Министерство образования и науки РФ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Тульский государственный университет

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическии занятиям
по дисциплине
ФИЗИКА
Электричество и магнетизм

Направления подготовки: *020000 естественные науки, 090900 информационная безопасность, 120000 геодезия и землеустройство, 130000 геология, разведка полезных ископаемых, 140000 энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника, 150000 металлургия, машиностроение и материалообработка, 160000 авиационная и ракетно-космическая техника, 170000 оружие и системы вооружений, 190000 транспортные средства, 200000 приборостроение и оптотехника, 220000 автоматика и управление, 230000 информатика и вычислительная техника, 240000 химическая и биотехнологии, 260000 технология продовольственных продуктов и потребительских товаров, 270000 строительство и архитектура, 280000 безопасность жизнедеятельности, природообустройство и защита окружающей среды*

Квалификация выпускника: *62 бакалавр, 63 специалист*

Форма обучения: *очная*

Тула 2011

Методические указания к практическим занятиям составлены доц. Семиным В.А. и асс. Семиной С.М., обсуждены на заседании кафедры физики ЕНФ
протокол № от " " октября 2011г.
Зав. кафедрой физики ___________ Д.М. Левин

Методические указания пересмотрены и утверждены на заседании кафедры физики ЕН факультета
протокол № ___ от «____» ________ 200_ г.
Зав. кафедрой физики ___________ Д.М. Левин

1. Цели и задачи практических занятий:

а) Изучение основных физических явлений и идей, овладение фундаментальными понятиями, законами и теориями современной и классической физики, а также методами физического исследования.
б) Формирование научного мировоззрения и современного физического мышления.
в) Овладение приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики.

Объём и сроки выполнения данного вида работ соответствуют учебными планами студентов дневной формы обучения специальностей
020000 естественные науки, 090900 информационная безопасность, 120000 геодезия и землеустройство, 130000 геология, разведка полезных ископаемых, 140000 энергетика, энергетическое машиностроение и электротехника, 150000 металлургия, машиностроение и материалообработка, 160000 авиационная и ракетно-космическая техника, 170000 оружие и системы вооружений, 190000 транспортные средства, 200000 приборостроение и оптотехника, 220000 автоматика и управление, 230000 информатика и вычислительная техника, 240000 химическая и биотехнологии, 260000 технология продовольственных продуктов и потребительских товаров, 270000 строительство и архитектура, 280000 безопасность жизнедеятельности, природообустройство и защита окружающей среды

2. План занятий.

1. Разбор вопросов студентов по домашнему заданию.
2. Решение типовых задач на доске.
3. Самостоятельное решение студентами некоторых задач на занятии и подведение итогов.
4. Формулировка домашнего задания.

3. Темы занятий.

1. Расчет электрических полей.
2. Энергия системы заряженных частиц, энергия конденсаторов, работа электростатического поля.
3. Законы постоянного тока. Правила Кирхгофа.
4. Контрольная работа из 4 задач по темам, рассмотренным на первых трех занятиях.
5. Магнитостатика.
6. Закон электромагнитной индукции, самоиндукции и взаимной индукции.
7. Электрические затухающие колебания
8. Электромагнитные волны. Вектор Пойнтинга.
9. Контрольная работа из 4 задач по темам, рассмотренным на 5-8 занятиях.

4. Электронная версия

http://physics.tsu.tula.ru/students/metodich_files/pract-elec-magn.pdf

Занятие 1.
Расчет электрических полей.

Закон Кулона это закон взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, расположенных на расстоянии r друг от друга:

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2}\vec{e}_r\,, \qquad (1.1)$$

где $\vec{e}_r$ - единичный вектор, направленный вдоль радиус вектора $\vec{r}$, соединяющего первый заряд со вторым; $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\ \dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{Кл}^2}$, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}}\,, \qquad (1.2)$$

где $\vec{F}$ - сила, действующая на пробный заряд q_{np}.

Напряженность электрического поля точечного заряда q можно получить, подставив (1.1) в (1.2) приняв за пробный заряд $q_{np} = q_2$:

$$\vec{E}_{\text{точ}} = \frac{kq}{r^2}\vec{e}_r\,. \qquad (1.3)$$

Энергия взаимодействия двух зарядов q_1 и q_2, расположенных на расстоянии r:

$$W = \frac{kq_1q_2}{r}\,. \qquad (1.4)$$

Потенциал электрического поля

$$\varphi = \frac{W}{q_{np}}\,, \qquad (1.5)$$

где W – энергия взаимодействия пробного точечного заряда с полем.

Потенциал точечного заряда можно получить, подставив (1.4) в (1.5), приняв за пробный заряд $q_{np} = q_2$.

$$\varphi_{\text{точ}} = \frac{kq}{r} \qquad (1.6)$$

Результирующая напряженность электрического поля нескольких зарядов есть векторная сумма полей, созданных независимо каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_i \vec{E}_i\,. \qquad (1.7)$$

Результирующий потенциал электрического поля нескольких зарядов есть алгебраическая сумма (с учетом знаков) потенциалов полей, созданных независимо каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots = \sum_i \varphi_i\,. \qquad (1.8)$$

Выражения (1.7) и (1.8) называются **принципом суперпозиции** полей.

Плотность электрического заряда:

объемная – $\rho = \frac{dq}{dV}$, **поверхностная** – $\sigma = \frac{dq}{dS}$, **линейная** – $\lambda = \frac{dq}{dl}$,

где dq – элементарный заряд, который может быть распределен или по объему dV, или по поверхности dS, или на участке линии dl.

Напряженности электрического поля, созданного:

шаром, равномерно заряженным зарядом q на расстоянии r от его центра ($r > R$):

$$E_{шара} = \frac{kq}{r^2}; \tag{1.9}$$

бесконечной плоскостью, равномерно заряженной с плотностью σ:

$$E_{плоск} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}; \tag{1.10}$$

бесконечной прямой нитью, равномерно заряженной с плотностью λ на расстоянии r от нее:

$$E_{нити} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \tag{1.11}$$

Напряженность и потенциал электрического поля связаны соотношением:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right), \tag{1.12}$$

где $grad\varphi$ – градиент – вектор, направленный в сторону наибыстрейшего возрастания значения потенциала в пространстве.

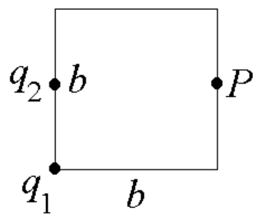
Теорема Гаусса для вектора напряженности электрического поля:

$$\Phi = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q_{вн}}{\varepsilon_0} = \frac{\int\limits_V \rho dV}{\varepsilon_0}, \tag{1.13}$$

где $\Phi = \oint\limits_S \vec{E}d\vec{S}$ – поток вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность S,

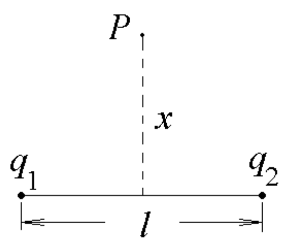
$q_{вн} = \oint\limits_V \rho dV$ – заряд в объеме V, ограниченном замкнутой поверхностью S.

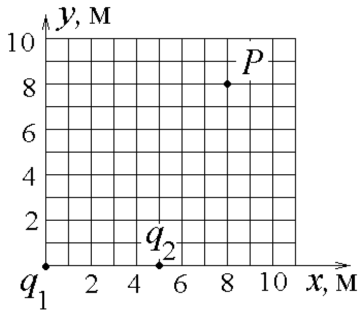
1.1. Заряд q_1 = 4 нКл находится в вершине квадрата со стороной b = 50 см. На серединах противоположных сторон, как показано на рисунке, находятся некоторый заряд q_2 и точка Р, потенциал которой равен 50 В. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р.



Ответ: 90 В/м

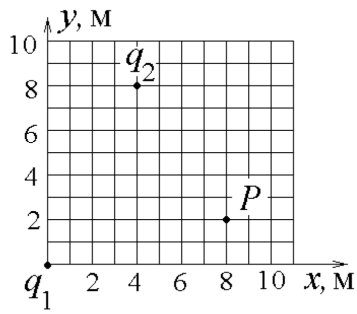
1.2. На концах непроводящего стержня длиной l =161 см находятся заряд q_1 =3 нКл и некоторый заряд q_2. На расстоянии x =40 см от центра стержня на серединном перпендикуляре находится точка Р, потенциал которой равен 10 В. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р. Ответ: 50 В/м



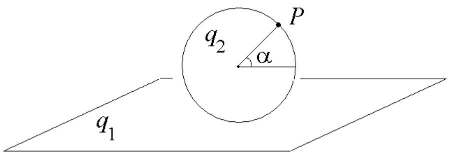


1.3. В начало координат помещен некоторый заряд q_1, который создает в точке Р электрическое поле с потенциалом 15 В. Чему станет равной проекция напряженности электрического поля на ось x после того, как на оси x, как показано на рисунке, поместили еще один заряд q_2 =8 нКл?

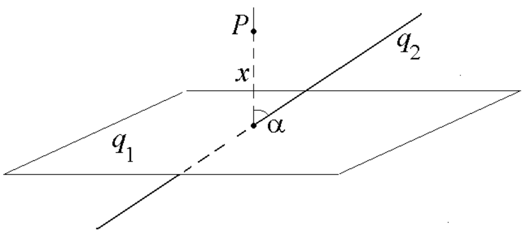
Ответ: 1,3 В/м



1.4. В начало координат помещен некоторый положительный заряд q_1, который создает в точке Р электрическое поле, модуль напряженности которого равна 2 В/м. Чему станет равен потенциал в точке Р после того, как на плоскости XY, как показано на рисунке, поместили еще один заряд q_2 = – 12 нКл? Ответ: 1,5 В

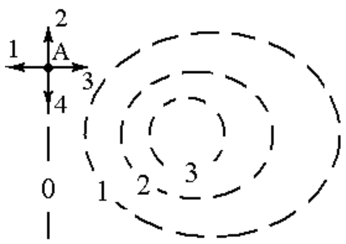


1.5. Непроводящая квадратная тонкая пластина больших размеров 10×10 м^2 равномерно заряжена зарядом q_1 = 40 нКл и расположена горизонтально. В центре на этой пластине лежит шар радиусом R =15 см, равномерно заряженный с плотностью заряда ρ = –5 нКл/м^3. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р на поверхности шара, если радиус шара, проведенный из его центра в точку Р, составляет угол $\alpha = 45°$ с горизонтом. Ответ: 20 В/м



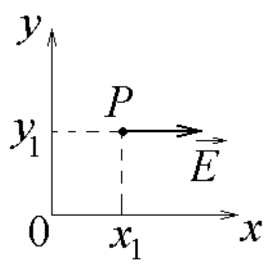
1.6. Непроводящая квадратная тонкая пластина больших размеров 10×10 м^2 равномерно заряжена зарядом q_1 = 30 нКл. Центр пластины под углом α = 60° к нормали пересекает длинный непроводящий тонкий стержень длиной l = 20 м, равномерно заряженный зарядом q_2 =5 нКл. Найти модуль напряженности электрического поля в точке Р на нормали, проведенной от центра пластины на расстоянии x = 20 см. Ответ: 42 В/м

Качественные задачи.



1.7к. На рисунке показаны эквипотенциальные линии системы зарядов и значения потенциала на них. Вектор напряженности электрического поля в точке А ориентирован в направлении...

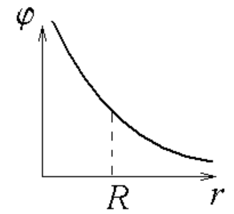
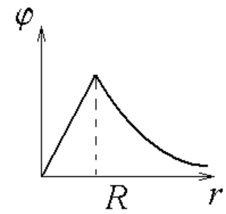
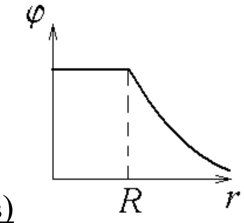
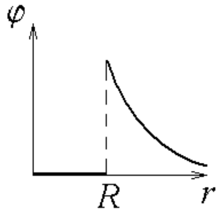
а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;



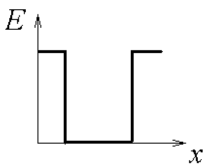
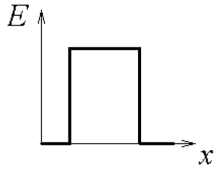
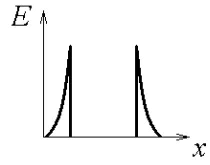
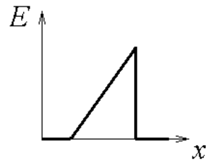
1.8к. В некоторой области пространства создано электростатическое поле, вектор напряженности которого в точке $P(x_1,y_1)$ направлен вдоль оси x. Какая зависимость потенциала электрического поля от координат $\varphi(x,y)$ может соответствовать такому направлению напряженности?

1) $\varphi = -2xy$ 2) $\varphi = 3y^2$ 3) $\varphi = -3x^2$ 4) $\varphi = 4x^4$

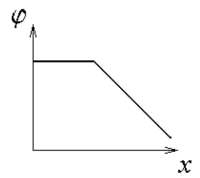
1.9к. На металлический шар поместили положительный заряд Q. Зависимость потенциала электрического поля от расстояния до центра шара будет описываться графиком...

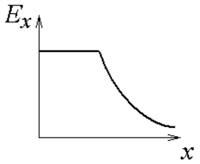
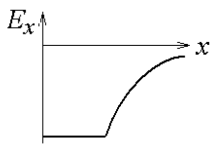
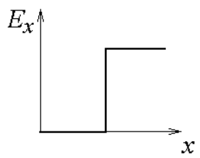
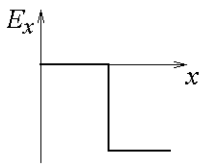
а)  б)  <u>в)</u>  г) 

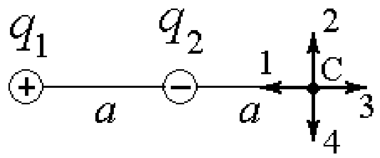
1.10к. Две бесконечные параллельные пластинки равномерно заряжены равными по величине и разноименными по знаку поверхностными плотностями заряда. Если ось X направить перпендикулярно пластинкам, то зависимость величины напряженности электрического поля в зависимости от *x* будет представлена графиком**...**

а)  <u>б)</u>  в)  г) 

1.11к. Потенциал электрического поля зависит от координаты *x*, как показано на рисунке. Какой рисунок правильно отражает зависимость проекции напряженности электрического поля от координаты *x*?

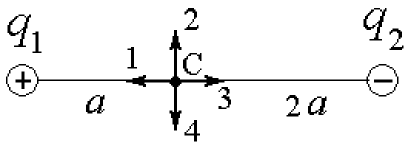


а)  б)  <u>в)</u>  г) 



1.12к. Электрическое поле создано точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +q$, $q_2 = –q$, а расстояние между зарядами и от q_2 до точки С равно *a*, то вектор напряженности поля в точке С ориентирован в направлении ...

<u>а) 1;</u> б) 2; в) 3; г) 4; д) равен 0

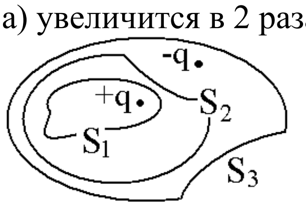


1.13к. Электрическое поле создано точечными зарядами q_1 и q_2. Если $q_1 = +q$, $q_2 = –q$, точка С находится на расстоянии *a* от заряда q_1 и на расстоянии 2*a* от q_2, то вектор напряженности поля в точке С ориентирован в направлении ...

а) 1; б) 2; <u>в) 3;</u> г) 4; д) равен 0

1.14к. Точечный заряд +q находится в центре сферической поверхности. Если добавить заряд +q за пределами сферы, то поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через поверхность сферы ...

а) увеличится в 2 раза; б) уменьшится в 2 раза<u>; в) не изменится</u>

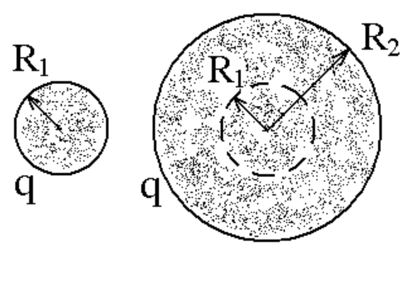


1.15к. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2 и S_3. Поток вектора напряженности электростатического поля **равен нулю** через ...

а) S_1 ; б) S_2 ; <u>в)</u> S_3; г) S_1 и S_3; д) нет такой поверхности

1.16к. Электрический заряд q распределен равномерно внутри сферы радиуса R_1. Радиус сферы увеличили до $R_2 = 2R_1$, и заряд равномерно распределился по новому объему. Во сколько раз уменьшился поток вектора напряженности электрического поля сквозь сферическую поверхность радиуса R_1.

1) не изменился 2) в 2 раза 3) в 4 раза <u>4) в 8 раз</u>



Занятие 2
Энергия системы заряженных частиц, энергия конденсаторов, работа электростатического поля.

Диполь – это электронейтральная система, состоящая из двух одинаковых по модулю и разноименных по знаку точечных заряда, находящихся на очень малом расстоянии $\vec{l}$ друг от друга. Диполь характеризуется дипольным моментом

$$\vec{p}_e = q\vec{l}\ , \tag{2.1}$$

где вектор $\vec{l}$ направлен от отрицательного заряда к положительному.

Энергия взаимодействия диполя с внешним электрическим полем:

$$W_{дип} = -\left(\vec{p}_e \cdot \vec{E}\right) = -p_e \cdot E \cdot \cos\alpha \tag{2.2}$$

где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; α – угол между дипольным моментом $\vec{p}_e$ и напряженностью $\vec{E}$.

Неоднородное электрическое поле действует на диполь с силой:

$$\vec{F}_{дип} = -\operatorname{grad} W_{дип} = p_e \cos\alpha \cdot \operatorname{grad} E \tag{2.3}$$

В радиально симметричных полях модуль напряженности E зависит только от r, поэтому его градиент находится как

$$\operatorname{grad} E\left(r\right) = \vec{e}_r \frac{dE}{dr}\ , \tag{2.4}$$

где $\vec{e}_r$ – единичный вектор, направленный вдоль радиус-вектора.

Энергия системы точечных зарядов:

$$W_{сист} = \frac{1}{2}\sum_i \sum_{i \neq j} \frac{kq_i q_j}{r_{ij}}\ , \tag{2.5}$$

где r_{ij} – расстояние между двумя некоторыми зарядами q_i и q_j, принадлежащими системе.

Теорема о кинетической энергии:

$$A_{\substack{всех\\сил}} = A_{конс} + A_{неконс} = \Delta E_k\ , \tag{2.6}$$

где $A_{\substack{всех\\сил}}$ – работа всех сил, действующих на систему, двух типов – консервативных и неконсервативных, ΔE_k – изменение кинетической энергии системы.

Введя понятие потенциальной энергии W (точнее изменения энергии ΔW) как

$$A_{\text{поля}} = A_{\text{конс}} = -\Delta W\ , \tag{2.7}$$

можно расширить формулу (2.6):

$$A_{неконс} = \Delta E_k + \Delta W\ , \tag{2.8}$$

что представляет из себя закон изменения механической энергии.

В частном случае, когда работа неконсервативных сил равна нулю, формулу (2.8) можно представить, как

$$\Delta E_k = -\Delta W = A_{поля}\ . \tag{2.9}$$

Энергия конденсатора:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}, \qquad (2.10)$$

где q – заряд на обкладках конденсатора, U – напряжение между обкладками, C – электрическая емкость конденсатора.

Емкости конденсаторов разной геометрической конфигурации:

– плоского:
$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}, \qquad (2.11)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками, S – площадь обкладок, d – расстояние между обкладками;

– цилиндрического:
$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(b/a)}, \qquad (2.12)$$

где l – длина обкладок, a и b – радиусы внутренней и внешней обкладки соответственно;

– сферического:
$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{(1/a - 1/b)}, \qquad (2.13)$$

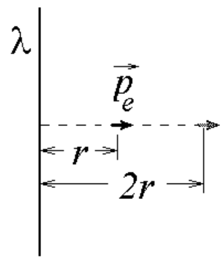
где a и b – радиусы внутренней и внешней обкладки соответственно

При параллельном подключении конденсаторов с емкостью C_1 и C_2 общая емкость находится по правилу:

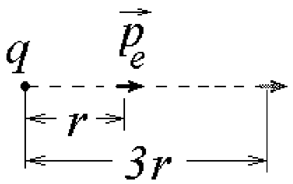
$$C = C_1 + C_2, \qquad (2.14)$$

при последовательном подключении –:

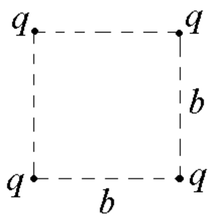
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \qquad (2.15)$$



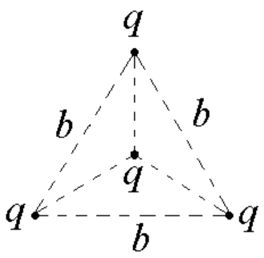
2.1. На расстоянии r = 30 см от бесконечной прямой нити, заряженной равномерно с линейной плотностью заряда λ = 20 мкКл/м, находится диполь с электрическим моментом p_e. Поле нити действует на него с силой F =3 Н. Какую работу совершит электрическое поле при перемещении диполя в точку, находящуюся на расстояние $2r$ от нити? Ответ: – 0,45 Дж



2.2. Диполю с электрическим моментом p_e = 5 мкКл·м и массой m = 3 грамма, находящемуся на расстоянии r = 50 см от закрепленного точечного заряда q = 3 мкКл, придали скорость v = 20 м/с в направлении от заряда (см. рис.). Какую скорость будет иметь диполь в точке, находящейся на расстоянии $3r$ от заряда? Ответ: 8,9 м/с

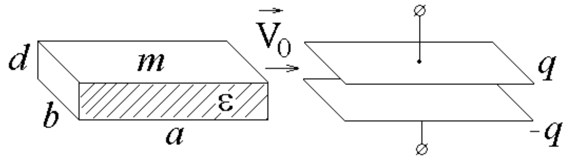


2.3. Четыре одинаковых частицы с зарядом q = 4 мкКл и массой m =2 грамма закреплены в вершинах квадрата со стороной b = 60 см. Какую максимальную скорость приобретут эти частицы, если их одновременно освободить? Ответ: 18 м/с.



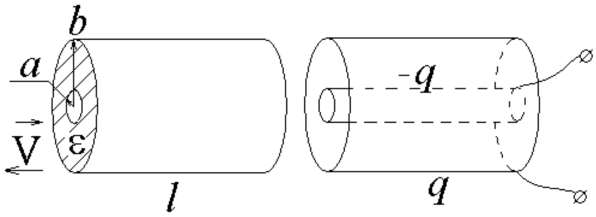
2.4. Три одинаковых частицы с зарядом q = 6 мкКл и массой m = 3 грамма каждая расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной b = 20 см. В центр треугольника поместили еще одну такую же частицу, после чего все заряды освободили. Какую максимальную скорость приобретет верхний заряд?

Ответ: 54 м/с



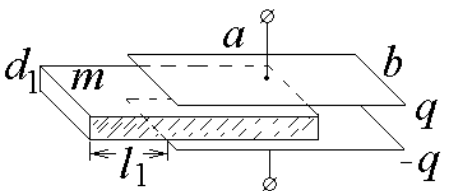
2.5. Диэлектрическая пластинка с диэлектрической проницаемостью ε =2, массой m =20 г, имеющая размеры a =5 см, b = 2 см и d = 3 мм, подлетает к конденсатору таких же размеров со скоростью V_0 = 5 м/с и полностью заполняет собой пространство между его обкладками. Какую скорость будет иметь пластинка в этот момент, если заряд на обкладках конденсатора q =10 мкКл?

Ответ: 29 м/с

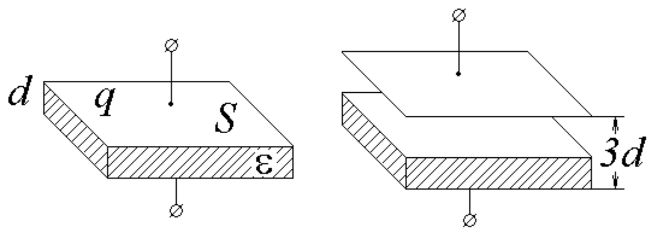


2.6. На обкладки закрепленного цилиндрического конденсатора, заполненного диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε =1,5, поместили разноименные заряды q и $-q$. Длина конденсатора l = 10 см, радиусы внутренней и внешней обкладок равен соответственно a = 5 мм, b = 6 мм. Диэлектрик, имеющий массу m =5 грамм, толкнули со скоростью V_0 = 100 м/с, и на большом удалении от конденсатора его скорость уменьшилась до V =50 м/с. Найти заряд на конденсаторе (в мкКл).

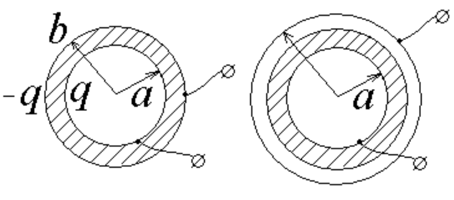
Ответ: 59 мкКл



2.7*. Закрепленнный заряженный воздушный конденсатор имеет размеры обкладок a =8 см и b = 2,5 см, а расстояние между ними d = 4 мм. Поверхность тонкой диэлектрической пластинки с диэлектрической проницаемостью ε =1,5, массой m =60 г имеет такие же размеры как и у обкладок конденсатора, но толщина ее равна $d_1 = \frac{d}{3}$. Пластинку разместили в конденсаторе параллельно обкладкам так, что снаружи осталась часть $l_1 = \frac{a}{4}$. Какую максимальную скорость может иметь пластинка при дальнейшем движении между обкладками, если заряд конденсатора равен q = 5 мкКл? Трением и краевыми эффектами пренебречь. Ответ: 1,5 м/с

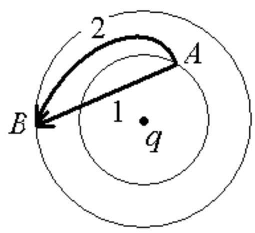


2.8. Заряженный и отключенный от источника плоский конденсатор полностью заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1{,}3$. Площадь обкладок $S =$ 20 см^2, а расстояние между ними $d =$ 2 мм. Какой заряд находится на конденсаторе, если при увеличении расстояния между обкладками до $3d$ была совершена работа $A = 5$ Дж? Ответ: 6,7 мкКл



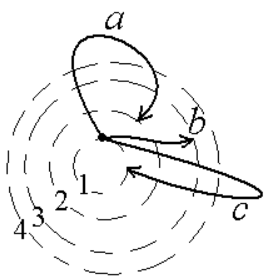
2.9. Заряженный и отключенный от источника сферический конденсатор полностью заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1{,}4$. Радиусы внутренней и внешней его обкладок равны соответственно $a = 4{,}5$ см и b = 4,7 см. Внутрь конденсатора закачали некоторую порцию воздуха, и радиус внешней обкладки увеличился в 1,1 раза. Какая работа была при этом совершена, если на конденсаторе находился заряд $q = 4$ мкКл? Ответ: 0,14 Дж

Качественные задачи.



2.1к. Электрон перемещается в кулоновском поле заряженной частицы из точки А в точку В в одном случае по траектории 1, в другом случае по траектории 2. Как соотносятся величины работ, совершаемых электрическим полем над электроном, в этих двух случаях?

а) $A_1 > A_2$; б) $A_1 < A_2$; в) $A_1 = A_2 = 0$; г) $A_1 = A_2 \neq 0$



2.2к. В трех случаях перемещали одну и ту же заряженную частицу из одной и той же точки по разным траекториям. Эквипотенциальные линии и значения потенциалов указаны на рисунке. Как соотносятся модули работ, совершаемых над частицей электрическим полем в этих трех случаях?

а) $A_a > A_b > A_c$, б) $A_b > A_a > A_c$,

в) $A_c > A_b > A_a$, г) $A_a > A_c > A_b$.

Занятие 3.
Законы постоянного тока. Правила Кирхгофа.

Электрический ток это направленное движение заряженных частиц. Принято считать, что направление тока совпадает с направлением движения положительно заряженных частиц.

Сила тока это заряд, протекший сквозь сечение проводника за единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \qquad (3.1)$$

Если сила тока не постоянная величина, то полный заряд, прошедший по проводнику равен:

$$q = \int I dt. \qquad (3.2)$$

Плотность тока равна силе тока, протекающего сквозь единичную площадку, расположенную перпендикулярно линиям тока:

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}. \qquad (3.3)$$

Зная распределение плотности тока в пространстве, можно расчитать полный ток сквозь произвольную поверхность S:

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \qquad (3.4)$$

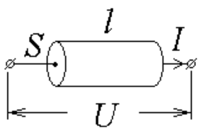
Закон ома в локальной форме утверждает, что плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля $\vec{E}$, создающего этот ток:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \qquad (3.5)$$

где σ – удельная проводимость вещества, проводящего ток.

Обратная величина удельной проводимости называется удельным сопротивлением:

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \qquad (3.6)$$



Из (3.4) можно вывести закон Ома для однородного участка цепи:

$$U = I \cdot R, \qquad (3.7)$$

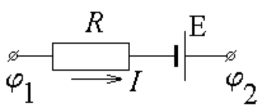
где

$$R = \frac{\rho l}{S} \qquad (3.8)$$

– сопротивление участка длины l с поперечным сечением S.

Объединяя (3.7), (3.5) и (3.6), получим:

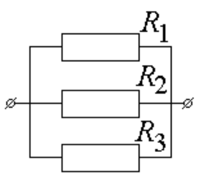
$$U = E \cdot l \qquad (3.9)$$



Закон Ома для неоднородного участка цепи, содержащего источник тока с ЭДС E и внутренним сопротивлением r:

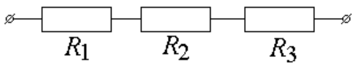
$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = I(R + r) - \mathrm{E}. \qquad (3.10)$$

Правило расчета сопротивления параллельно соединенных резисторов:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \qquad (3.11)$$

Правило расчета сопротивления последовательно соединенных резисторов:



$$R = R_1 + R_2 + R_3 + ... \qquad (3.12)$$

Закон Джоуля-Ленца определяет тепло Q, выделившееся в резисторе с сопротивлением R, через которое протекает ток в течение некоторого времени t.

$$Q = \int_0^t I^2 R dt \qquad (3.13)$$

Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле равна нулю:
$$\sum I_i = 0, \qquad (3.14)$$

где $I_i > 0$ можно формально записать для тока, втекающего в узел, а $I_i < 0$ – для тока, вытекающего из него.

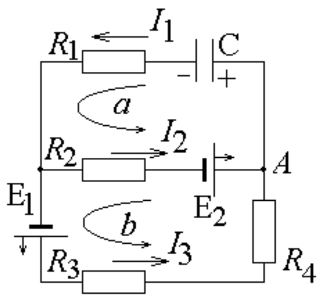
Второе правило Кирхгофа – алгебраическая сумма падений напряжений на каждом элементе контура (на резисторах и конденсаторах) равна алгебраической сумме ЭДС в этом контуре:

$$\sum I_i R_i + \sum U_{Ci} = \sum E_i, \qquad (3.15)$$

где $I_i > 0$ считается, если направление тока в резисторе с сопротивлением R_i совпадает с направлением обхода контура, выбранного произвольно;

$U_{Ci} > 0$ записывается в случае перехода через конденсатор от положительно заряженной обкладки к отрицательно заряженной при обходе контура (то есть потенциал уменьшается или, как говорят, напряжение падает – падение напряжения);

$E_i > 0$ принимается в случае, если направление от положительной клеммы источника к отрицательной по внешней цепи совпадает с обходом контура.



Для примера запишем систему уравнений – одно первое правило Кирхгофа для узла A и два вторых правил Кирхгофа для контуров a и b с обходом против часовой стрелки:

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_2 r_2 + \dfrac{q}{C} = E_2 \\ -I_2 R_2 + I_3 r_1 + I_3 R_3 + I_3 R_3 = E_1 - E_2 \end{cases}, \qquad (3.16)$$

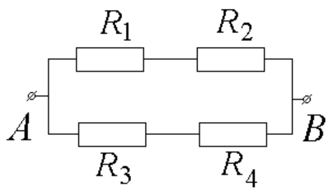
где r_1 и r_2 – внутренние сопротивления источников тока.

Работа источника тока с ЭДС равной E при протекании через него заряда Δq равна:
$$A_{ист} = \Delta q \cdot E \qquad (3.17)$$

$A_{ист} > 0$, если направление тока, протекающего через источник, совпадает с направлением ЭДС (т.е. от "–" к "+").

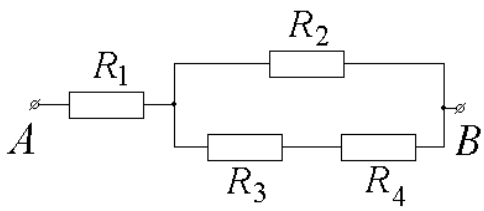
3.1. По однородному проводу радиуса r =1 мм протекает ток, плотность которого зависит от времени по закону $j = At^2$, где A – некоторая константа. Сколько тепла (в мДж) выделится за t = 2 с на участке этого провода длиной l =10 см, если за это время через поперечное сечение провода прошел заряд q = 4 Кл? Удельное сопротивление провода $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$Ом·м. Ответ: 7,8 мДж

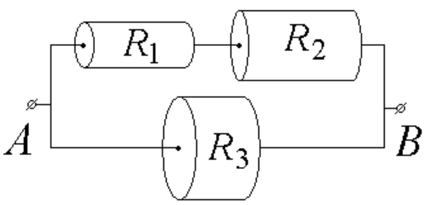
3.2. По однородному проводу квадратного сечения 2 мм × 2мм течет ток, величина которого зависит от времени по закону $I = A\exp(-Bt)$, где A – некоторая константа, а В = 0,01 $с^{-1}$. Чему равна напряженность электрического поля внутри проводника в момент времени t = 5 с, если к этому времени через его поперечное сечение прошел заряд q = 6 Кл? Удельное сопротивление провода $\rho = 2{,}1\cdot10^{-8}$Ом·м. Ответ: 6 мВ/м



3.3. Между точками А и В схемы (см. рис.) приложено некоторое постоянное напряжение U. Какое тепло выделится в сопротивлении R_1 за время t = 3 с, если за это время через сопротивление R_3 протек заряд q =5 Кл? R_1 = 1 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 3 Ом, R_4 = 4 Ом. Ответ: 45 Дж

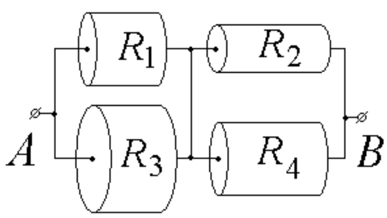
3.4. Четыре резистора с сопротивлениями R_1 = 4 Ом, R_2 = 5 Ом, R_3 = 6 Ом, R_4 = 8 Ом, соединены, как показано на рисунке. Между точками А и В поддерживается постоянная разность потенциалов. Какой заряд протечет через R_1 за время t =3 с, если в резисторе R_4 за это время выделилось Q = 15 Дж тепла? Ответ: 9 Кл



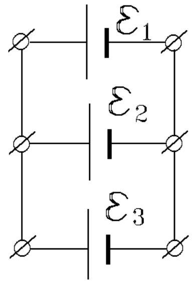


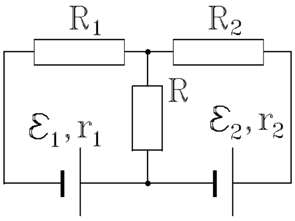
3.5. Три куска провода разного сечения с сопротивлениями R_1 = 4 Ом, R_2 =3 Ом, R_3 = 2 Ом, соединили в схему (см. рис.). Между точками А и В схемы приложено некоторое постоянное напряжение U. За время t = 4 с в одном из кусков с сопротивлением R_2 выделилось Q = 10 Дж тепла. Какова длина куска провода с сопротивлением R_3, если напряженность электрического поля внутри него равна E =500 В/м? Ответ: 1,3 см

3.6. Четыре куска провода разного сечения, но одинаковой проводимостью $\sigma = 5\cdot10^7$ (Ом·м)$^{-1}$, соединили в схему (см. рис.). Между точками А и В схемы приложили некоторое постоянное напряжение U. За время t = 5 с через кусок с сопротивлением R_1 =4 Ом протек заряд q = 3 Кл. Какова плотность тока в куске с сопротивлением R_4 =5 Ом и радиусом r =1,5 мм, если R_2 =2 Ом, R_3 =3 Ом? Ответ: 57 кА/м^2



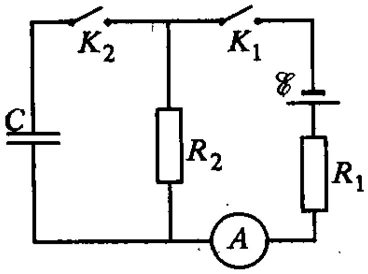
3.7. Три батарейки с одинаковыми внутренними сопротивлениями r = 1 Ом соединены параллельно. ЭДС ε_2 = 5 В, ε_3 = 9 В, а падение напряжения на клеммах первой батарейки U_1 = 6 В. Найти величину её ЭДС ε_1. Ответ: ε_1 = 4 В.



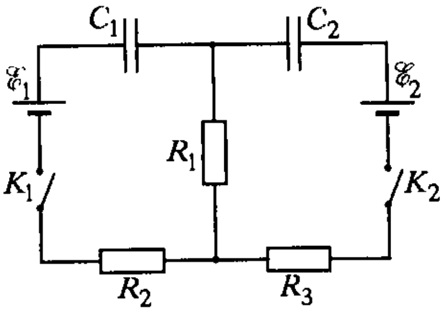


3.8. В схеме заданы ЭДС ε_1 = 21 В и ε_2 = 7 В, сопротивления r_1 = 1 Ом, r_2 = 2 Ом, R_1 = 5 Ом, R_2 = 3 Ом, R = 5 Ом. Найти тепловую мощность, выделяющуюся на сопротивлении R.

Ответ: 2,74 Вт.



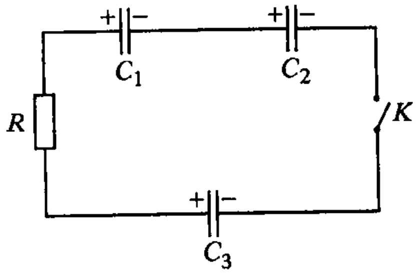
3.9. В схеме, изображенной на рисунке, в начальный момент времени ключи K1 и K2 разомкнуты, а конденсатор C (большой емкости) не заряжен. После замыкания ключа K1 амперметр A показывает постоянный ток силой I = 3 мкА. Затем замыкают ключ K2. Чему будет равно показание амперметра сразу после замыкания ключа K2, если известно.что R_2/R_1 = 2? Внутренним сопротивлением батареи и сопротивлением амперметра пренебречь. Ответ: 9 мкА



3.10. Две батареи с ЭДС E_1 и E_2 включены в схему, параметры которой указаны на рис., причем $R_1 = R_2 = R_3 = R$. В начальный момент времени ключи K1 и K2 разомкнуты, конденсаторы не заряжены. Ключи одновременно замыкают. 1) Найти начальный ток через резистор R_1;

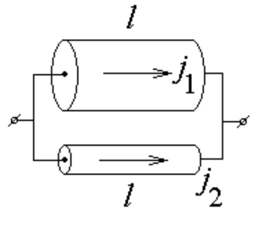
2) Какое количество теплоты выделится во всей схеме после замыкания ключей? Внутренним сопротивлением батарей пренебречь.

Ответ: $I_0 = \dfrac{E_1 + E_2}{3R}$, $Q = \dfrac{C_1 E_1^2}{2} + \dfrac{C_2 E_2^2}{2}$



3.11. Три конденсатора с емкостями $C_1 = C_0$, $C_2 = 2C_0$, $C_3 = 3C_0$, каждый из которых заряжен от батареи с ЭДС E, и резистор с сопротивлением R включены в схему, изображенную на рисунке.
1) Чему равен ток в цепи сразу после замыкания ключа?
2) Какая разность потенциалов установится на конденсаторе C_3? Ответ: $I = \dfrac{E}{R}$, $U = \dfrac{13}{11}E$

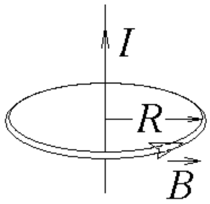
Качественные задачи.



3.1к. Два проводника разного сечения и одинаковой длины подключены параллельно в цепь постоянного тока. Как соотносятся между собой величины плотностей тока в этих проводниках?

а) $j_1 > j_2$; <u>б)</u> $j_1 = j_2$; в) $j_1 < j_2$;
г) не хватает данных.

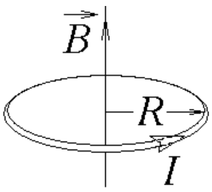
Занятие 4.
Магнитостатика.



Индукция магнитного поля, созданного бесконечным тонким прямым проводом на расстоянии r от него:

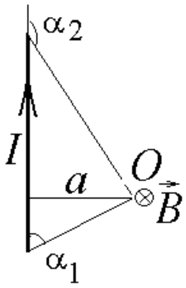
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \tag{4.1}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.



Индукция магнитного поля, созданная током, текущим по тонкому кольцу радиуса R в центре кольца:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \tag{4.2}$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right), \tag{4.3}$$

– индукция магнитного поля, созданного отрезком с током в точке О на расстоянии *a* от линии, на которой лежит этот отрезок.

Индукция магнитного поля, созданного током, текущим равномерно по бесконечной плоскости:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2}, \tag{4.4}$$

где $i = dI/dx$ – линейная плотность тока – сила тока dI, протекающая по узкой полоске шириной dx.

Индукция магнитного поля в изотропном магнетике, в котором отсутствует остаточная намагниченность, связана с напряженностью магнитного поля H:

$$B = \mu_0 \mu H, \tag{4.5}$$

где μ – магнитная проницаемость магнетика.

Маленький виток площади S, по которому течет ток I, обладает магнитным дипольным моментом:

$$\vec{p}_m = I \cdot \vec{S} = I \cdot S \cdot \vec{n}, \tag{4.6}$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор, нормальный к поверхности витка, направление которого определяется по направлению тока с помощью правила правого винта (буравчика).

Энергия взаимодействия магнитного диполя с внешним полем:

$$W = -\left(\vec{p}_m \cdot \vec{B}\right) = -p_m B \cos\alpha, \tag{4.7}$$

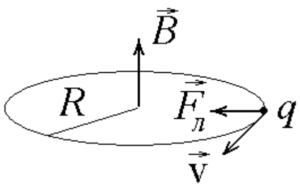
где α – угол между нормалью $\vec{n}$ и индукцией внешнего поля $\vec{B}$.

Момент сил, действующий на виток с током в магнитном поле?

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \times \vec{B}\right]. \tag{4.8}$$

На участок проводника dl с током I в магнитном поле действует сила Ампера:

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l} \times \vec{B}\right]. \tag{4.9}$$



На частицу с электрическим зарядом q, влетающую со скоростью $\vec{v}$ в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_л = q\left[\vec{v}\times\vec{B}\right], \qquad (4.10)$$

причем $\vec{F}_л \perp \vec{v}$ и $\vec{F}_л \perp \vec{B}$. Это приводит к искривлению траектории без изменения скорости частицы (так как сила Лоренца не совершает работу).

Если частица влетает в магнитное поле перпендикулярно индукции $\vec{B}$, то она будет двигаться по окружности с постоянной скоростью, а сила Лоренца будет являться центростремительной силой.

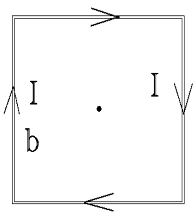
Найдем радиус окружности, используя второй закон Ньютона:

$$F_л = q v B \sin 90° = m a_n = m\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{mv}{qB} \qquad (4.11)$$

Используя формулу (4.11), можно рассчитать период вращения частицы по окружности:

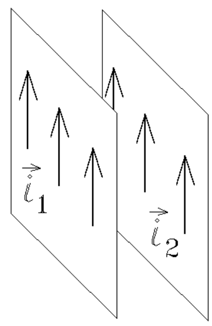
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (4.12)$$

4.1. Три бесконечно длинных параллельных проводника находятся на одинаковом расстоянии b = 1 м друг от друга. По двум проводникам в одинаковых направлениях текут токи $I_1 = I_2 = 1$ А. По третьему проводнику ток I_3 течёт в противоположном направлении. Чему равна напряжённость магнитного поля в точке, равноудалённой от всех проводников? Если изменить направление тока I_3, то в этой точке магнитное поле станет равным нулю.



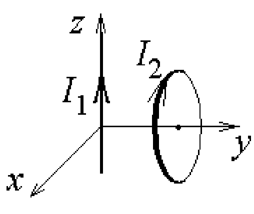
4.2. По замкнутому проводнику, образующему квадрат со стороной b, течёт ток I. Найти индукцию магнитного поля в центре O квадрата.

Ответ: $B_O = 2\sqrt{2}\cdot\mu_0 I/(\pi b)$

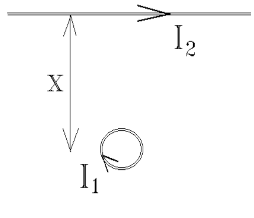


4.3. По двум параллельным бесконечным плоскостям в одинаковых направлениях текут поверхностные токи с линейными плотностями $i_1 = 5$ А/м и $i_2 = 3$ А/м. Во сколько раз величина напряжённости магнитного поля слева (или справа) от плоскостей больше напряжённости поля между плоскостями?

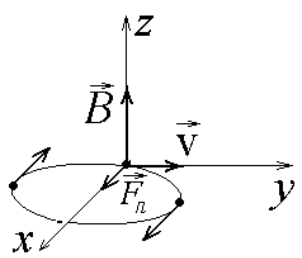
Ответ: в $(i_1 + i_2)/(i_1 - i_2) = 4$ раза.



4.4. Ток I_1 =1 А течет по прямому проводу вдоль оси Z. Параллельно плоскости XZ расположен виток радиуса R=1 м с током I_2 =2А. Центр витка лежит на оси Y на расстоянии R от начала координат. Найдите индукцию магнитного поля, созданного этими токами в центре витка. Ответ: 1,27 мкТл;



4.5. Маленький круговой виток с током $I_1 = 0{,}1$ А с площадью S = 1 см^2 находится в одной плоскости с бесконечным прямым током $I_2 = 1$ А на расстоянии 1 м от него. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть виток вокруг его диаметра на 180^0? Ответ: $A = 4\cdot10^{-12}$ Дж.



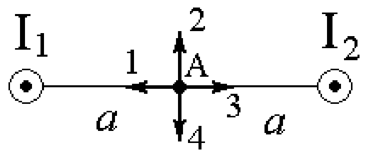
4.6. В однородном магнитном поле с индукцией B = 1 Тл по окружности летает положительно заряженная частица с зарядом q = 1 мкКл и массой $m = 10^{-10}$кг со скоростью v = 10 км/с. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена вдоль оси z. В начальный момент времени скорость частицы $\vec{v}$ была направлена вдоль оси y. Найти минимальное время t, через которое скорость частицы будет направлена а) вдоль оси x; б) против оси x. Найти пройденный путь за это время.

Ответы: а) t = 0,157 мс; S = 1,57 м; б) t = 0,471 мс; S = 4,71 м.

4.7. Электрон вылетает из бесконечной плоскости, по которой течёт поверхностный ток с линейной плотностью i = 1 А/м со скоростью $v = 10^4$ м/с перпендикулярно плоскости. Через какое время Δt электрон вернётся на плоскость и на какое максимальное расстояние l_{max} он удалится от плоскости?

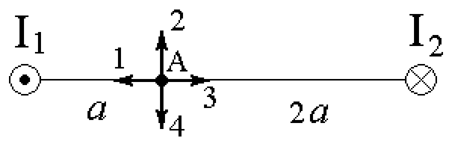
$$\text{Ответ: } \Delta t = \frac{2\pi m_e}{\mu_0 e i} = 28{,}4 \text{ мкс}; \quad l_{max} = \frac{2 m_e v}{\mu_0 e i} = 9{,}05 \text{ см}.$$

Качественные задачи.

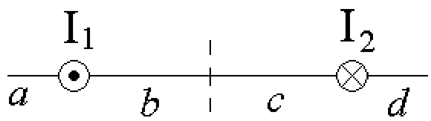


4.1к. Магнитное поле создано двумя длинными параллельными проводниками с токами I_1 и I_2, расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. Если $I_1 = 2I_2$, то вектор $\vec{B}$ индукции результирующего поля в точке А направлен ...

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) $\vec{B} = 0$



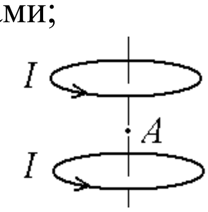
4.2к. Магнитное поле создано двумя длинными параллельными проводниками с токами I_1 и I_2, расположенными перпендикулярно плоскости чертежа. Если $I_1 = 2I_2$, то вектор $\vec{B}$ индукции результирующего поля в точке А направлен ...а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) $\vec{B} = 0$



4.3к. На рисунке изображены сечения двух прямолинейных длинных параллельных проводников с противоположно направленными токами, причем $I_1 = 2I_2$. Индукция $\vec{B}$ магнитного поля равна нулю в некоторой точке участка ...

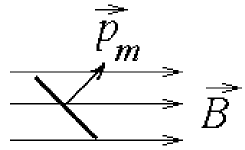
1) a; 2) b; 3) c; 4) d; 5) нет такой точки; 6) посередине между проводами;

4.4к.. По двум соосным виткам течет одинаковый ток в одном направлении. Расстояние между центрами витков равно 2 см. Верхний виток создает магнитное поле с индукцией B = 1 мкТл в точке А, расположенной на оси на растоянии 1 см от его центра. Чему равна величина индукции магнитного поля, созданного двумя витками?

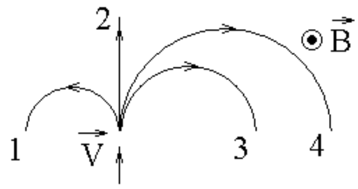


а) 2 мкТл; б) 0 мкТл; в) $\sqrt{2}$ мкТл; г) 4 мкТл.

4.5к.. Рамка с током, обладающая магнитным моментом $\vec{p}_m$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. Куда направлен момент сил, действующий на рамку?



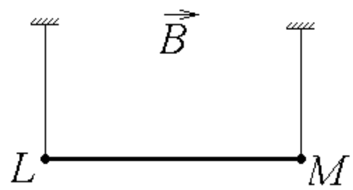
а) перпендикулярно рисунку "от нас";
б) перпендикулярно рисунку "к нам";
в) вдоль индукции магнитного поля;
г) против индукции магнитного поля.



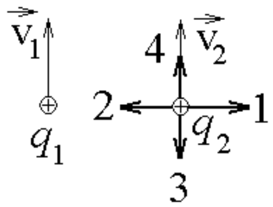
4.6к.. На рисунке указаны траектории заряженных частиц, имеющих одинаковую скорость и влетающих в однородное магнитное поле, перпендикулярное плоскости чертежа. При этом для частицы 1 ...

а) $q > 0$; б) $q < 0$; в) $q = 0$;

4.7к. В магнитном поле на двух нитях висит горизонтальный проводящий стержень. Натяжение нитей равно нулю. Как соотносятся направления магнитного поля и силы тока в стержне?



а) ток течет от L к M, индукция направлена от нас;
б) ток течет от L к M, индукция направлена вправо;
в) ток течет от M к L, индукция направлена от нас;
г) ток течет от M к L, индукция направлена вверх;



4.8к. Две положительно заряженные частицы движутся по параллельным линиям на некотором расстоянии друг от друга. Магнитная сила, действующая на правый заряд, имеет направление...

а) 1; б) 2 ; в) 3) г) 4.

Занятие 5.

Закон электромагнитной индукции, самоиндукции и взаимной индукции.

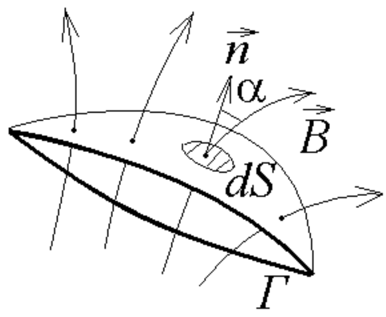


Рис. 5.1

Рассмотрим замкнутый контур Γ произвольной формы в неоднородном магнитном поле, который ограничивает некоторую поверхность S (см. рис.5.1). Потоком индукции магнитного поля сквозь эту поверхность называется величина

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B dS \cos\alpha , \qquad (5.1)$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке поверхности dS, которую магнитное поле пронизывает.

При изменении потока Φ во времени в контуре Γ возникает **Э.Д.С. индукции** – электродвижущая сила, равная скорости изменения магнитного потока (*закон электромагнитной индукции Фарадея*):

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5.2)$$

Если бы контур был сделан из проводящего вещества, то по нему потек бы электрический ток.

Поток Φ может изменяться по следующим причинам.

1) Изменяется индукция магнитного поля $\vec{B}$.

2) Изменяются геометрические размеры контура, т.е. изменяется площадь S.

3) Изменяется ориентация контура в пространстве, т.е. изменяется угол α.

В случае 1) в пространстве возникает вихревое электрическое поле $\vec{E}_{\text{вихр}}$, действующее на свободные электроны проводящего контура.

В случаях 2) и 3) из-за перемещения проводника в магнитном поле на свободные электроны в нем действует сила Лоренца.

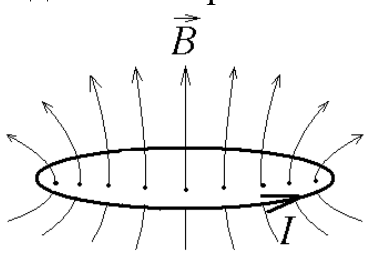


Рис. 5.2

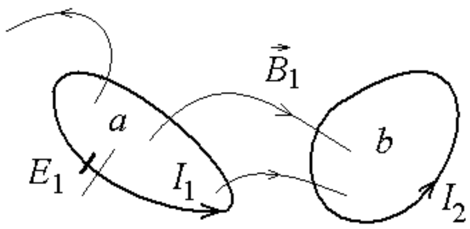
Если рассмотреть контур, по которому протекает ток I (см. рис.5.2), то индукция $\vec{B}$ порождаемого этим током магнитного поля создает сквозь поверхность контура поток, пропорциональный силе тока I:

$$\Phi = L \cdot I , \qquad (5.3)$$

где коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура.* Если ток в контуре начинает изменяться, то в нем возникнет **Э.Д.С. самоиндукции:**

$$\varepsilon_{\text{самоинд}} = -\frac{d(L \cdot I)}{dt} \qquad (5.4)$$

Знак "–" в формулах (5.2) и (5.4) означает, что **при изменении магнитного потока сквозь замкнутый контур в нем возникает такая Э.Д.С., которая стремится уменьшить изменение потока.** Это *правило Ленца.* В результате *увеличения* силы тока на рис. 5.2, а следовательно и индукции $\vec{B}$, возникает вихревое электрическое поле, направленное против тока I в контуре.



Если по контуру a течет ток I_1, то он создает магнитное поле с индукцией $\vec{B}_1$, поток которого сквозь соседний контур b равен:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1, \tag{5.5}$$

где L_{21} – коэффициент взаимной индукции. В это же время ток I_2 создает магнитное поле, поток которого выражается аналогично:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2,$$

причем в отсутствие ферромагнетиков

$$L_{12} = L_{21}. \tag{5.6}$$

Выражение (5.6) называется теоремой взаимности.

При изменении тока I_1, а значит и потока Φ_{21} в контуре b возникает **ЭДС взаимной индукции**:

$$\mathcal{E}_{вз.инд.} = -\frac{d\left(L_{21} I_1\right)}{dt}, \tag{5.7}$$

которая препятствует изменению потока Φ_{21}

Система уравнений Максвелла в дифференциальном и интегральном виде

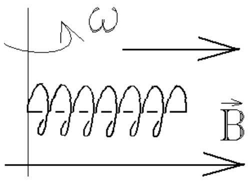
$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{dt} \\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\dfrac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{j} d\vec{S} + \dfrac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{S} \\ \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \rho dV \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \end{cases} \tag{5.8}$$

демонстрирует связь электрического и магнитного полей, являющихся частями общего электромагнитного поля. Система уравнений (5.8) дополняется **материальными** уравнениями

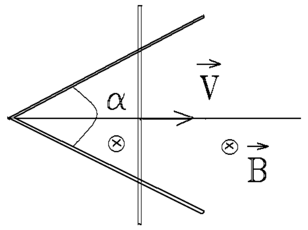
$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}, \tag{5.9}$$

которые справедливы в изотропном неферромагнитном веществе в слабых полях. Здесь $\vec{D}$ – вектор электрической индукции, $\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{B}$ – индукция магнитного поля, ε - диэлектрическая проницаемость среды, μ - магнитная проницаемость среды, σ - удельная проводимость среды, объемная плотность заряда, $\vec{j}$ – плотность токов проводимости.

Величину $\vec{j}_{см} = \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ называют током смещения.

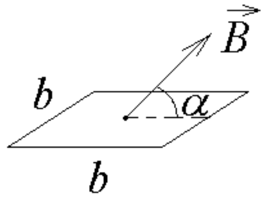


5.1. Замкнутая накоротко катушка из N = 100 витков с площадью S = 1 см ^{2} и с сопротивлением R = 10 Ом вращается в магнитном поле B = 1 Тл вокруг оси, перпендикулярной к линиям поля и к оси катушки, с угловой скоростью ω = 100 с $^{-1}$. Пренебрегая индуктивностью катушки, найти максимальную величину силы тока в ней. Ответ: $I_{max} = NSB\omega/R = 0{,}1$ А .



5.2. Прямой проводник-перемычка скользит с постоянной скоростью v = 2 м/с вдоль биссектрисы прямолинейного проводника, согнутого в точке О под углом α = 60°, образуя замкнутый равносторонний проводящий контур. Перпендикулярно плоскости этого контура направлены линии индукции однородного постоянного магнитного поля с B = 0,6 Тл. Определить величину тока в проводящем контуре, если единица длины каждого проводника имеет сопротивление R_1 = 2 Ом/м.

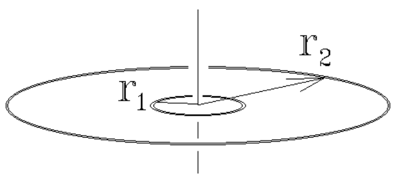
Ответ: 0,2 А



5.3. Квадратный проводящий контур со стороной *b* = 1 см пронизывает однородное магнитное поле под углом α =30° к плоскости контура. Индукция магнитного поля меняется со временем по закону $B(t) = At^5$, где A =3 Тл/с^5. Найти модуль ЭДС индукции в контуре в момент времени *t* = 2 с.

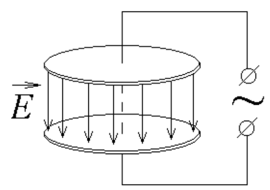
Ответ: 12 мВ.

5.4. Замкнутый контур деформируют так, что его индуктивность изменяется со временем по закону $L = \alpha - \beta\cdot t$, а ток в контуре при этом возрастает по закону $I = \gamma\cdot t^3$, где α, β, γ = const. До какой наибольшей величины возрастает ЭДС в контуре, прежде чем начнёт убывать? Ответ: $\varepsilon_{max} = \gamma\alpha^3/(4\beta^2)$.



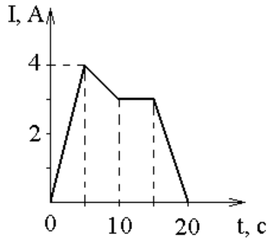
5.5. Даны два коаксиальных тонких кольцевых витка с радиусами r_1 = 1 см и r_2 = 1 м ($r_1 \ll r_2$). По внеш-нему витку течёт ток $I_2 = I_0\cos(\omega t)$, где ω = 1000 с $^{-1}$, I_0 = 1 А. Найти взаимную индуктивность витков и амплитуду ЭДС, возникающей во внутреннем витке. Ин-дуктивностью витков пренебречь.

Ответ: $L_{вз} = \pi\mu_0 r_1^2/(2r_2) = 1{,}97\cdot 10^{-10}$ Гн; $\varepsilon_{max} = 0{,}197$ мкВ



5.6. Между обкладками плоского воздушного конденстатора создано однородное электрическое поле, напряженность которого меняется со временем по закону $E = E_0\cos\left(\dfrac{\pi}{2}t\right)$. Найти модуль плотности тока смещения внутри конденсатора в момент времени *t* = 2 с., если E_0 =3 кВ/м

Качественные задачи.



5.1к.. В катушке с индуктивностью $L = 1$ Гн течет ток, изменяющийся со временем так, как показано на рисунке. Найти модуль среднего значения ЭДС самоиндукции в интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 20$ с.
а) 0,8 В; б) 0,3 В; в) 0,2 В; г) 0;

5.2к. Рамка с площадью $S = 10^{-2}$м^2 расположена перпендикулярно линиям индукции магнитного поля. Величина индукции меняется в зависимости от времени по закону $B = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-2}$ Тл. Чему равен магнитный поток сквозь рамку?

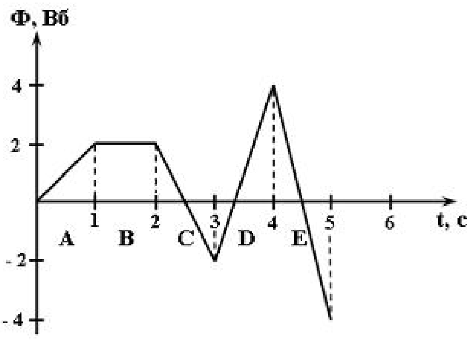
а) 0; б) $\Phi = \left(2 + 5t^2\right) \cdot 10^{-4}$ Вб; в) $10t \cdot 10^{-4}$ Вб; г) $\left(2t + \dfrac{5t^3}{3}\right) \cdot 10^{-4}$ Вб.

5-3к. Следующая система уравнений Максвелла:

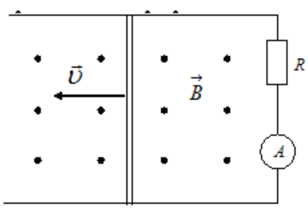
$$\oint\limits_{(L)} \vec{E}d\vec{l} = -\int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}\,; \qquad \oint\limits_{(L)} \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_{(S)} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}\,; \qquad \oint\limits_{(S)} \vec{D}d\vec{S} = 0\,; \qquad \oint\limits_{(S)} \vec{B}d\vec{S} = 0$$

всегда справедлива для переменного магнитного поля ...
а) при наличии заряженных тел и токов проводимости;
б) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости;
в) в отсутствие заряженных тел;
г) в отсутствие токов проводимости;

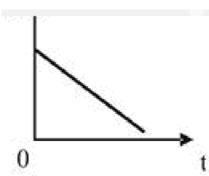
5-4к. В кольцо из диэлектрика вдвигают магнит. В этом случае в диэлектрике...
а) порождается вихревое электрическое поле;
б) ничего не происходит;
в) порождается электростатическое поле;

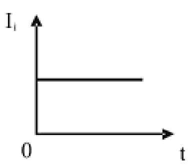


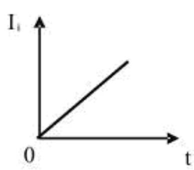
5-5к. На рисунке представлена зависимость магнитного потока, пронизывающего некоторый замкнутый контур, от времени. ЭДС индукции в контуре по модулю максимальна на интервале... A? B? C? D? E?

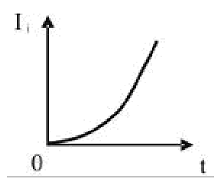


5-6к. В однородном магнином поле, с равномерно возрастающей скоростью перемещается проводящая перемычка (см. рис.). Если сопротивлением перемычки и направляющих можно пренебречь, то зависимость индукционного тока от времени можно представить графиком ...

а) 

б) 

в) 

г) 

Занятие 6.
Электрические затухающие колебания

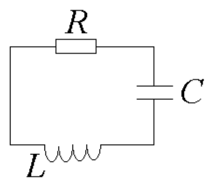


Рис.6.1

Уравнение затухающих колебаний в контуре (см. рис.6.1), состоящем из последовательно соединенных резистора с сопротивлением R, конденсатора с емкостью C и катушки с индуктивностью L, выглядит так:

$$q = A_0 \exp(-\beta t)\cos(\omega t + \alpha_0), \qquad (6.1)$$

где α_0 – начальная фаза колебаний, ω – циклическая частота собственных затухающих колебаний.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,; \qquad (6.2)$$

Коэффициент затухания β и циклическая частота собственных незатухающих колебаний ω_0 определяются так:

$$\beta = \frac{R}{2L}\,; \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (6.3)$$

Логарифмический декремент затухания θ и **время релаксации** τ (время, за которое амплитуда уменьшится в e = 2,72 раз) определяются так:

$$\theta = \beta T\,. \qquad \tau = \frac{1}{\beta} \qquad (6.4)$$

Амплитуда колебаний в контуре уменьшается со временем по закону:

$$A = A_0 \exp(-\beta t), \qquad (6.5)$$

где A_0 – начальная амплитуда. Так как энергия незатухающих и слабозатухающих колебаний пропорциональна квадрату амплитуды $W \sim A^2$, то, используя (5), получим:

$$W \sim A_0^2 \exp(-2\beta t) \qquad (6.6)$$

Электрические вынужденные колебания.

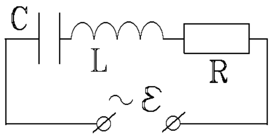


Рис.6.2

Если в контур включить внешний источник, ЭДС которого меняется по гармоническому закону $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega_в t)$, то в контуре установятся вынужденные гармонические колебания с частотой источника $\omega_в$ и амплитудой q_0. Зависимость заряда на конденсаторе от времени будет выглядеть так:

$$q = q_0 \cos(\omega_в t - \varphi) \qquad (6.7)$$

Для того чтобы найти выражение для силы тока в цепи продифференцируем (7) по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_в \sin(\omega_в t - \varphi) = I_0 \cos\left(\omega_в t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (6.8)$$

где $I_0 = q_0\omega_в$ – амплитуда тока

Для расчета падения напряжения на катушке индуктивности используют выражение для ЭДС самоиндукции, но с противоположным знаком $U_L = L\,dI/dt$. Подставляя сюда выражение (8), получим:

$$U_L = -Lq_0\omega_в^2 \cos(\omega_в t - \varphi) = U_{0L} \cos(\omega_в t - \varphi + \pi), \qquad (6.9)$$

где $U_{0L} = q_0 L\omega_в^2$ – амплитудное значение напряжения на катушке индуктивности.

Теперь можно проанализировать фазы колебаний напряжений на элементах контура: на конденсаторе, катушке индуктивности и резисторе.

Напряжение на конденсаторе можно найти из (7):

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C}\cos\left(\omega_в t - \varphi\right) = U_{0C}\cos\left(\omega_в t - \varphi\right), \qquad (6.10)$$

где $U_{0C} = q_0/C$ – амплитуда напряжения на конденсаторе. Из (10) и (9) видно, что напряжения на конденсаторе и на катушке индуктивности колеблются в противофазе.

Напряжение на резисторе находим из закона Ома и (8):

$$U_R = IR = q_0\omega_в R\cos\left(\omega_в t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = U_{0R}\cos\left(\omega_в t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \qquad (6.11)$$

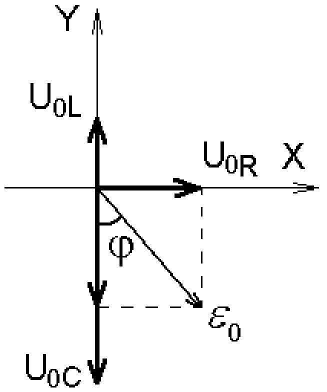


Рис.6.3. Фазовая диаграмма напряжений

где $U_{0R} = q_0\omega_в R$ – амплитуда напряжения на резисторе. Из (11) и (10) видно, что напряжение на резисторе опережает по фазе на $\frac{\pi}{2}$ напряжение на конденсаторе.

Так как элементы контура соединены последовательно (см. рис.6.2), то напряжение на клеммах источника есть сумма напряжений на конденсаторе, катушке и резисторе. Но складывать такие напряжения надо с учетом фаз, то есть использовать фазовую диаграмму. Из рис. 6.3 видно, что

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\left(U_{0C} - U_{0L}\right)^2 + U_{0R}^2} \qquad (6.12)$$

Подставив в (12) выражения для амплитуд напряжений из (9), (10) и (11), получим выражение – **амплитудно-частотную характеристику для заряда**

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\left(1/C - L\omega_в^2\right)^2 + \omega_в^2 R^2}} \quad \text{или} \quad q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega_в^2\right)^2 + 4\beta^2\omega_в^2}} \qquad (6.13)$$

Запаздывание колебаний заряда по фазе от колебаний внешней ЭДС находим как угол в треугольнике из рис.6.3:

$$tg\varphi = \frac{U_{0R}}{U_{0C} - U_{0L}} = \frac{\omega_в R}{1/C - L\omega_в^2} = \frac{2\omega_в\beta}{\omega_0^2 - \omega_в^2} \qquad (6.14)$$

Если (12) разделить на амплитуду тока I_0 из (8), то можно найти **полное сопротивление цепи или импеданс**:

$$Z = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = \sqrt{\left(X_C - X_L\right)^2 + R^2} = \sqrt{\left(1/\omega_в C - L\omega_в\right)^2 + R^2} \qquad (6.15)$$

где $X_L = U_{0L}/I_0 = L\omega_в$ – реактивное индуктивное сопротивление;

$X_C = U_{0C}/I_0 = 1/\omega_в C$ – реактивное емкостное сопротивление;

$R = U_{0R}/I_0$ – активное сопротивление резистора.

Выражение $X = X_C - X_L$ называют **полным реактивным сопротивлением** цепи.

Из (15) можно найти выражение, называемое **амплитудно-частотной характеристикой для тока**:

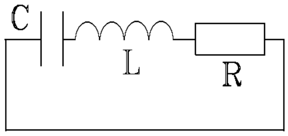
$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{\left(1/\omega_в C - L\omega_в\right)^2 + R^2}}. \qquad (6.16)$$

Анализируя амплитудно-частотные характеристики (13) и (15) для заряда и тока, можно найти **резонансные частоты**, при которых амплитуды q_0 и I_0 достигают максимума:

$$\omega_{рез\,q} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad \text{и} \quad \omega_{рез\,I} = \omega_0 \qquad (6.17)$$

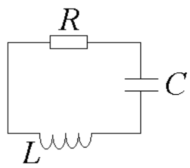
Из (17) видно, что резонансная частота для заряда на конденсаторе меньше, чем для тока. Но **если затухание слабое**, т.е. $\beta \ll \omega_0$, то эти частоты можно принять равными.

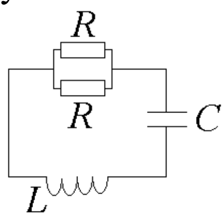
6-1. Индуктивность электрического колебательного контура была равна L = 9 мГн, активное сопротивление R = 2 кОм. После замены его элементов и индуктивность контура, и его активное сопротивление уменьшились в два раза, а частота собственных колебаний вдвое увеличилась. Найти оставшуюся неизменной ёмкость контура. Ответ: C = 6000 пФ.



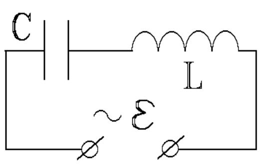
6-2. В колебательный контур с индуктивностью L = 1 Гн, не имеющий активного сопротивления, включили последовательно резистор с сопротивлением R. При этом период собственных колебаний вдвое увеличился. Каким стал логарифмический декремент затухания колебаний? Ответ: $\lambda = 2\pi\sqrt{3} = 10{,}9$.

6-3. В контуре совершаются свободные слабозатухающие колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-0{,}1 \cdot t)\sin(300t)$, где $q_0 =$ 1 мкКл. Во сколько раз уменьшится энергия контура за время t= 1 с? Ответ: 1,22 раза



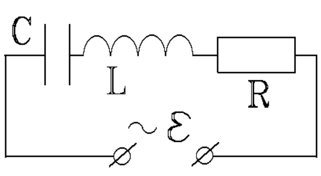


6-4. В контуре совершаются свободные колебания, при которых заряд на конденсаторе изменяется во времени по закону $q = q_0 \exp(-4t)\sin(400t)$, где $q_0 = 1$ мкКл. Каким станет время релаксации колебаний, если добавить еще одно сопротивление *R* параллельно с остальными? Ответы: 0,375 с;



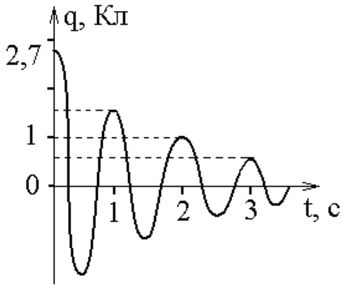
6-5. В последовательный колебательный контур включена внешняя ЭДС ε = $\varepsilon_0 \cdot \cos(\omega t)$, где ε₀ = 200 В, а её частота ω = 1000 $с^{-1}$. Найти индуктивность L контура, если амплитуда напряжения на конденсаторе U_{C0} = 100 В. Активным сопротивлением пренебречь. Ёмкость контура C=5000 пФ.

Ответ: L = 600 Гн.



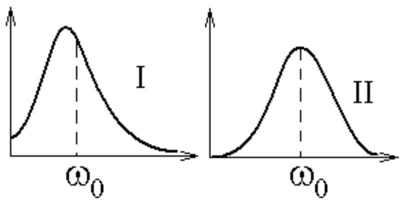
6-6. Индуктивность контура L = 0,6 Гн, его ёмкость C = 1 мкФ. При частоте внешней ЭДС $\omega = 1000\ с^{-1}$ амплитуда тока в три раза меньше резонансной. Найти активное сопротивление контура. Ответ: $R = \frac{1}{\sqrt{8}}\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right) = 141{,}4$ Ом.

Качественные задачи.



6-1к. На рисунке изображен график затухающих колебаний электрического заряда на конденсаторе, описываемый уравнением $q(t) = A_0 e^{-t/\tau} \sin(\omega_1 t + \varphi)$. Определите время релаксации τ (в сек).

а) 1 с; б) 2 с; в) 3 с; г) не хватает данных;

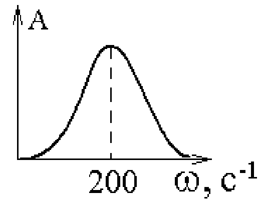


6-2к. На двух рисунках представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) разных величин в колебательном контуре, состоящем из конденсатора с емкостью C, катушки с индуктивностью L и резистора с сопротивлением R. Рисунки I и II могут соответствовать АЧХ следующих величин:

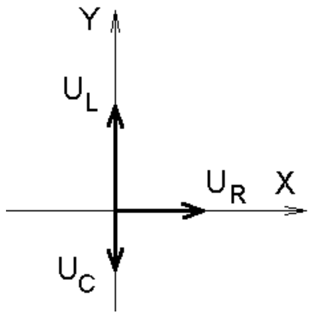
а) I - заряд на конденсаторе; II- ток в катушке;

б) I - заряд на конденсаторе; II- напряжение на конденсаторе;

в) I - ток в катушке; II- заряд на конденсаторе;



6-3к. На рисунке изображена резонансная кривая для тока в катушке индуктивности колебательного контура, состоящего из конденсатора с емкостью C, катушки с индуктивностью L и резистора с сопротивлением R. Если C = 5 мкФ, то индуктивность L равна: а) 40 Гн; б) 5 Гн; в) 2,5 Гн; г) не хватает данных



6-4к. Сопротивление, катушка индуктивности и конденсатор соединены последовательно и подключены к источнику переменного тока, изменяющегося по закону $I = 0{,}1\cos(3{,}14t)$ (А). На рисунке представлена фазовая диаграмма падений напряжений на указанных элементах. Амплитудные значения напряжений соответственно равны: на сопротивлении $U_R = 4$ В, на катушке индуктивности $U_L = 5$ В, на конденсаторе $U_C = 2$ В. Установите соответствие между сопротивлением и его численным значением.

1. Активное сопротивление 2. Реактивное сопротивление 3. Полное сопротивление	а) 40 Ом б) 30 Ом; в) 50 Ом; г) 20 Ом

Ответ: 1. – а); 2 – б); 3 – в)

6-5к. Сопротивление, катушка индуктивности и конденсатор соединены последовательно и подключены к источнику переменного напряжения, изменяющегося по закону $U = U_0 \cos(\omega t)$ (В). На рисунке (см. задачу 6-4к) представлена фазовая диаграмма падений напряжений на указанных элементах. Установите соответствие между амплитудными значениями напряжений на этих элементах и амплитудным значением напряжения источника.

1. U_R = 4 В, U_L = 5 В, U_C =2 В 2. U_R = 2 В, U_L = 1 В, U_C =2 В	а) 5В б) $\sqrt{5}$ В в) 11 В

Ответ: 1 – а); 2 – б)

Занятие 7
Электромагнитные волны. Вектор Пойнтинга.

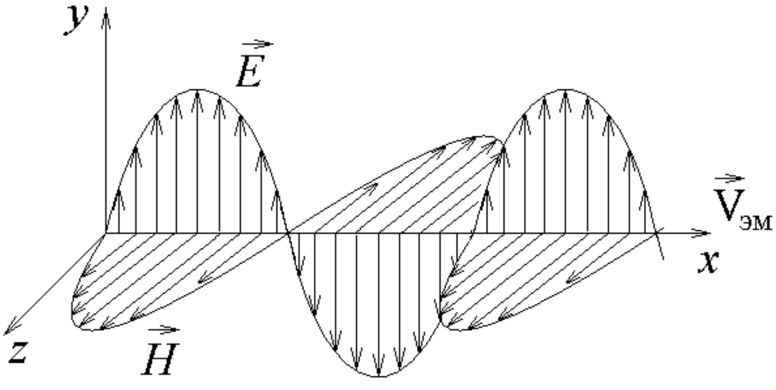


Рис.7.1.

Пространственная конфигурация электромагнитного поля в волне изображена на рис.7.1, из которого видно, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$, вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$ и фазовая скорость $\vec{v}_{эм}$ составляют **правую тройку векторов**.

Уравнение **плоской** электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси *x,* записывается как для вектора $\vec{E}$, так и для $\vec{H}$:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{эм}^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} = \frac{1}{v_{эм}^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \qquad v_{эм} = \frac{1}{\sqrt{\mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0}} \tag{7.1}$$

где μ – магнитная проницаемость среды (μ=1 для вакуума и воздуха), ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Решение уравнения (7.1) в общем виде есть произвольная функция, зависящая от выражения $\left(t - \frac{x}{v_{эм}}\right)$, т.е. $f(t,x) = f\left(t - \frac{x}{v_{эм}}\right)$

Если источником электромагнитных волн являются гармонические колебания тока в антенне, то решение (7.1) будет гармонической функцией:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx) \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx) \end{aligned}, \tag{7.2}$$

где ω – циклическая частота колебаний векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$, $k = \frac{\omega}{v_{эм}}$ – волновое число.

Из (7.2) следует, что колебания электрического и магнитного векторов происходят в одной фазе с амплитудами $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$. Величины этих амплитуд связаны соотношением:

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \qquad \text{или} \qquad E_0\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_0\sqrt{\mu\mu_0}, \tag{7.3}$$

откуда следует равенство объемных плотностей энергии магнитного и электрического поля в волне:

$$w_{эл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 H_0^2}{2} = w_{магн} \tag{7.4}$$

Плотность потока энергии электромагнитной волны

$$\vec{J}_w = \left[\vec{E} \times \vec{H}\right], \qquad (7.5)$$

называется **вектором Пойнтинга** и направлен по скорости волны $\vec{v}_{эм}$ (см. рис.7.1).

Вектор Пойнтинга можно выразить через объемную плотность электромагнитной энергии $w_{эм} = w_{эл} + w_{магн}$:

$$\vec{J}_w = w_{эм} \cdot \vec{v}_{эм} \qquad (7.6)$$

Энергия, переносимая электромагнитной волной через произвольную поверхность S за время τ, находится как

$$W = \int_S \int_0^{\tau} \vec{J}_w d\vec{S} dt \qquad (7.7)$$

Электромагнитная волна, падающая под углом α к нормали поверхности и **частично отражаемая** ею, оказывает на нее давление:

$$p = \frac{(1+r) J_w \cos^2 \alpha}{c}, \qquad (7.8)$$

где r – коэффициент отражения.

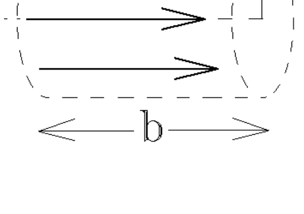
7.1. Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся в диэлектрике, описывается волновой функцией $u = u_0 \cos(ax - bt)$, где $a = 0{,}04$ м$^{-1}$, $b = 6 \cdot 10^6$ с$^{-1}$. Найти диэлектрическую проницаемость ε диэлектрика . Скорость света в вакууме равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Ответ: $\varepsilon = (ac/b)^2 = 4$.

7.2. Усреднённая по времени величина вектора Пойнтинга для плоской электромагнитной волны в вакууме $\langle J_W \rangle = 3$ Вт/м^2. Найти амплитудное значение индукции магнитного поля этой волны.

Ответ: $B_{max} = \sqrt{2\langle J_W \rangle \mu_0 / c} = 1{,}59 \cdot 10^{-7}$ Тл.

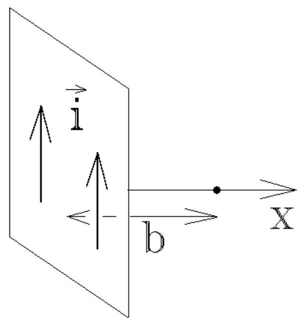
7.3. Линии индукции магнитного поля параллельны некоторой оси, а величина индукции изменяется с расстоянием r от оси и со временем t по закону $B = \beta r^2 \cdot t$, где $\beta = 10$ Тл/(м$^2 \cdot$с). Найти величину электрической силы, действующей на частицу с зарядом q = 1 мкКл, находящуюся на расстоянии r = 1 см от оси симметрии магнитного поля.

Ответ: $F = q\, \beta\, r^3 / 4 = 2{,}5$ мкН.



7.4. Напряжённость однородного аксиально симметричного электрического поля меняется со временем по закону: $E = \alpha \cdot t^2$, где $\alpha = 10^8$ В/(м$\cdot$с^2). Какая энергия пересечёт цилиндрическую поверхность радиуса r = 1 см и длины b = 1 м за промежуток времени $0 \le t \le 1$ с?

Ответ: $W = \pi\, \varepsilon_0\, \alpha^2\, t^4 r^2 b / 2 = 13{,}9$ Дж.



7.5. По бесконечной плоскости течёт поверхностный ток с линейной плотностью $i = i_0 \cos(\omega t)$, где $i_0 = 1$ А/м ; частота тока ν = 50 МГц. Скорость света с = $3 \cdot 10^8$ м/с; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$. Найти: а) величину напряжённости электрического поля на расстоянии $b = 1$ м от от плоскости в момент времени $t = 5 \cdot 10^{-8}$ с; б) максимальное значение вектора Пойнтинга справа от плоскости; в) среднюю мощность, излучаемую участком плоскости с площадью 1 м ^{2}.

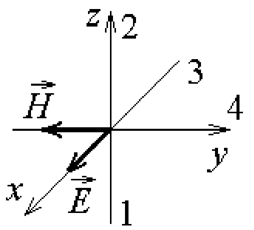
Ответ: а) $E = \mu_0 c i_0/4 = 94{,}2$ В / м ; б) $J_{W\max} = \mu_0 c i_0^2/4 = 94{,}2$ Вт/м^2;

в) $P = 2S\langle J_W \rangle = 94{,}2$ Вт.

Качественные задачи.

7-1к. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси OX, имеет вид $\xi = 0{,}01 e^{i\left(10^3 t - 2x\right)}$. Тогда скорость распространения волны (в м/с) равна ...

а) 1000 м/с; б) 2 м/с; в) 500 м/с; г) 0,002 м/с;



7-2к. На рисунке показана ориентация векторов напряженности электрического $\left(\vec{E}\right)$ и магнитного $\left(\vec{H}\right)$ полей в электромагнитной волне. Вектор плотности потока энергии электромагнитного поля ориентирован в направлении ...

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4;

7-3к. В электромагнитной волне векторы напряженности электрического и магнитного полей колеблются так, что разность фаз их колебаний равна ...

а) 0; б) π; в) $\pi/2$; г) $\pi/4$.

7-4к. На черную пластинку падает свет. Если объемную плотность электромагнитной энергии волны увеличить в 2 раза, а площадь пластины уменьшить в 2 раза, то давление света на пластину...

а) в 2 раза уменьшится; б) в 2 раза увеличится;
в) в 4 раза увеличится; г) в 4 раза уменьшится; д) не изменится.

7-5к. Параллельный пучок света падал на зачерненную плоскую поверхность под углом 45° к нормали и производил на нее давление *p*. Какое давление будет производить тот же пучок света, падая нормально на зеркальную плоскую поверхность?

а) p б) $2p$ в) $4p$ г) $8p$