A_{уг} = 25,69 + 14 = 39,69 \text{ см}^2$  – общая площадь сечения;

$$S_{x1} = A_{шв} \cdot 0 + A_{уг} \cdot a = 14 \cdot (9 - 2,51) = 90,86 \text{ см}^3,$$

$$S_{y1} = A_{шв} \cdot 0 + A_{уг} \cdot b = 14 \cdot (1,88 + 2,51) = 61,46,$$

статические моменты площади сечения относительно осей  $x_1$  и  $y_1$ , а  $a$  и  $b$  – расстояния между центральными осями швеллера и уголка.

Следовательно,

$$x_c = 90,86 / 39,69 = 2,29 \text{ см}, \quad y_c = 61,46 / 39,69 = 1,55 \text{ см}.$$

По данным  $x_c$  и  $y_c$  проводим центральные оси составного сечения.

2. Подсчитаем осевые моменты инерции относительно центральных осей  $x_c - y_c$ , пользуясь формулами перехода к параллельным осям

$$\begin{aligned} J_{x_c} &= J_{x_{шв}} + A_{шв} \cdot a_1^2 + J_{x_{уг}} + A_{уг} \cdot a_2^2 = \\ &= 1272,7 + 25,69 \cdot (2,3)^2 + 106 + 14 \cdot (-4,19)^2 = 1760,4 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{y_c} &= J_{y_{шв}} + A_{шв} \cdot b_1^2 + J_{y_{уг}} + A_{уг} \cdot b_2^2 = \\ &= 98,6 + 25,69 \cdot (-1,55)^2 + 106 + 14 \cdot (2,84)^2 = 379,4 \text{ см}^4; \end{aligned}$$

где  $a_1$ ,  $a_2$  и  $b_1$ ,  $b_2$  – расстояния между центральными осями всей фигуры и центральными осями каждой фигуры.

3. Прежде чем подсчитать центробежный момент инерции составного сечения, рассмотрим порядок определения центробежного момента инерции равнобокого уголка. Центральные оси уголка  $x_2 - y_2$ , параллельные полкам, не являются главными осями и, следовательно, для подсчета центробежного момента инерции уголка относительно осей, повернутых на угол  $\alpha$  (главные оси), нужно воспользоваться формулой:

$$J_{x_2y_2} = [(J_{x_0} - J_{y_0}) / 2] \cdot \sin 2\alpha + J_{x_0y_0} \cdot \cos 2\alpha.$$

Так как оси  $x_0 - y_0$  являются главными осями уголка, то  $J_{x_0y_0} = 0$ . Если поворот осей  $x_0 - y_0$  к центральным осям  $x_2 - y_2$  идет по часовой стрелке, то угол  $\alpha$  – отрицательный, если направление противоположное – положительный. Чтобы определить  $J_{x_2y_2}$ , надо положительное направление оси  $x_0$  совместить с положительным направлением оси  $x_2$ , т. е. повернуть оси  $x_0 - y_0$  по часовой стрелке на угол  $\alpha = -45^\circ$ . Таким образом

$$J_{x_2y_2} = [(168 - 43,6) / 2] \cdot \sin[2 \cdot (-45^\circ)] + 0 = -62,2 \text{ см}^4.$$

Для составного сечения определяем центробежный момент инерции по формуле

$$\begin{aligned} J_{x_c y_c} &= J_{x_1 y_1} + A_{шв} \cdot a_1 \cdot b_1 + J_{x_2 y_2} + A_{уг} \cdot a_2 \cdot b_2 = \\ &= 0 + 25,69 \cdot (-1,55) \cdot 2,3 - 62,2 + 14 \cdot 2,84 \cdot (-4,19) = -320,4 \text{ см}^4, \end{aligned}$$

где  $J_{x_1 y_1} = 0$ , так как оси  $x_1 - y_1$  для швеллера являются главными осями.

4. Определяем угол наклона главных осей составного сечения  $u - v$  к центральным осям  $x_c - y_c$  :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 2\alpha_0 &= -2 \cdot J_{x_c y_c} / (J_{x_c} - J_{y_c}) = -2 \cdot (-320,4) / (1760,4 - 379,2) = 0,464, \\ 2\alpha_0 &= 24^{\circ} 50'; \quad \alpha_0 = 12^{\circ} 25'. \end{aligned}$$

Так как угол  $\alpha_0$  получился положительным, откладываем его от центральных осей  $x_c - y_c$  против хода часовой стрелки. Проводим главные центральные оси составного сечения  $u - v$ .

5. Определяем главные моменты инерции составного сечения

$$\begin{aligned} J_u &= J_{\max} = (J_{x_c} + J_{y_c}) / 2 + \sqrt{\{(J_{x_c} - J_{y_c}) / 2\}^2 + J_{x_c y_c}^2} = \\ &= (1760,4 + 379,2) / 2 + \sqrt{\{(1760,4 - 379,2) / 2\}^2 + 320,4^2} = 1831,6 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_v &= J_{\min} = (J_{x_c} + J_{y_c}) / 2 - \sqrt{\{(J_{x_c} - J_{y_c}) / 2\}^2 + J_{x_c y_c}^2} = \\ &= (1760,4 + 379,2) / 2 - \sqrt{\{(1760,4 - 379,2) / 2\}^2 + 320,4^2} = 308 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

В заключении выполним проверку, используя свойство моментов инерции:  $J_u + J_v = J_{x_c} + J_{y_c}$ .

Подставив значения полученных величин, получим:

$$1831,6 + 308 = 1760,4 + 379,2; \quad 2139,6 = 2139,6.$$



### Задача 2.1.

Стальной кубик (рис. 2.1.1,а) находится под действием напряжений, создающих плоское напряженное состояние. Провести анализ данного состояния в точке деформированного тела, заданного напряжениями на двух взаимно перпендикулярных площадках, и оценить прочность материала в данной точке.

Решение задачи рассмотрим по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 2.1 принимаем:  $\mu = 0,26$ ;  $\tau_x = \tau_y = 20$  МПа;  $\sigma_x = -40$  МПа;  $\sigma_y = -60$  МПа; схема X;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Для решения задачи вначале следует установить величины напряжений во всех направлениях (рис. 2.1.1,а). При условии, что  $\sigma_x > \sigma_y$ .

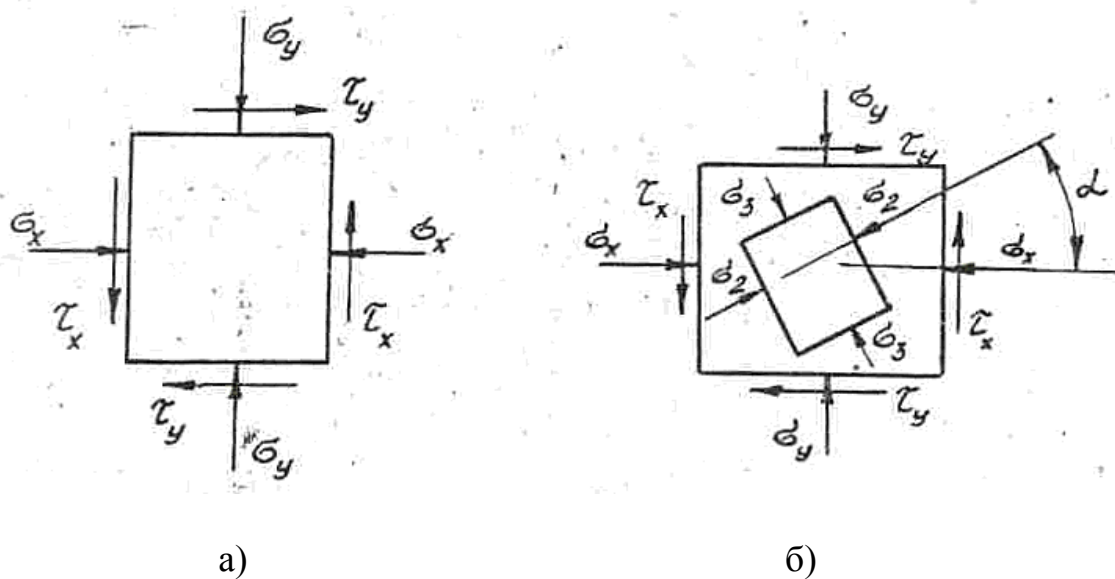


Рис 2.1.1

1. Определим главные напряжения по формуле

$$\sigma_{\max/\min} = (\sigma_x + \sigma_y) / 2 \pm \sqrt{\{[(\sigma_x - \sigma_y) / 2]^2 + \tau^2\}}.$$

$$\sigma_{\max} = (-40 - 60) / 2 + \sqrt{\{[(-40 + 60) / 2]^2 + 20^2\}} = -27,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\min} = (-40 - 60) / 2 - \sqrt{\{[(-40 + 60) / 2]^2 + 20^2\}} = -723 \text{ МПа}.$$

Из условия  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  устанавливаем

$$\sigma_1 = 0; \quad \sigma_2 = -27,7 \text{ МПа}; \quad \sigma_3 = -727 \text{ МПа}.$$

По формулам:  $\tau_{\max} = [(\sigma_1 - \sigma_3) / 2]$ ;  $\text{tg}2\alpha = -2 \cdot \tau_x / (\sigma_x - \sigma_y)$  определим максимальные касательные напряжения и направление главных площадок

$$\tau_{\max} = [(0 + 723) / 2] = 362 \text{ МПа};$$

$$\text{tg}2\alpha = -2 \cdot (-20) / (-40 + 60) = 2; \quad 2\alpha = 63^\circ 30'; \quad \alpha = 31^\circ 45'.$$

2. Определим относительные деформации по трем направлениям, пользуясь формулами:

$$\epsilon_x = [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] / E = (-40 + 0,3 \cdot 60) / 2 \cdot 10^5 = -11 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_y = [\sigma_y - \mu \cdot (\sigma_z + \sigma_x)] / E = (-60 + 0,3 \cdot 40) / 2 \cdot 10^5 = -24 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_z = [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] / E = 0,3 \cdot (40 + 60) / 2 \cdot 10^5 = 15 \cdot 10^{-5};$$

3. Определим относительное изменение объема кубика по формуле

$$\varepsilon_v = (1 - 2 \cdot \mu) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / E = (1 - 2 \cdot 0,3) \cdot (-277 - 723) / 2 \cdot 10^5 = 0,2 \cdot 10^{-3}.$$

4. Определим удельную потенциальную энергию по формуле

$$u = [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2 \cdot \mu \cdot (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 + \sigma_3 \cdot \sigma_1)] / 2 \cdot E =$$

$$= \{(-277)^2 + (-723)^2 - 2 \cdot 0,3 \cdot [(-277) \cdot (-723)]\} / 2 \cdot 2 \cdot 10^5 = 1,2.$$

### Задача 2.2.

Эта задача относится к расчету вала трансмиссии при совместном действии на него крутящего  $T$  и изгибающего  $M$  моментов.

Решение задачи рассмотрим по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 2.2 принимаем:  $a = 1$  м;  $b = 0,9$  м;  $c = 1,3$  м;  $D_1 = 0,5$  м;  $D_2 = 0,3$  м;  $\omega = 100$  рад/с;  $N_1 = 100$  кВт; схема X (рис 2.2);  $[\sigma] = 160$  МПа.

1. Определим внешние скручивающие моменты, действующие в передаче

$$M_1 = N_1 / \omega = 100 \text{ кВт} / 100 \text{ 1/с} = 1 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_2 = N_2 / \omega = 50 \text{ кВт} / 100 \text{ 1/с} = 0,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По полученным значениям внешних скручивающих моментов строим эпюру крутящих моментов  $M_k$  (рис. 2.2.1, а).

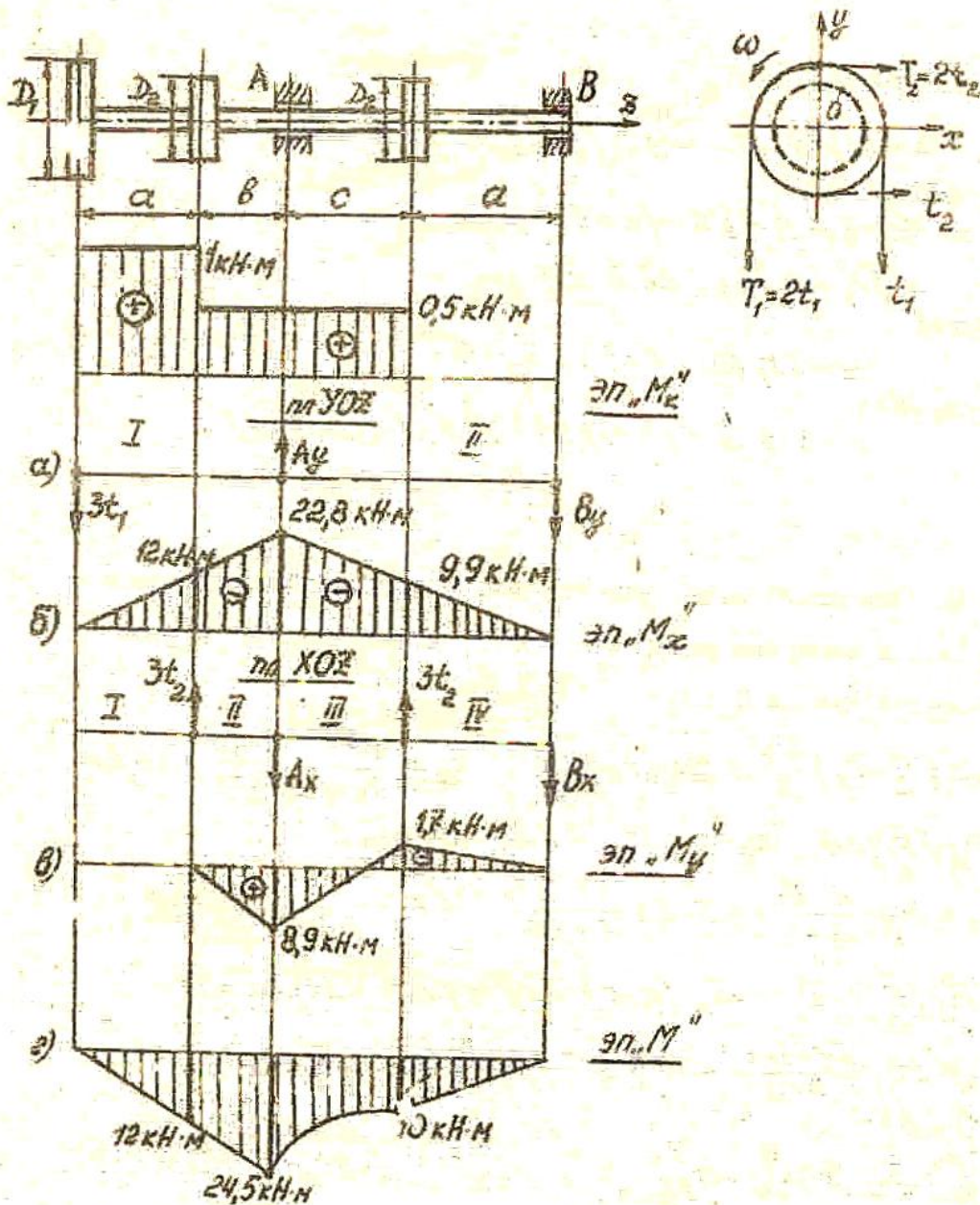


Рис. 2.2.1

2. Определим силы, действующие в вертикальной плоскости YOZ и построим эпюру изгибающих моментов  $M_X$  в этой плоскости (рис.2.2,б).

$$M_1 = (T_1 - t_1) \cdot D_1 / 2 = (2 \cdot t_1 - t_1) \cdot D_1 / 2.$$

Отсюда  $t_1 = 2 \cdot M_1 / D_1 = 2 \cdot 1 \text{ кН} \cdot \text{м} / 0,5 \text{ м} = 4 \text{ кН}$ .

Из условия  $\Sigma M_A(F_s) = 0$ , составив уравнение  $3 \cdot t_1 \cdot (a + b) - B_y \cdot (a + c) = 0$ , найдем реакцию  $B_y = 3 \cdot t_1 \cdot (a + b) / (a + c) = 3 \cdot 4 \cdot (1 + 0,9) / (1 + 1,3) = 9,9 \text{ кН}$ .

Из  $\Sigma M_B(F_s) = 0$ , составив уравнение  $3 \cdot t_1 \cdot (2 \cdot a + b + c) - A_y \cdot (a + c) = 0$ , найдем  $A_y = 3 \cdot t_1 \cdot (2 \cdot a + b + c) / (a + c) = 3 \cdot 4 \cdot (2 \cdot 1 + 0,9 + 1,3) / (1 + 1,3) = 21,9 \text{ кН}$ .

Изгибающие моменты по участкам вала:

$$M_X^1 = -3 \cdot t_1 \cdot z;$$

$$M_X^1|_{z=0} = 0, \quad M_X^1|_{z=a+b} = -3 \cdot t_1 \cdot (a + b) = -3 \cdot 4 \cdot (1 + 0,9) = -22,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_X^2 = -3 \cdot t_1 \cdot z + A_y \cdot [z - (a + b)];$$

$$M_X^2|_{z=a+b} = -3 \cdot t_1 \cdot (a + b) = -22,8 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_X^2|_{z=2a+b+c} = -3 \cdot t_1 \cdot (2 \cdot a + b + c) + A_y \cdot (a + c) = -3 \cdot 4 \cdot (2 \cdot 1 + 0,9 + 1,3) + 21,9 \cdot (1 + 1,3) = 0!$$

3. Определим силы, действующие в горизонтальной плоскости XOZ и построим эпюру изгибающих моментов  $M_y$  в этой плоскости (рис. 2.2,в).

$$M_2 = (T_2 - t_2) \cdot D_2 / 2 = (2 \cdot t_2 - t_2) \cdot D_1 / 2.$$

Отсюда  $t_2 = 2 \cdot M_2 / D_2 = 2 \cdot 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м} / 0,3 \text{ м} = 3,3 \text{ кН}$ .

Из условия  $\Sigma M_A(F_s) = 0$ , составив уравнение  $3 \cdot t_2 \cdot c - 3 \cdot t_2 \cdot b - B_x \cdot (a + c) = 0$ , найдем реакцию  $B_x = 3 \cdot t_2 \cdot (c - b) / (a + c) = 3 \cdot 3,3 \cdot (1,3 - 0,9) / (1 + 1,3) = 1,7 \text{ кН}$ .

Из  $\Sigma M_B(F_s) = 0$ , составив уравнение  $A_x \cdot (a + c) - 3 \cdot t_2 \cdot (a + b + c) - 3 \cdot t_2 \cdot a = 0$ , найдем  $A_x = 3 \cdot t_2 \cdot (2 \cdot a + b + c) / (a + c) = 3 \cdot 3,3 \cdot (2 \cdot 1 + 0,9 + 1,3) / (1 + 1,3) = 18,1 \text{ кН}$ .

Изгибающие моменты по участкам вала:

$$M_y^1 = 0.$$

$$M_y^2 = 3 \cdot t_2 \cdot (z - a);$$

$$M_y^2|_{z=a} = 0, \quad M_y^2|_{z=a+b} = 3 \cdot t_2 \cdot b = 3 \cdot 3,3 \cdot 0,9 = 8,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_y^3 = 3 \cdot t_2 \cdot (z - a) - A_x \cdot [z - (a + b)];$$

$$M_y^3|_{z=a+b+c} = 3 \cdot 3,3 \cdot (0,9 + 1,3) - 18,1 \cdot 1,3 = -1,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_y^4 = 3 \cdot t_2 \cdot (z - a) - A_x \cdot [z - (a + b)] + 3 \cdot t_2 \cdot [z - (a + b + c)];$$

$$M_y^4|_{z=2a+b+c} = 3 \cdot 3,3 \cdot (1 + 0,9 + 1,3) - 18,1 \cdot (1 + 1,3) + 3 \cdot 3,3 \cdot 1 = 0!$$

4. По эпюрам  $M_X$  и  $M_y$  построим эпюру суммарных изгибающих моментов  $M$  (рис. 2.2,г), используя равенство

$$M = \sqrt{(M_X^2 + M_y^2)}.$$

$$M|_{z=0} = 0, \quad M|_{z=a} = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M|_{z=a+b} = \sqrt{(22,8^2 + 8,9^2)} = 24,5 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M|_{z=a+b+c} = \sqrt{(9,9^2 + 1,7^2)} = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}, \quad M|_{z=2a+b+c} = 0!$$

5. Из совместного рассмотрения эпюр  $T$  и  $M$  следует, что опасное сечение вала расположено на опоре А, где действует наибольший эквивалентный момент (по третьей теории прочности) равный

$$M_{\text{ЭКВ}}^{\text{III}} = \sqrt{(M^2 + T^2)} = \sqrt{(24,5^2 + 0,5^2)} = 24,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Из условия прочности  $\sigma_{\text{экв}} = M_{\text{экв}}^{\text{III}} / W_{\rho} \leq [\sigma]$   
определим потребный момент сопротивления сечения вала  
 $W_{\rho} \geq M_{\text{экв}}^{\text{III}} / [\sigma] = 24,5 \cdot 10^3 \text{ Н м} / 160 \cdot 10^6 \text{ Па} = 153 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ .  
Зная, что момент сопротивления при изгибе вала круглого сечения равен  
 $W_{\rho} = 0,1 \cdot d^3$ , определим диаметр вала,  
 $d \geq \sqrt[3]{(W_{\rho} / 0,1)} = \sqrt[3]{(153 \cdot 10^{-6} / 0,1)} = 11,5 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 115 \text{ мм}$ .  
В соответствии с данными таблицы П 9 приложения принимаем  
окончательно  $d = 120 \text{ мм}$ .

### Задача 2.3

Эта задача относится к расчету на устойчивость равновесия сжатых стержней, которые проводятся при проектировании и анализе устойчивости элементов строительных конструкций и техники.

Решение задачи рассмотрим по варианту, соответствующему условному шифру 000. По таблице 2.3 принимаем:  $F = 80$  кН;  $l = 1,7$  м, схему закрепления концов стержня X и форму поперечного сечения стержня – круг (рис. 2.3.1);

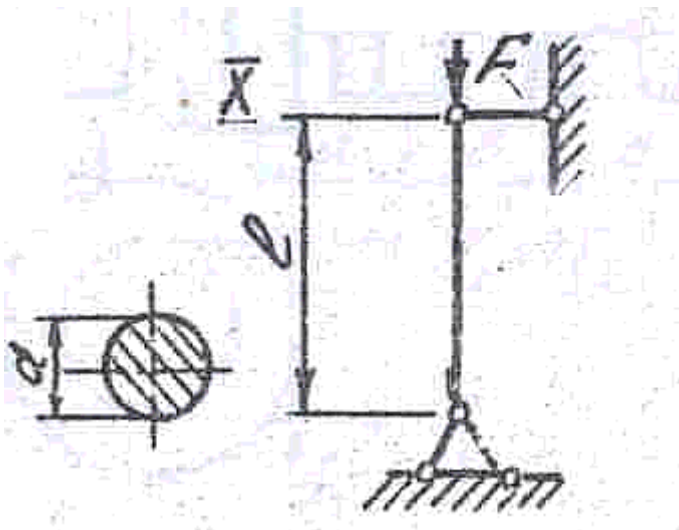


Рис. 2.3.1

1. Примем для первого приближения  $\varphi_0 = 0,5$ . Тогда необходимая площадь сечения стержня будет равна:

$A = N / \varphi_0 \cdot [\sigma] = 80 \cdot 10^3 / 0,5 \cdot 160 \cdot 10^6 = 10^{-3} \text{ м}^2 = 10 \text{ см}^2$ , а радиус поперечного сечения стержня –  $r = \sqrt{(A / \pi)} = \sqrt{(10 / \pi)} = 1,78 \text{ см}$ .

Радиус инерции сечения стержня

$$i = \sqrt{(J_x / \lambda)} = \sqrt{(\pi \cdot d^4 \cdot 4 / 64 \cdot d^2 \cdot \pi)} = r / 2 = 0,89 \text{ см}.$$

С учетом коэффициента приведения длины  $\mu = 1$  определим гибкость стержня по формуле:

$$\lambda = \mu \cdot l / i = 1 \cdot 170 / 0,89 = 191.$$

Для материала стержня (сталь марки Ст. 3) при гибкости  $\lambda = 190$  (см. табл. П приложения) соответствует коэффициент понижения допускаемого напряжения  $\varphi_1 = 0,21$ , а гибкости  $\lambda = 200$  соответствует  $\varphi_1 = 0,19$ .

Следовательно гибкости  $\lambda = 191$  будет соответствовать коэффициент

$$\varphi_1 = 0,21 - [(0,21 - 0,19) \cdot 1 / 10] = 0,208.$$

При таком значении  $\varphi$  допускаемое напряжение при расчете на устойчивость равно

$$[\sigma_y] = \varphi_1 \cdot [\sigma] = 0,208 \cdot 160 = 33,28 \text{ МПа}.$$

Проверим, какое напряжение будет в стержне, если, площадь его сечения  $A = 10 \text{ см}^2$ ,

$$\sigma = F / A = 80 \cdot 10^3 / 10^{-3} = 80 \text{ МПа},$$

т.е. напряжение в стержне значительно больше, чем допускаемое напряжение на устойчивость  $[\sigma_y]$ , а коэффициент  $\varphi_1$  значительно меньше первоначально принятого, поэтому площадь сечения надо увеличить.

Повторим расчет, приняв  $\varphi_2 = (\varphi_0 + \varphi_1) / 2 = (0,5 + 0,208) / 2 = 0,35$ .

Площадь сечения

$$A = N / \varphi_2 \cdot [\sigma] = 80 \cdot 10^3 / 0,35 \cdot 160 \cdot 10^6 = 1,42 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 14,2 \text{ см}^2.$$

Радиус инерции сечения стержня

$$i = r / 2 = \sqrt{(A / \pi)} / 2 = \sqrt{(14,2 / \pi)} / 2 = 1,06 \text{ см.}$$

Гибкость стержня

$$\lambda = \mu \cdot l / i = 1 \cdot 170 / 1,06 = 160.$$

Тогда  $\varphi_2 = 0,29$ .

Допускаемое напряжение на устойчивость равно:

$$[\sigma_y] = \varphi_2 \cdot [\sigma] = 0,29 \cdot 160 = 46,4 \text{ МПа.}$$

Напряжение в поперечном сечении стержня получается при этом равным

$$\sigma = N / A = 80 \cdot 10^3 / 1,42 \cdot 10^{-3} = 56 \text{ МПа,}$$

Перенапряжение по устойчивости составляет

$$100\% \cdot (56 - 46,4) / 46,4 = 20,7\%.$$

Делаем еще одну итерацию.

$$\text{Примем } \varphi_3 = (\varphi_1 + \varphi_2) / 2 = (0,35 + 0,29) / 2 = 0,32.$$

Тогда, используя ранее приведенные формулы, получим:

$$A = 16 \text{ см}^2; \quad i = 1,12 \text{ см}; \quad \lambda = 151;$$

$$[\sigma_y] = 51,2 \text{ МПа}; \quad \sigma = 50 \text{ МПа.}$$

Перенапряжение по устойчивости составляет

$$100\% (51,2 - 50) / 51,2 = 2,3\%, \text{ что допустимо.}$$

Окончательно принимаем диаметр поперечного сечения стержня

$$d = \sqrt{(4 \cdot A / \pi)} = \sqrt{(4 \cdot 16 / \pi)} = 2,25 \text{ см.}$$

2 Для стали марки Ст. 3 предельное значение гибкости, при котором применима формула Эйлера, равно  $\lambda_{\text{пред}} \geq 100$ .

Поскольку для рассчитываемого стержня  $\lambda = 151$ , расчет критической силы ведем по формуле Эйлера:

$$F_{\text{крит}} = \pi^2 \cdot E \cdot J_{\text{мин}} / (\mu \cdot l)^2 = \pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2,04 \cdot 10 / (1 \cdot 1,7)^2 = 248 \text{ кН.}$$

Коэффициент запаса устойчивости равен

$$n_y = F_{\text{крит}} / N = 248 / 80 = 3,1.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П 1

### Единицы Международной системы, встречающиеся в расчетах

| Наименование<br>величины                         | Единица<br>измерения                  | Обозначение<br>единицы | Размер<br>единицы            |
|--|---------------------------------------|------------------------|------------------------------|
| <b>О с н о в н ы е е д и н и ц ы</b>             |                                       |                        |                              |
| Длина  | метр                                  | м                      |                              |
| Время  | секунда                               | с                      |                              |
| Масса  | килограмм                             | кг                     |                              |
| <b>Д о п о л н и т е л ь н ы е е д и н и ц ы</b> |                                       |                        |                              |
| Плоский угол                                     | радиан                                | рад                    |                              |
| <b>П р о и з в о д н ы е е д и н и ц ы</b>       |                                       |                        |                              |
| Площадь  | квадратный метр                       | м <sup>2</sup>         | (1м) <sup>2</sup>            |
| Объем  | кубический метр                       | м <sup>3</sup>         | (1м) <sup>3</sup>            |
| Момент сопротивления<br>плоской фигуры           | кубический метр                       | м <sup>3</sup>         | (1м) <sup>3</sup>            |
| Момент инерции<br>плоской фигуры                 | метр в четвертой<br>степени           | м <sup>4</sup>         | (1м) <sup>4</sup>            |
| Плотность  | килограмм на<br>кубический метр       | кг/м <sup>3</sup>      | (1кг)/(1м) <sup>3</sup>      |
| Скорость   | метр в секунду                        | м/с                    | (1м)/(1с)                    |
| Угловая скорость                                 | радиан в секунду                      | рад/с                  | (1рад)/(1с)                  |
| Ускорение  | метр на секунду в<br>квадрате         | м/с <sup>2</sup>       | (1м)/(1с) <sup>2</sup>       |
| Угловое ускорение                                | радиан на<br>секунду<br>в<br>квадрате | рад/с <sup>2</sup>     | (1рад)/(1с) <sup>2</sup>     |
| Сила   | ньютон                                | Н                      | (1кг)·(1м)/(1с) <sup>2</sup> |
| Момент силы, пара сил                            | ньютон на метр                        | Н·м                    | (1Н)·(1м)                    |
| Механическое<br>напряжение, давление             | паскаль                               | Па                     | (1Н)/(1м) <sup>2</sup>       |
| Работа, энергия                                  | джоуль                                | Дж                     | (1Н)·(1м)                    |
| Мощность   | ватт                                  | Вт                     | (Дж)/(1с)                    |

Таблица П 2

### Приставки для образования кратных и дольных единиц

| Пристав<br>ка | Сокращенн<br>ое<br>обозначени<br>е | Множитель,<br>на который<br>умножаются<br>единицы СИ | Пристав<br>ка | Сокращенн<br>ое<br>обозначени<br>е | Множитель,<br>на который<br>умножаются<br>единицы СИ |
|---------------|------------------------------------|--|---------------|------------------------------------|--|
| тера          | Т                                  | 10 <sup>12</sup>                                     | деци          | д                                  | 10 <sup>-1</sup>                                     |
| гига          | Г                                  | 10 <sup>9</sup>                                      | санτι         | с                                  | 10 <sup>-2</sup>                                     |
| мега          | М                                  | 10 <sup>6</sup>                                      | милли         | м                                  | 10 <sup>-3</sup>                                     |
| кило          | к                                  | 10 <sup>3</sup>                                      | микро         | мк                                 | 10 <sup>-6</sup>                                     |
| гекто         | г                                  | 10 <sup>2</sup>                                      | нано          | н                                  | 10 <sup>-9</sup>                                     |



|      |    |    |      |   |            |
|------|----|----|------|---|------------|
| дека | да | 10 | пико | п | $10^{-12}$ |
|------|----|----|------|---|------------|

Таблица П 3

**Механические свойства  
углеродистой качественной конструкционной стали  
(выписка из ГОСТ 1050-74)**

**Балки двутавровые**  
(по ГОСТ 8239 – 72)

**Прокатная угловая равнополочная сталь**  
(по ГОСТ 8509 – 72)

Продолжение таблица П 5



**Ряд стандартных значений диаметров (СТ СЭВ 514 – 77)**

Таблица П 7

|     |      |     |        |     |     |     |     |     |     |     |      |
|-----|------|-----|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 10  | 10,5 | 11  | 11,512 | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20   |
| 21  | 22   | 24  | 25     | 26  | 28  | 30  | 32  | 34  | 36  | 38  | 40   |
| 42  | 45   | 48  | 50     | 50  | 53  | 56  | 60  | 63  | 67  | 71  | 75   |
| 80  | 85   | 90  | 100    | 105 | 110 | 120 | 125 | 130 | 140 | 150 | 160  |
| 170 | 180  | 190 | 200    | 210 | 220 | 240 | 250 | 260 | 280 | 300 | 320  |
| 340 | 360  | 380 | 400    | 420 | 450 | 480 | 500 | 530 | 560 | 600 | .... |

**Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240 – 72)**

Таблица П 9

**Коэффициент продольного изгиба  $\varphi(\lambda)$** 

|                    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$          | 10    | 20    | 30    | 40    | 50    | 60    | 70    | 80    | 90    | 100   | 110   |
| $\varphi(\lambda)$ | 0,987 | 0,962 | 0,931 | 0,894 | 0,852 | 0,805 | 0,754 | 0,686 | 0,612 | 0,542 | 0,478 |
| $\lambda$          | 120   | 130   | 140   | 150   | 160   | 170   | 180   | 190   | 200   | 210   | 220   |
| $\varphi(\lambda)$ | 0,419 | 0,364 | 0,315 | 0,276 | 0,244 | 0,218 | 0,196 | 0,177 | 0,161 | 0,147 | 0,135 |



