

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ижевский государственный технический университет»
Кафедра «Прикладная математика и информатика»

*А.А. Айзикович
Т.С. Быкова*

СБОРНИК ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ

по алгебре и геометрии

(векторная алгебра)



Ижевск 2004

УДК 514.12 (075.8)

А37

Рецензент: *А.Л. Теттин*, канд. физ.-мат. наук, проф.

Айзикович А.А., Быкова Т.С. Сборник типовых расчетов по алгебре и геометрии (векторная алгебра). — Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2004. — 32 с.

Сборник содержит типовые задания по основным разделам дисциплин «Алгебра и аналитическая геометрия» и «Дифференциальная геометрия». В их полном объеме типовые расчеты предназначены для студентов первого и второго курсов, обучающихся по специальности 0730 «Прикладная математика». Отдельные части расчетов будут также полезны студентам любых инженерно-технических специальностей.

Типовые расчеты могут быть использованы преподавателями математики как для организации самостоятельной работы студентов, так и для проведения контрольных мероприятий (контрольных и самостоятельных работ, коллоквиумов, зачетов, экзаменов, проверки остаточных знаний и т.п.) по аналитической геометрии, линейной алгебре, общей алгебре и дифференциальной геометрии.

Настоящий выпуск содержит задачи по векторной алгебре и включает следующие темы: линейные комбинации векторов, деление отрезка в заданном отношении, разложение вектора по базису, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, двойное векторное произведение, определители малых порядков.

© А.А.Айзикович, Т.С.Быкова, 2004

© Издательство ИжГТУ, 2004

Оглавление

Типовой расчет «Векторная алгебра»	4
Теоретические вопросы	4
Теоретические упражнения	5
Теоретические задачи	7
Расчетные задания	10
Рекомендуемая литература	28
Использованная литература	29
Приложение	30
Выбор варианта и задач	30
Правила оформления типовых расчетов	30

Типовой расчет «Векторная алгебра»

Теоретические вопросы

1. Векторы. Основные определения. Классификация векторов по точке приложения. Равенство векторов.
2. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций. Условие коллинеарности векторов.
3. Линейная зависимость векторов, примеры линейно зависимых систем.
4. Линейная независимость векторов, примеры линейно независимых систем.
5. Базис. Разложение по базису на плоскости и в пространстве.
6. Линейные операции над векторами в фиксированном базисе. Равенство векторов. Условие коллинеарности векторов.
7. Декартова система координат. Определение координат вектора по координатам начала и конца. Деление отрезка в данном отношении.
8. Проекция вектора на ось или другой вектор и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Характеристики вектора в декартовой прямоугольной системе координат.
10. Скалярное произведение векторов: определение, свойства и приложения.
11. Выражение скалярного произведения через компоненты сомножителей. Выражение компонент вектора через скалярное произведение в ортонормированном базисе.
12. Векторное произведение векторов: определение, правило Жуковского построения векторного произведения.
13. Векторное произведение векторов: свойства, приложения.
14. Смешанное произведение векторов: определение, геометрический смысл, свойства, приложения.
15. Определители второго и третьего порядков: определение, правила вычисления, теорема разложения.
16. Выражение векторного и смешанного произведений через компоненты сомножителей в ортонормированном базисе. Условие компланарности векторов.
17. Определители второго и третьего порядков: свойства. Использование свойств определителей при вычислении определителей.

18. Формулы Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений третьего порядка.
19. Двойное векторное произведение.
20. Взаимный базис.
21. Замена базиса в пространстве и на плоскости.
22. Поворот вектора в плоскости.

Теоретические упражнения

1. Доказать утверждения:
 - а) конечная система векторов, содержащая нулевой вектор, линейно зависима;
 - б) конечная система векторов, содержащая два равных вектора, линейно зависима;
 - в) конечная система векторов, содержащая линейную комбинацию некоторых векторов системы, линейно зависима;
 - г) конечная система векторов, содержащая линейно зависимую подсистему векторов, линейно зависима;
 - д) любая подсистема линейно независимой конечной системы векторов линейно независима.
2. Доказать, что для любых трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и любых трех чисел α, β, γ векторы $\alpha\vec{a} - \beta\vec{b}, \gamma\vec{c} - \alpha\vec{a}, \beta\vec{b} - \gamma\vec{c}$ линейно зависимы.
3. Какому условию должны удовлетворять векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, чтобы векторы $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$ были коллинеарны?
4. Доказать, что для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо неравенство $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$.
5. Какому условию должны удовлетворять векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, чтобы
 - а) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, б) $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$, в) $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$?
6. Показать, что векторы, совпадающие с медианами любого треугольника, в свою очередь, могут быть сторонами другого треугольника.
7. Показать, что если A, B, C, D — середины сторон четырехугольника, то $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$.
8. В параллелограмме $ABCD$ вершина B соединена с серединой Q стороны AD . Найти, в каком отношении отрезок BQ делит диагональ AC .
9. Доказать, что $-|\vec{a}||\vec{b}| \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq |\vec{a}||\vec{b}|$. В каких случаях возможен знак равенства?

10. При каком взаимном расположении ненулевых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ справедливо равенство $(\vec{a}, \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b}, \vec{c})$?

11. Доказать, что параллелограмм, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, есть ромб.

12. Доказать, что $[\vec{a}, \vec{b}]^2 \leq \vec{a}^2 \vec{b}^2$. В каком случае здесь будет знак равенства?

13. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ удовлетворяют условию $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$. Доказать, что $[\vec{a}, \vec{b}] = [\vec{b}, \vec{c}] = [\vec{c}, \vec{a}]$.

14. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ связаны соотношениями $[\vec{a}, \vec{b}] = [\vec{c}, \vec{d}]$, $[\vec{a}, \vec{c}] = [\vec{b}, \vec{d}]$. Доказать коллинеарность векторов $\vec{a} - \vec{d}$ и $\vec{b} - \vec{c}$.

15. Даны произвольные векторы $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$. Доказать, что векторы $\vec{a} = [\vec{p}, \vec{n}]$, $\vec{b} = [\vec{q}, \vec{n}]$, $\vec{c} = [\vec{r}, \vec{n}]$ компланарны.

16. Доказать, что $|(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})| \leq |\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$. В каких случаях возможен знак равенства?

17. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, удовлетворяющие условию $[\vec{a}, \vec{b}] + [\vec{b}, \vec{c}] + [\vec{c}, \vec{a}] = 0$, компланарны.

18. Доказать, что объем параллелепипеда, построенного на диагоналях граней данного параллелепипеда, равен удвоенному объему данного параллелепипеда.

19. Доказать тождество Якоби $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] + [\vec{b}, [\vec{c}, \vec{a}]] + [\vec{c}, [\vec{a}, \vec{b}]] = 0$.

20. Показать, что

$$1) [\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]]^2 = \vec{a}^2 [\vec{b}, \vec{c}]^2 - (a, b, c)^2, \quad 2) |[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{a}]]| = |\vec{a}||[\vec{b}, \vec{a}]|.$$

21. Доказать, что если все элементы определителя третьего порядка 1) равны ± 1 , 2) нечетные, то сам определитель будет четным числом.

22. Как изменится определитель третьего порядка, если каждый его элемент a_{ik} умножить на c^{i-k} , где $c \neq 0$.

23. Элемент a_{ij} определителя стоит на четном (нечетном) месте, если $i + j$ — четно (нечетно). Доказать, что определитель третьего порядка не изменится, если изменить знак всех элементов на нечетных местах; если же изменить знак всех элементов на четных местах, то определитель изменит знак, не изменившись по абсолютной величине.

24. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \beta & \gamma \\ \alpha^2 & \beta^2 & \gamma^2 \end{vmatrix}, \quad б) \begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ c_3 & c_2 & \lambda + c_1 \end{vmatrix}.$$

25. При каком условии справедливо равенство

$$\begin{vmatrix} 1 & \cos \alpha & \cos \beta \\ \cos \alpha & 1 & \cos \gamma \\ \cos \beta & \cos \gamma & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & \cos \alpha & \cos \beta \\ \cos \alpha & 0 & \cos \gamma \\ \cos \beta & \cos \gamma & 0 \end{vmatrix} ?$$

Теоретические задачи

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ отложены от общего начала. Доказать, что вектор $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$, если отложить его от того же начала, будет направлен по биссектрисе угла между $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

2. На плоскости даны треугольник ABC и точка O . Построена такая точка P , для которой $\vec{OP} = (1/3)(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$. Доказать, что сумма векторов $\vec{PA}, \vec{PB}, \vec{PC}$ равна нулю.

3. Доказать, что не может быть двух разных точек P и Q , таких что $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 0$ и $\vec{QA} + \vec{QB} + \vec{QC} = 0$.

4. Доказать, что отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, параллелен основанию.

5. Доказать, что радиус-вектор центра правильного многоугольника есть среднее арифметическое радиусов-векторов его вершин.

6. Из одной точки пространства отложены три вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Доказать, что конец вектора $\vec{c}$ тогда и только тогда лежит на отрезке, соединяющем концы векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, когда выполнено равенство $\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$, где $\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \alpha + \beta = 1$. В каком отношении конец вектора $\vec{c}$ делит этот отрезок?

7. Доказать, что если прямая пересекает стороны треугольника ABC (или их продолжения) в точках C', A', B' , то справедливо соотношение

$$\frac{AC'}{C'B} \cdot \frac{BA'}{A'C} \cdot \frac{CB'}{B'A} = 1$$

(теорема Минелая*).

8. Доказать, что медианы произвольного треугольника пересекаются в одной точке, а также что эта точка делит каждую из медиан в отношении 2:1, считая от вершины.

*Минелай Александрийский, I в.н.э.

9. Пусть стороны треугольника разделены в отношении $\alpha : \beta$, $\gamma : \alpha$, $\beta : \gamma$ в порядке обхода треугольника. Доказать, что отрезки, соединяющие вершины треугольника с точками деления противоположных сторон, пересекаются в одной точке (теорема Чебы*).).

Указание. Если к вершине A примыкают отрезки сторон треугольника, длины которых относятся как $\beta : \gamma$, то отрезок AA' , соединяющий A с точкой деления A' противоположной стороны, делится точкой пересечения в отношении $(\beta + \gamma) : \alpha$.

10. Доказать, что биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке.

11. Зная радиусы-векторы $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$ вершин треугольника ABC и длины a, b, c сторон, противолежащих этим вершинам, найти радиус-вектор $\vec{r}$ центра окружности, вписанной в этот треугольник.

12. Доказать, что отрезки прямых, соединяющих середины противоположных ребер тетраэдра, пересекаются в одной точке и делятся этой точкой пополам; доказать также, что в той же точке пересекаются отрезки прямых, соединяющих вершины тетраэдра с точками пересечения медиан противоположных граней, и делятся этой точкой в отношении 3:1 (считая от вершин).

13. Вычислить тупой угол, образованный медианами, проведенными из вершин острых углов равнобедренного прямоугольного треугольника.

14. Доказать тождество
$$\begin{vmatrix} (\vec{a}, \vec{a}) & (\vec{a}, \vec{b}) \\ (\vec{a}, \vec{b}) & (\vec{b}, \vec{b}) \end{vmatrix} = [\vec{a}, \vec{b}]^2.$$

15. Три ненулевых вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ связаны соотношениями $\vec{a} = [\vec{b}, \vec{c}]$, $\vec{b} = [\vec{c}, \vec{a}]$, $\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]$. Найти длины этих векторов и углы между ними.

16. Пусть векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ имеют в некотором базисе $\langle \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \rangle$ координаты $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$, $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$. Показать, что необходимым и достаточным условием

а) коллинеарности векторов является пропорциональность координат этих векторов;

б) компланарности векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ является равенство нулю опре-

*Ceva G. (1648–1734). Фактически приведена часть достаточных условий этой теоремы (1678).

делителя

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix}.$$

17. Используя скалярное произведение, выразить вектор высоты $\vec{SO}$ пирамиды $SABC$ через векторы ее ребер $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}$.

18. Пусть векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис пространства. Доказать, что координаты x, y, z любого вектора $\vec{d}$ в этом базисе могут быть найдены по формулам

$$x = \frac{(\vec{d}, \vec{b}, \vec{c})}{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})}, \quad y = \frac{(\vec{a}, \vec{d}, \vec{c})}{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})}, \quad z = \frac{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{d})}{(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})}.$$

19. Считая, что каждый из векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ отличен от нуля, установить, при каком их взаимном расположении справедливо равенство $[\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}]] = [[\vec{a}, \vec{b}], \vec{c}]$.

20. Используя двойное векторное произведение, показать, что

$$([\vec{a}, \vec{b}], [\vec{c}, \vec{d}]) = \begin{vmatrix} (\vec{a}, \vec{c}) & (\vec{a}, \vec{d}) \\ (\vec{b}, \vec{c}) & (\vec{b}, \vec{d}) \end{vmatrix}.$$

21. Доказать (без использования векторного произведения), что площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ и $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$, равна $\pm \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$.

22. Пусть $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$. На множестве функций

$$\begin{aligned} f(\vec{a}, \vec{b}) = & \alpha a_1^2 + \beta a_1 a_2 + \gamma a_1 b_1 + \delta a_1 b_2 + \varepsilon a_2^2 + \zeta a_2 b_1 + \eta a_2 b_2 + \\ & + \vartheta b_1^2 + \varkappa b_1 b_2 + \lambda b_2^2 + \mu a_1 + \nu a_2 + \xi b_1 + \rho b_2 + \sigma \end{aligned}$$

найти функцию, обладающую следующими свойствами:

1) $f(\vec{a}, \vec{b})$ однородна по каждому аргументу:

$$f(\tau\vec{a}, \vec{b}) = \tau f(\vec{a}, \vec{b}), \quad f(\vec{a}, \tau\vec{b}) = \tau f(\vec{a}, \vec{b});$$

2) $f(\vec{a}, \vec{b})$ аддитивна по каждому аргументу:

$$f(\vec{a} + \vec{a}', \vec{b}) = f(\vec{a}, \vec{b}) + f(\vec{a}', \vec{b}), \quad f(\vec{a}, \vec{b} + \vec{b}') = f(\vec{a}, \vec{b}) + f(\vec{a}, \vec{b}');$$

3) $f(\vec{a}, \vec{b})$ кососимметрична:

$$f(\vec{a}, \vec{b}) = -f(\vec{b}, \vec{a});$$

4) $f(\vec{a}, \vec{b})$ нормированна: при $\vec{a} = (1, 0), \vec{b} = (0, 1)$

$$f(\vec{a}, \vec{b}) = 1.$$

23. Найти наибольшее значение, которое может принимать определитель третьего порядка, при условии, что все его элементы 1) равны ± 1 , 2) равны 1 или 0.

24. Показать равенства:

$$\text{а) } \left| \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \right| \left| \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} \right| = a_{11} \Delta, \quad \text{б) } \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix} = \Delta^2,$$

если A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} определителя

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

25. Показать, что определитель

$$\begin{vmatrix} a^2 & b \sin \alpha & c \sin \alpha \\ b \sin \alpha & 1 & \cos \alpha \\ c \sin \alpha & \cos \alpha & 1 \end{vmatrix}$$

и два других определителя, полученных из данного круговой перестановкой элементов a, b, c и α, β, γ , равны нулю, если a, b, c — длины сторон треугольника и α, β, γ — его углы, противолежащие соответственно сторонам a, b, c .

Расчетные задания

Задача 1. По заданным координатам точек A, B, C и D :

- 1) определить коллинеарны ли векторы $\alpha \vec{AB} + \beta \vec{BC}$ и $\gamma \vec{CD} + \delta \vec{DA}$;
- 2) найти число μ , при котором векторы $\mu \vec{AB} + \vec{BC}$ и $\vec{AD}$ коллинеарны.

1. $A(-3; -3; 0)$, $B(1; 0; -2)$, $C(2; -3; -1)$, $D(-6; -9; 3)$;
 $\alpha = -10$, $\beta = 3$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
2. $A(-6; -6; -6)$, $B(-12; 4; 8)$, $C(-12; -8; 4)$, $D(-9; -4; 0)$;
 $\alpha = 0$, $\beta = -1$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
3. $A(2; -1; -3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(0; 0; 2)$, $D(-4; 6; 12)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -5$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
4. $A(1; 1; 2)$, $B(-6; 2; -4)$, $C(4; 4; -6)$, $D(-18; 2; -9)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -4$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
5. $A(2; 2; -1)$, $B(1; -1; -1)$, $C(1; 1; -1)$, $D(-3; -17; -1)$;
 $\alpha = 14$, $\beta = -9$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
6. $A(0; 2; 0)$, $B(8; -4; -4)$, $C(8; -8; -8)$, $D(12; -6; -5)$;
 $\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
7. $A(-1; 1; 1)$, $B(-6; 4; 2)$, $C(4; -2; -6)$, $D(4; -2; -3)$;
 $\alpha = -6$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
8. $A(-2; 0; 2)$, $B(4; -4; -6)$, $C(0; 2; -4)$, $D(12; -11; -15)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -4$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
9. $A(-3; 1; 0)$, $B(-1; -1; -3)$, $C(1; 2; -3)$, $D(1; -8; -9)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -5$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
10. $A(-6; 0; -4)$, $B(-12; -4; -8)$, $C(-12; 0; 8)$, $D(-9; -1; -2)$;
 $\alpha = 0$, $\beta = -1$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
11. $A(-1; -2; -1)$, $B(2; 1; -1)$, $C(-3; 1; -2)$, $D(-9; -5; -2)$;
 $\alpha = -10$, $\beta = 3$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
12. $A(-2; 0; 2)$, $B(4; -4; 0)$, $C(0; -8; -8)$, $D(8; -5; 1)$;
 $\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
13. $A(-1; 1; 0)$, $B(-2; 2; -3)$, $C(-2; 2; -1)$, $D(2; -2; 13)$;
 $\alpha = -18$, $\beta = 7$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
14. $A(-4; 0; 2)$, $B(-4; -12; -4)$, $C(-12; -8; 0)$, $D(-6; -5; 0)$;
 $\alpha = 0$, $\beta = -1$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
15. $A(1; 2; -3)$, $B(-2; 1; -2)$, $C(-1; -2; -3)$, $D(-9; 2; 1)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -5$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
16. $A(2; 1; -3)$, $B(4; 2; 0)$, $C(-2; 2; 2)$, $D(9; 3; 2)$;
 $\alpha = 6$, $\beta = -4$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
17. $A(-2; -1; 2)$, $B(-2; -2; -2)$, $C(0; 4; 2)$, $D(-1; 2; 4)$;
 $\alpha = -6$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.
18. $A(-6; 0; 0)$, $B(0; -8; -8)$, $C(-4; 8; 0)$, $D(4; -16; -14)$;
 $\alpha = 4$, $\beta = -3$, $\gamma = 2$, $\delta = -2$.
19. $A(0; -1; -1)$, $B(-4; -6; 4)$, $C(-2; 4; -4)$, $D(1; 4; -5)$;
 $\alpha = -6$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, $\delta = -1$.

- | | | | |
|--|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| 20. $A(1; -3; -1),$
$\alpha = 6,$ | $B(-2; 0; -4),$
$\beta = -4,$ | $C(4; -4; -2),$
$\gamma = 2,$ | $D(-8; 5; -8);$
$\delta = -2.$ |
| 21. $A(-1; -3; 2),$
$\alpha = 6,$ | $B(-3; -2; -3),$
$\beta = -5,$ | $C(-3; 0; -2),$
$\gamma = 1,$ | $D(-7; -2; -14);$
$\delta = -1.$ |
| 22. $A(4; -4; 2),$
$\alpha = 0,$ | $B(8; -4; 0),$
$\beta = -1,$ | $C(-8; 4; -4),$
$\gamma = 2,$ | $D(2; -2; 0);$
$\delta = -2.$ |
| 23. $A(-1; -1; 2),$
$\alpha = -18,$ | $B(-1; 0; 1),$
$\beta = 7,$ | $C(-1; -2; -2),$
$\gamma = 1,$ | $D(-1; -8; -1);$
$\delta = -1.$ |
| 24. $A(4; 2; 0),$
$\alpha = 4,$ | $B(-4; -8; 8),$
$\beta = -3,$ | $C(0; -8; 0),$
$\gamma = 2,$ | $D(-9; -13; 14);$
$\delta = -2.$ |
| 25. $A(2; -2; 0),$
$\alpha = 14,$ | $B(-3; -1; 1),$
$\beta = -9,$ | $C(2; -2; 2),$
$\gamma = 1,$ | $D(-33; 5; 3);$
$\delta = -1.$ |
| 26. $A(-6; -2; -4),$
$\alpha = 0,$ | $B(-4; 0; -8),$
$\beta = -1,$ | $C(0; 0; -4),$
$\gamma = 2,$ | $D(-4; -1; -5);$
$\delta = -2.$ |
| 27. $A(0; 1; 1),$
$\alpha = 6,$ | $B(-3; 2; -1),$
$\beta = -5,$ | $C(1; 0; 0),$
$\gamma = 1,$ | $D(-13; 6; -6);$
$\delta = -1.$ |
| 28. $A(0; 1; 2),$
$\alpha = 6,$ | $B(-6; 2; 4),$
$\beta = -4,$ | $C(-4; 0; 4),$
$\gamma = 2,$ | $D(-13; 4; 6);$
$\delta = -2.$ |
| 29. $A(1; -3; -3),$
$\alpha = -6,$ | $B(2; -2; -6),$
$\beta = 1,$ | $C(-6; 0; 2),$
$\gamma = 1,$ | $D(-3; -2; 1);$
$\delta = -1.$ |
| 30. $A(-2; -6; -2),$
$\alpha = 4,$ | $B(-4; -12; -4),$
$\beta = -3,$ | $C(-8; -8; -12),$
$\gamma = 2,$ | $D(-4; -16; -3);$
$\delta = -2.$ |

Задача 2. Прямая проходит через точки M_1 и M_2 . Найти координаты точек пересечения этой прямой с координатными плоскостями.

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| 1. $M_1(-3; 1; -8),$ | $M_2(-3; 2; -6).$ |
| 2. $M_1(-2; 2; -9),$ | $M_2(-4; 2; -6).$ |
| 3. $M_1(-6; 2; -2),$ | $M_2(-4; 4; -2).$ |
| 4. $M_1(2; -1; -12),$ | $M_2(2; -2; -9).$ |
| 5. $M_1(-2; -1; 6),$ | $M_2(-4; -1; 4).$ |
| 6. $M_1(-3; 6; 2),$ | $M_2(-2; 12; 2).$ |
| 7. $M_1(2; -2; -4),$ | $M_2(2; -4; -3).$ |
| 8. $M_1(-1; 3; -3),$ | $M_2(-2; 3; -2).$ |
| 9. $M_1(-6; -4; -3),$ | $M_2(-4; -8; -3).$ |
| 10. $M_1(-2; -3; 8),$ | $M_2(-2; -6; 6).$ |
| 11. $M_1(-1; 2; -9),$ | $M_2(-2; 2; -6).$ |
| 12. $M_1(6; 6; -3),$ | $M_2(4; 12; -3).$ |

- | | | |
|-----|--------------------|--------------------|
| 13. | $M_1(3; -2; 12),$ | $M_2(3; -4; 9).$ |
| 14. | $M_1(-2; -2; 6),$ | $M_2(-4; -2; 4).$ |
| 15. | $M_1(6; 6; 3),$ | $M_2(4; 12; 3).$ |
| 16. | $M_1(-2; -2; 4),$ | $M_2(-2; -4; 3).$ |
| 17. | $M_1(2; -1; -3),$ | $M_2(4; -1; -2).$ |
| 18. | $M_1(9; 6; 3),$ | $M_2(6; 12; 3).$ |
| 19. | $M_1(1; -2; -12),$ | $M_2(1; -4; -9).$ |
| 20. | $M_1(2; -2; -3),$ | $M_2(4; -2; -2).$ |
| 21. | $M_1(-6; -2; 1),$ | $M_2(-4; -4; 1).$ |
| 22. | $M_1(-3; -2; -4),$ | $M_2(-3; -4; -3).$ |
| 23. | $M_1(-2; 3; 9),$ | $M_2(-4; 3; 6).$ |
| 24. | $M_1(-9; -6; 2),$ | $M_2(-6; -12; 2).$ |
| 25. | $M_1(2; -1; -8),$ | $M_2(2; -2; -6).$ |
| 26. | $M_1(-1; -1; -6),$ | $M_2(-2; -1; -4).$ |
| 27. | $M_1(3; 2; 3),$ | $M_2(2; 4; 3).$ |
| 28. | $M_1(1; -1; 4),$ | $M_2(1; -2; 3).$ |
| 29. | $M_1(3; -3; -6),$ | $M_2(6; -3; -4).$ |
| 30. | $M_1(9; -4; -2),$ | $M_2(6; -8; -2).$ |

Задача 3. В прямоугольнике $ABCD$ две противоположные вершины A и C заданы координатами в декартовой прямоугольной системе, и известно отношение λ длин его смежных сторон. Определить две другие вершины. Найти все решения.

- | | | | |
|-----|--------------|---------------|------------------|
| 1. | $A(-4; 5),$ | $C(-9; -5),$ | $\lambda = 2.$ |
| 2. | $A(-4; 4),$ | $C(-4; 14),$ | $\lambda = 3.$ |
| 3. | $A(-4; 2),$ | $C(9; 2),$ | $\lambda = 3/2.$ |
| 4. | $A(-2; -1),$ | $C(8; -6),$ | $\lambda = 2.$ |
| 5. | $A(-2; 0),$ | $C(-12; 10),$ | $\lambda = 3.$ |
| 6. | $A(3; -4),$ | $C(16; -4),$ | $\lambda = 3/2.$ |
| 7. | $A(-4; 4),$ | $C(-4; -1),$ | $\lambda = 2.$ |
| 8. | $A(3; 1),$ | $C(-7; 1),$ | $\lambda = 3.$ |
| 9. | $A(5; 0),$ | $C(-8; 0),$ | $\lambda = 3/2.$ |
| 10. | $A(-3; -3),$ | $C(2; 7),$ | $\lambda = 2.$ |
| 11. | $A(1; 2),$ | $C(1; -8),$ | $\lambda = 3.$ |
| 12. | $A(3; -4),$ | $C(-10; 9),$ | $\lambda = 3/2.$ |
| 13. | $A(2; -1),$ | $C(12; -11),$ | $\lambda = 2.$ |
| 14. | $A(-5; -3),$ | $C(-15; -3),$ | $\lambda = 3.$ |
| 15. | $A(-1; -1),$ | $C(-14; -1),$ | $\lambda = 3/2.$ |

16.	$A(0; 0),$	$C(5; 10),$	$\lambda = 2.$
17.	$A(1; -3),$	$C(11; -3),$	$\lambda = 3.$
18.	$A(-3; 2),$	$C(-3; 15),$	$\lambda = 3/2.$
19.	$A(-2; -1),$	$C(-2; -6),$	$\lambda = 2.$
20.	$A(2; 4),$	$C(-8; -14),$	$\lambda = 3.$
21.	$A(-3; -2),$	$C(10; -2),$	$\lambda = 3/2.$
22.	$A(5; -3),$	$C(-5; -8),$	$\lambda = 2.$
23.	$A(4; -2),$	$C(14; -12),$	$\lambda = 3.$
24.	$A(-1; 4),$	$C(-14; 4),$	$\lambda = 3/2.$
25.	$A(-1; -5),$	$C(-11; 0),$	$\lambda = 2.$
26.	$A(-2; -1),$	$C(-2; -11),$	$\lambda = 3.$
27.	$A(-4; -2),$	$C(-17; 11),$	$\lambda = 3/2.$
28.	$A(-2; 3),$	$C(3; 3),$	$\lambda = 2.$
29.	$A(4; -5),$	$C(-6; 5),$	$\lambda = 3.$
30.	$A(2; -5),$	$C(2; 8),$	$\lambda = 3/2.$

Задача 4. Проверить, коллинеарны ли векторы $\vec{c}$ и $\vec{d}$, построенные по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, следующими способами:

- 1) вычислив координаты векторов $\vec{c}$ и $\vec{d}$ в исходном базисе;
- 2) рассмотрев разложение векторов $\vec{c}$ и $\vec{d}$ по векторам $\vec{a}, \vec{b}$;
- 3) используя свойства векторного произведения.

1. $\vec{a} = (1; -2; 3), \quad \vec{b} = (3; 0; -1), \quad \vec{c} = 2\vec{a} + 4\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{b} - \vec{a}.$
2. $\vec{a} = (1; 0; 1), \quad \vec{b} = (-2; 3; 5), \quad \vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} - \vec{b}.$
3. $\vec{a} = (-2; 4; 1), \quad \vec{b} = (1; -2; 7), \quad \vec{c} = 5\vec{a} + 3\vec{b}, \quad \vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b}.$
4. $\vec{a} = (1; 2; -3), \quad \vec{b} = (2; -1; -1), \quad \vec{c} = 4\vec{a} + 3\vec{b}, \quad \vec{d} = 8\vec{a} - \vec{b}.$
5. $\vec{a} = (3; 4; 5), \quad \vec{b} = (5; 9; 7), \quad \vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b}.$
6. $\vec{a} = (1; 4; -2), \quad \vec{b} = (1; 1; -1), \quad \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{d} = 4\vec{a} + 2\vec{b}.$
7. $\vec{a} = (1; -2; 5), \quad \vec{b} = (3; -1; 0), \quad \vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}, \quad \vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}.$
8. $\vec{a} = (3; 4; -1), \quad \vec{b} = (2; -1; 1), \quad \vec{c} = 6\vec{a} - 3\vec{b}, \quad \vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}.$
9. $\vec{a} = (-2; -3; -2), \quad \vec{b} = (1; 0; 5), \quad \vec{c} = 3\vec{a} + 9\vec{b}, \quad \vec{d} = -\vec{a} - \vec{b}.$
10. $\vec{a} = (-1; 4; 2), \quad \vec{b} = (3; -2; 6), \quad \vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{b} - 6\vec{a}.$
11. $\vec{a} = (5; 0; -1), \quad \vec{b} = (7; 2; 3), \quad \vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{b} - 6\vec{a}.$
12. $\vec{a} = (0; 3; -2), \quad \vec{b} = (1; -2; 1), \quad \vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} + 5\vec{b}.$
13. $\vec{a} = (-2; 7; -1), \quad \vec{b} = (-3; 5; 2), \quad \vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}, \quad \vec{d} = 3\vec{a} + 2\vec{b}.$
14. $\vec{a} = (3; 7; 0), \quad \vec{b} = (1; -3; 4), \quad \vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b}, \quad \vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}.$
15. $\vec{a} = (-1; 2; -1), \quad \vec{b} = (2; -7; 1), \quad \vec{c} = 6\vec{a} - 2\vec{b}, \quad \vec{d} = \vec{b} - 3\vec{a}.$

- | | | | | |
|-----|--------------------------|--------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| 16. | $\vec{a} = (7; 9; -2),$ | $\vec{b} = (5; 4; 3),$ | $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b},$ | $\vec{d} = 4\vec{b} - \vec{a}.$ |
| 17. | $\vec{a} = (5; 0; -2),$ | $\vec{b} = (6; 4; 3),$ | $\vec{c} = 5\vec{a} - 3\vec{b},$ | $\vec{d} = 6\vec{b} - 10\vec{a}.$ |
| 18. | $\vec{a} = (8; 3; -1),$ | $\vec{b} = (4; 1; 3),$ | $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b},$ | $\vec{d} = 2\vec{b} - 4\vec{a}.$ |
| 19. | $\vec{a} = (3; -1; 6),$ | $\vec{b} = (5; 7; 10),$ | $\vec{c} = 4\vec{a} - 2\vec{b},$ | $\vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}.$ |
| 20. | $\vec{a} = (1; -2; 4),$ | $\vec{b} = (7; 3; 5),$ | $\vec{c} = 6\vec{a} - 3\vec{b},$ | $\vec{d} = \vec{b} - 2\vec{a}.$ |
| 21. | $\vec{a} = (3; 7; 0),$ | $\vec{b} = (4; 6; -1),$ | $\vec{c} = 3\vec{a} + 2\vec{b},$ | $\vec{d} = 5\vec{a} - 7\vec{b}.$ |
| 22. | $\vec{a} = (2; -1; 4),$ | $\vec{b} = (3; -7; -6),$ | $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b},$ | $\vec{d} = 3\vec{a} - 2\vec{b}.$ |
| 23. | $\vec{a} = (5; -1; -2),$ | $\vec{b} = (6; 0; 7),$ | $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b},$ | $\vec{d} = 4\vec{b} - 6\vec{a}.$ |
| 24. | $\vec{a} = (-9; 5; 3),$ | $\vec{b} = (7; 1; -2),$ | $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b},$ | $\vec{d} = 3\vec{a} + 5\vec{b}.$ |
| 25. | $\vec{a} = (4; 2; 9),$ | $\vec{b} = (0; -1; 3),$ | $\vec{c} = 4\vec{b} - 3\vec{a},$ | $\vec{d} = 4\vec{a} - 3\vec{b}.$ |
| 26. | $\vec{a} = (2; -1; 6),$ | $\vec{b} = (-1; 3; 8),$ | $\vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b},$ | $\vec{d} = 2\vec{a} - 5\vec{b}.$ |
| 27. | $\vec{a} = (5; 0; 8),$ | $\vec{b} = (-3; 1; 7),$ | $\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b},$ | $\vec{d} = 12\vec{b} - 9\vec{a}.$ |
| 28. | $\vec{a} = (-1; 3; 4),$ | $\vec{b} = (2; -1; 0),$ | $\vec{c} = 6\vec{a} - 2\vec{b},$ | $\vec{d} = \vec{b} - 3\vec{a}.$ |
| 29. | $\vec{a} = (4; 2; -7),$ | $\vec{b} = (5; 0; -3),$ | $\vec{c} = \vec{a} - 3\vec{b},$ | $\vec{d} = 6\vec{b} - 2\vec{a}.$ |
| 30. | $\vec{a} = (2; 0; -5),$ | $\vec{b} = (1; -3; 4),$ | $\vec{c} = 2\vec{a} - 5\vec{b},$ | $\vec{d} = 5\vec{a} - 2\vec{b}.$ |

Задача 5. Используя свойства скалярного произведения, найти угол между векторами $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ и $\gamma\vec{a} + \delta\vec{b}$, если известны модули $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и угол φ между ними.

- | | | | | |
|----|--------------------------|-------------------------|---------------------|----------------|
| 1. | $ \vec{a} = 2,$ | $ \vec{b} = \sqrt{3},$ | $\varphi = \pi/6,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 0,$ | $\gamma = -1,$ | $\delta = 2.$ |
| 2. | $ \vec{a} = \sqrt{2},$ | $ \vec{b} = 2,$ | $\varphi = \pi/4,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 0,$ | $\gamma = 2,$ | $\delta = -1.$ |
| 3. | $ \vec{a} = 3,$ | $ \vec{b} = 3,$ | $\varphi = \pi/3,$ | |
| | $\alpha = -1,$ | $\beta = 1,$ | $\gamma = 0,$ | $\delta = -1.$ |
| 4. | $ \vec{a} = 1,$ | $ \vec{b} = 1,$ | $\varphi = 2\pi/3,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 1,$ | $\gamma = 1,$ | $\delta = 0.$ |
| 5. | $ \vec{a} = 3\sqrt{2},$ | $ \vec{b} = 6,$ | $\varphi = 3\pi/4,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 0,$ | $\gamma = -2,$ | $\delta = -1.$ |
| 6. | $ \vec{a} = 2,$ | $ \vec{b} = \sqrt{3},$ | $\varphi = 5\pi/6,$ | |
| | $\alpha = 0,$ | $\beta = 1,$ | $\gamma = 1,$ | $\delta = 2.$ |
| 7. | $ \vec{a} = 1,$ | $ \vec{b} = \sqrt{3},$ | $\varphi = \pi/6,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 0,$ | $\gamma = -1,$ | $\delta = 1.$ |
| 8. | $ \vec{a} = 3\sqrt{2},$ | $ \vec{b} = 6,$ | $\varphi = \pi/4,$ | |
| | $\alpha = 1,$ | $\beta = 0,$ | $\gamma = 2,$ | $\delta = -1.$ |

9. $|\vec{a}| = 6,$ $|\vec{b}| = 3,$ $\varphi = \pi/3,$
 $\alpha = -1,$ $\beta = 2,$ $\gamma = 0,$ $\delta = -1.$
10. $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = 2,$ $\varphi = 2\pi/3,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 0.$
11. $|\vec{a}| = 3\sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 6,$ $\varphi = 3\pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -2,$ $\delta = -1.$
12. $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = \sqrt{3},$ $\varphi = 5\pi/6,$
 $\alpha = 0,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 2.$
13. $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = 2\sqrt{3},$ $\varphi = \pi/6,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -1,$ $\delta = 1.$
14. $|\vec{a}| = \sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 1,$ $\varphi = \pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = 1,$ $\delta = -1.$
15. $|\vec{a}| = 6,$ $|\vec{b}| = 3,$ $\varphi = \pi/3,$
 $\alpha = -1,$ $\beta = 2,$ $\gamma = 0,$ $\delta = -1.$
16. $|\vec{a}| = 3,$ $|\vec{b}| = 3,$ $\varphi = 2\pi/3,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 0.$
17. $|\vec{a}| = 3\sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 6,$ $\varphi = 3\pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -2,$ $\delta = -1.$
18. $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = \sqrt{3},$ $\varphi = 5\pi/6,$
 $\alpha = 0,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 2.$
19. $|\vec{a}| = 6,$ $|\vec{b}| = 3\sqrt{3},$ $\varphi = \pi/6,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -1,$ $\delta = 2.$
20. $|\vec{a}| = 2\sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 2,$ $\varphi = \pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = 1,$ $\delta = -1.$
21. $|\vec{a}| = 1,$ $|\vec{b}| = 1,$ $\varphi = \pi/3,$
 $\alpha = -1,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 0,$ $\delta = -1.$
22. $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = 4,$ $\varphi = 2\pi/3,$
 $\alpha = 2,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 0.$
23. $|\vec{a}| = 3\sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 3,$ $\varphi = 3\pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -1,$ $\delta = -1.$
24. $|\vec{a}| = 1,$ $|\vec{b}| = \sqrt{3},$ $\varphi = 5\pi/6,$
 $\alpha = 0,$ $\beta = 1,$ $\gamma = 1,$ $\delta = 1.$
25. $|\vec{a}| = 3,$ $|\vec{b}| = 3\sqrt{3},$ $\varphi = \pi/6,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = -1,$ $\delta = 1.$
26. $|\vec{a}| = 3\sqrt{2},$ $|\vec{b}| = 6,$ $\varphi = \pi/4,$
 $\alpha = 1,$ $\beta = 0,$ $\gamma = 2,$ $\delta = -1.$

- | | | | | |
|-----|---|--|---------------------------------------|----------------|
| 27. | $ \vec{a} = 3,$
$\alpha = -1,$ | $ \vec{b} = 3,$
$\beta = 1,$ | $\varphi = \pi/3,$
$\gamma = 0,$ | $\delta = -1.$ |
| 28. | $ \vec{a} = 1,$
$\alpha = 1,$ | $ \vec{b} = 1,$
$\beta = 1,$ | $\varphi = 2\pi/3,$
$\gamma = 1,$ | $\delta = 0.$ |
| 29. | $ \vec{a} = 2\sqrt{2},$
$\alpha = 1,$ | $ \vec{b} = 4,$
$\beta = 0,$ | $\varphi = 3\pi/4,$
$\gamma = -2,$ | $\delta = -1.$ |
| 30. | $ \vec{a} = 2,$
$\alpha = 0,$ | $ \vec{b} = 2\sqrt{3},$
$\beta = 1,$ | $\varphi = 5\pi/6,$
$\gamma = 1,$ | $\delta = 1.$ |

Задача 6. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ заданы координатами в некотором ортонормированном базисе. Найти модули $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и угол между ними, проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$ и проекцию вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$.

- | | | |
|-----|-----------------------------|----------------------------|
| 1. | $\vec{a} = (-1; 8; 7),$ | $\vec{b} = (-8; 7; -1).$ |
| 2. | $\vec{a} = (-7; 2; -5),$ | $\vec{b} = (5; -7; -2).$ |
| 3. | $\vec{a} = (-4; -10; -14),$ | $\vec{b} = (6; 2; 8).$ |
| 4. | $\vec{a} = (-1; -10; -11),$ | $\vec{b} = (3; -7; -4).$ |
| 5. | $\vec{a} = (-5; 4; -1),$ | $\vec{b} = (-8; -2; -10).$ |
| 6. | $\vec{a} = (-3; 6; 3),$ | $\vec{b} = (-4; -4; -8).$ |
| 7. | $\vec{a} = (5; -4; 1),$ | $\vec{b} = (-2; 3; 1).$ |
| 8. | $\vec{a} = (-4; -10; -14),$ | $\vec{b} = (2; -8; -6).$ |
| 9. | $\vec{a} = (-2; 4; 2),$ | $\vec{b} = (-6; 3; -3).$ |
| 10. | $\vec{a} = (5; -4; 1),$ | $\vec{b} = (-1; 5; 4).$ |
| 11. | $\vec{a} = (-1; 8; 7),$ | $\vec{b} = (-2; -3; -5).$ |
| 12. | $\vec{a} = (-2; -8; -10),$ | $\vec{b} = (2; -6; -4).$ |
| 13. | $\vec{a} = (-13; 8; -5),$ | $\vec{b} = (-8; -5; -13).$ |
| 14. | $\vec{a} = (-7; -4; -11),$ | $\vec{b} = (11; -7; 4).$ |
| 15. | $\vec{a} = (-8; -2; -10),$ | $\vec{b} = (6; -2; 4).$ |
| 16. | $\vec{a} = (1; -8; -7),$ | $\vec{b} = (3; -5; -2).$ |
| 17. | $\vec{a} = (11; -10; 1),$ | $\vec{b} = (10; 1; 11).$ |
| 18. | $\vec{a} = (-1; -10; -11),$ | $\vec{b} = (11; -1; 10).$ |
| 19. | $\vec{a} = (-9; 6; -3),$ | $\vec{b} = (4; -5; -1).$ |
| 20. | $\vec{a} = (5; -10; -5),$ | $\vec{b} = (5; -5; 0).$ |
| 21. | $\vec{a} = (-11; 4; -7),$ | $\vec{b} = (-4; -7; -11).$ |
| 22. | $\vec{a} = (2; -10; -8),$ | $\vec{b} = (8; 2; 10).$ |

- | | | |
|-----|-----------------------------|----------------------------|
| 23. | $\vec{a} = (3; 0; 3),$ | $\vec{b} = (-2; 1; -1).$ |
| 24. | $\vec{a} = (-5; 4; -1),$ | $\vec{b} = (-3; 1; -2).$ |
| 25. | $\vec{a} = (-4; -10; -14),$ | $\vec{b} = (10; -14; -4).$ |
| 26. | $\vec{a} = (6; -4; 2),$ | $\vec{b} = (-3; 9; 6).$ |
| 27. | $\vec{a} = (-9; 6; -3),$ | $\vec{b} = (4; -5; -1).$ |
| 28. | $\vec{a} = (-10; 2; -8),$ | $\vec{b} = (-4; -2; -6).$ |
| 29. | $\vec{a} = (4; -2; 2),$ | $\vec{b} = (3; 3; 6).$ |
| 30. | $\vec{a} = (-7; 8; 1),$ | $\vec{b} = (-1; -7; -8).$ |

Задача 7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

- | | | | | | |
|-----|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 1. | $\vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q},$ | $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q},$ | $ \vec{p} = 1,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6.$ |
| 2. | $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 4,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4.$ |
| 3. | $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 1/5,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2.$ |
| 4. | $\vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q},$ | $ \vec{p} = 4,$ | $ \vec{q} = 1/2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 5\pi/6.$ |
| 5. | $\vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q},$ | $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q},$ | $ \vec{p} = 2,$ | $ \vec{q} = 3,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 3\pi/4.$ |
| 6. | $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 2,$ | $ \vec{q} = 3,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 7. | $\vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q},$ | $ \vec{p} = 3,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2.$ |
| 8. | $\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - \vec{q},$ | $ \vec{p} = 7,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4.$ |
| 9. | $\vec{a} = \vec{p} - 4\vec{q},$ | $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q},$ | $ \vec{p} = 1,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6.$ |
| 10. | $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q},$ | $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q},$ | $ \vec{p} = 7,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 11. | $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - \vec{q},$ | $ \vec{p} = 10,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2.$ |
| 12. | $\vec{a} = 4\vec{p} - \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 5,$ | $ \vec{q} = 4,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4.$ |
| 13. | $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 6,$ | $ \vec{q} = 7,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 14. | $\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 3,$ | $ \vec{q} = 4,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 15. | $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 2,$ | $ \vec{q} = 3,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4.$ |
| 16. | $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q},$ | $\vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q},$ | $ \vec{p} = 4,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6.$ |
| 17. | $\vec{a} = 5\vec{p} + \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q},$ | $ \vec{p} = 1,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 18. | $\vec{a} = 7\vec{p} - 2\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q},$ | $ \vec{p} = 1/2,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2.$ |
| 19. | $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q},$ | $ \vec{p} = 3,$ | $ \vec{q} = 4,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4.$ |
| 20. | $\vec{a} = 10\vec{p} + \vec{q},$ | $\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 4,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6.$ |
| 21. | $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q},$ | $ \vec{p} = 8,$ | $ \vec{q} = 1/2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3.$ |
| 22. | $\vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{q} - \vec{p},$ | $ \vec{p} = 2, 5,$ | $ \vec{q} = 2,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2.$ |
| 23. | $\vec{a} = 7\vec{p} + \vec{q},$ | $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q},$ | $ \vec{p} = 3,$ | $ \vec{q} = 1,$ | $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 3\pi/4.$ |

24. $\vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}$, $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 5$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 2\pi/3$.
 25. $\vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 7$, $|\vec{q}| = 2$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4$.
 26. $\vec{a} = 5\vec{p} - \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + \vec{q}$, $|\vec{p}| = 5$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 5\pi/6$.
 27. $\vec{a} = 3\vec{p} - 4\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/4$.
 28. $\vec{a} = 6\vec{p} - \vec{q}$, $\vec{b} = 5\vec{q} + \vec{p}$, $|\vec{p}| = 1/2$, $|\vec{q}| = 4$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = 5\pi/6$.
 29. $\vec{a} = 2\vec{p} + 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 1$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/3$.
 30. $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, $\vec{b} = 5\vec{p} + \vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/2$.

Задача 8. Вычислить каждый из данных определителей указанными способами.

Определитель а):

- предварительно получив нули в одной из строк,
- предварительно получив нули в одном из столбцов;

определитель б):

- по теореме разложения,
- используя свойства определителя;

определитель в):

- по правилу «треугольников»,
- путем приведения к треугольному виду.

$$1. \text{ а) } \begin{vmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \\ 13 & 11 & 15 \end{vmatrix} ; \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 2 & 4 \end{vmatrix} ; \text{ в) } \begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 16 & -19 & 12 \\ 0 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$2. \text{ а) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} ; \text{ б) } \begin{vmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 5 & -4 & -5 \\ -2 & 10 & 4 \end{vmatrix} ; \text{ в) } \begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 4 & 17 & 0 \\ 10 & -23 & 13 \end{vmatrix}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{vmatrix} 4 & -3 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \\ -22 & 9 & -20 \end{vmatrix} ; \text{ б) } \begin{vmatrix} 6 & 0 & -5 \\ -4 & 1 & 4 \\ 20 & -2 & -18 \end{vmatrix} ; \text{ в) } \begin{vmatrix} -1 & -4 & 2 \\ -3 & -18 & 11 \\ 5 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$4. \text{ а) } \begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 6 & -3 & 8 \end{vmatrix} ; \text{ б) } \begin{vmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & -4 \\ -12 & 6 & 14 \end{vmatrix} ; \text{ в) } \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -5 & 2 & -9 \\ -6 & 11 & -3 \end{vmatrix}.$$

$$5. \text{ а) } \begin{vmatrix} -4 & 4 & -5 \\ -8 & 5 & -9 \\ -3 & -5 & -1 \end{vmatrix} ; \text{ б) } \begin{vmatrix} -6 & 9 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ -14 & 22 & 12 \end{vmatrix} ; \text{ в) } \begin{vmatrix} 4 & -6 & 3 \\ 12 & -19 & 8 \\ -3 & 4 & -4 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
6. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 5 & -4 & -4 \\ -4 & 5 & 4 \\ 18 & -18 & -16 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 5 & -6 & 4 \\ 17 & -20 & 13 \\ -15 & 20 & -12 \end{array} \right|. \\
7. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \\ -10 & -1 & -8 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \\ 12 & -12 & -10 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & -5 \\ 5 & 0 & 8 \end{array} \right|. \\
8. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -1 & 4 & -2 \\ -1 & 5 & -2 \\ 3 & -5 & 5 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & -4 \\ -4 & 8 & 6 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & -5 \\ 6 & -1 & 9 \end{array} \right|. \\
9. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 0 & -2 & -1 \\ -5 & -1 & -6 \\ -14 & 7 & -12 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6 & -2 & 8 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -4 & 3 \\ 19 & -18 & 15 \\ 3 & -1 & 6 \end{array} \right|. \\
10. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 2 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & -4 \\ -2 & 3 & -6 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -3 \\ -4 & 10 & 6 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -2 & 3 \\ 13 & -4 & 9 \\ -8 & 4 & -5 \end{array} \right|. \\
11. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -4 & 1 & -5 \\ -5 & 2 & -6 \\ 6 & 1 & 8 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -2 & 6 & 3 \\ 3 & -2 & -3 \\ -10 & 16 & 12 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 1 \\ 10 & 11 & 6 \\ 9 & -22 & 12 \end{array} \right|. \\
12. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 5 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \\ 18 & 9 & 16 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 3 & -3 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \\ 12 & -14 & -10 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -1 & 3 \\ 14 & -1 & 10 \\ -4 & -3 & -1 \end{array} \right|. \\
13. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & 9 & 3 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 4 & -10 & -2 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 0 \\ 6 & -9 & 2 \\ 14 & -9 & 17 \end{array} \right|. \\
14. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -3 & 2 & -4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 19 & -1 & 21 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 6 & -1 & 2 \\ 15 & -16 & 18 \end{array} \right|. \\
15. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 2 & 2 & -1 \\ 5 & -4 & -5 \\ -6 & 12 & 8 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -4 & 9 & -5 \\ -14 & 35 & -18 \\ 31 & -44 & 34 \end{array} \right|. \\
16. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -2 & 4 & -3 \\ -1 & 5 & -2 \\ 8 & -5 & 10 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 6 & 2 \\ 5 & -4 & -5 \\ -12 & 20 & 14 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & -3 & -2 \\ -1 & -14 & -5 \\ 25 & -11 & 28 \end{array} \right|.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 5 & -3 & 4 \\ 5 & -2 & 4 \\ -9 & 9 & -7 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 6 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -6 & 14 & 8 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -4 & 0 & -5 \\ -15 & 0 & -19 \\ 31 & -17 & 34 \end{array} \right|. \\
18. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 3 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -3 & 6 & 4 \\ 3 & -2 & -3 \\ -12 & 16 & 14 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -3 & 0 & -4 \\ -8 & -3 & -12 \\ 35 & -24 & 38 \end{array} \right|. \\
19. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -1 & -4 & -2 \\ -5 & -3 & -6 \\ -9 & 11 & -7 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 2 & -2 & -1 \\ 4 & -3 & -4 \\ -4 & 2 & 6 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -2 & 1 & -3 \\ -11 & 8 & -15 \\ 19 & -14 & 22 \end{array} \right|. \\
20. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -2 & -5 & -3 \\ 1 & -4 & 0 \\ 14 & 13 & 16 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 3 & -5 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 6 & -12 & -4 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -2 & -2 & -3 \\ -10 & -5 & -14 \\ 22 & -8 & 25 \end{array} \right|. \\
21. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 3 & -5 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \\ -8 & 13 & -6 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -8 & 4 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 3 & -3 & 2 \\ 7 & -6 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \end{array} \right|. \\
22. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -2 & -5 & -3 \\ -2 & -4 & -3 \\ 5 & 13 & 7 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & -3 \\ -6 & 12 & 8 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 4 & -1 \\ -1 & 18 & -5 \\ 20 & -30 & 23 \end{array} \right|. \\
23. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 2 & -5 & 1 \\ 3 & -4 & 2 \\ 0 & 13 & 2 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 8 & -10 & -6 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -4 & 3 & -5 \\ -13 & 10 & -17 \\ 41 & -36 & 44 \end{array} \right|. \\
24. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 4 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ -22 & 3 & -20 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 3 \\ 6 & -4 & -4 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 4 & -5 & 3 \\ 19 & -22 & 15 \\ 18 & -13 & 21 \end{array} \right|. \\
25. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -4 & 4 & -5 \\ -7 & 5 & -8 \\ 0 & -5 & 2 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 1 & -2 \\ -8 & 9 & -12 \\ 20 & -18 & 23 \end{array} \right|. \\
26. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} 0 & 3 & -1 \\ -4 & 4 & -5 \\ -11 & -3 & -9 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 6 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 10 & 8 & 2 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 0 & -4 & -1 \\ -5 & -10 & -9 \\ 16 & -2 & 19 \end{array} \right|. \\
27. \text{ a)} & \left| \begin{array}{ccc} -3 & 1 & -4 \\ -7 & 2 & -8 \\ -5 & 1 & -3 \end{array} \right| ; \text{ б)} \left| \begin{array}{ccc} 3 & -7 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 8 & -18 & -6 \end{array} \right| ; \text{ в)} \left| \begin{array}{ccc} 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \\ 20 & -18 & 23 \end{array} \right|.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
28. \text{ а) } & \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & -6 \\ -14 & 1 & -12 \end{array} \right| ; \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc} -3 & 6 & 4 \\ 3 & -2 & -3 \\ -12 & 16 & 14 \end{array} \right| ; \text{ в) } \left| \begin{array}{ccc} 0 & 4 & -1 \\ 2 & 15 & -2 \\ 32 & -42 & 35 \end{array} \right|. \\
29. \text{ а) } & \left| \begin{array}{ccc} 0 & 4 & -1 \\ -5 & 5 & -6 \\ -14 & -5 & -12 \end{array} \right| ; \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 10 & -6 & -8 \end{array} \right| ; \text{ в) } \left| \begin{array}{ccc} 4 & -2 & 3 \\ 17 & -8 & 13 \\ 19 & -23 & 22 \end{array} \right|. \\
30. \text{ а) } & \left| \begin{array}{ccc} -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 6 & -1 & 8 \end{array} \right| ; \text{ б) } \left| \begin{array}{ccc} 4 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 0 \end{array} \right| ; \text{ в) } \left| \begin{array}{ccc} -1 & -3 & -2 \\ -9 & -6 & -13 \\ 23 & -9 & 26 \end{array} \right|.
\end{aligned}$$

Задача 9. В треугольной пирамиде $A_1A_2A_3A_4$, координаты вершин которой заданы в декартовой прямоугольной системе, вычислить:

- а) площадь сечения, проходящего через середину ребра A_1A_2 и вершины A_3, A_4 ;
- б) высоту грани $A_1A_2A_4$, проведенную из вершины A_4 ;
- в) объем пирамиды;
- г) высоту пирамиды, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(1; 4; -3), \quad A_2(10; 16; -3), \quad A_3(-2; 4; -4), \quad A_4(1; 0; -4).$
2. $A_1(-5; 1; 3), \quad A_2(1; 9; 3), \quad A_3(4; 1; 6), \quad A_4(-5; 13; 6).$
3. $A_1(-5; 4; -1), \quad A_2(7; 20; -1), \quad A_3(-8; 4; -2), \quad A_4(-5; 0; -2).$
4. $A_1(0; 5; -1), \quad A_2(-3; 1; -1), \quad A_3(-3; 5; -2), \quad A_4(0; 1; -2).$
5. $A_1(4; 0; 4), \quad A_2(16; 16; 4), \quad A_3(10; 0; 6), \quad A_4(4; 8; 6).$
6. $A_1(4; -4; 3), \quad A_2(10; 4; 3), \quad A_3(13; -4; 6), \quad A_4(4; 8; 6).$
7. $A_1(0; 2; 2), \quad A_2(-3; -2; 2), \quad A_3(3; 2; 3), \quad A_4(0; 6; 3).$
8. $A_1(-3; -5; 4), \quad A_2(9; 11; 4), \quad A_3(-6; -5; 3), \quad A_4(-3; -9; 3).$
9. $A_1(5; 5; 2), \quad A_2(8; 9; 2), \quad A_3(8; 5; 3), \quad A_4(5; 9; 3).$
10. $A_1(1; 0; 3), \quad A_2(7; 8; 3), \quad A_3(4; 0; 4), \quad A_4(1; 4; 4).$
11. $A_1(-3; -4; 4), \quad A_2(-6; -8; 4), \quad A_3(3; -4; 6), \quad A_4(-3; 4; 6).$
12. $A_1(-3; 4; 2), \quad A_2(9; 20; 2), \quad A_3(-9; 4; 0), \quad A_4(-3; -4; 0).$
13. $A_1(4; -1; 4), \quad A_2(-2; -9; 4), \quad A_3(10; -1; 6), \quad A_4(4; 7; 6).$
14. $A_1(4; 1; -1), \quad A_2(7; 5; -1), \quad A_3(-2; 1; -3), \quad A_4(4; -7; -3).$
15. $A_1(1; 2; -1), \quad A_2(13; 18; -1), \quad A_3(10; 2; 2), \quad A_4(1; 14; 2).$
16. $A_1(5; 0; 5), \quad A_2(-1; -8; 5), \quad A_3(-1; 0; 3), \quad A_4(5; -8; 3).$
17. $A_1(2; 0; 5), \quad A_2(5; 4; 5), \quad A_3(-4; 0; 3), \quad A_4(2; -8; 3).$
18. $A_1(4; 0; 1), \quad A_2(-2; -8; 1), \quad A_3(7; 0; 2), \quad A_4(4; 4; 2).$
19. $A_1(2; 5; 5), \quad A_2(-1; 1; 5), \quad A_3(5; 5; 6), \quad A_4(2; 9; 6).$

- | | | | | |
|-----|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 20. | $A_1(4; 3; 1),$ | $A_2(10; 11; 1),$ | $A_3(1; 3; 0),$ | $A_4(4; -1; 0).$ |
| 21. | $A_1(-4; 0; -2),$ | $A_2(8; 16; -2),$ | $A_3(2; 0; 0),$ | $A_4(-4; 8; 0).$ |
| 22. | $A_1(-2; -2; 3),$ | $A_2(4; 6; 3),$ | $A_3(1; -2; 4),$ | $A_4(-2; 2; 4).$ |
| 23. | $A_1(0; 1; 4),$ | $A_2(3; 5; 4),$ | $A_3(-3; 1; 3),$ | $A_4(0; -3; 3).$ |
| 24. | $A_1(-5; 2; 4),$ | $A_2(7; 18; 4),$ | $A_3(1; 2; 6),$ | $A_4(-5; 10; 6).$ |
| 25. | $A_1(4; 3; -5),$ | $A_2(1; -1; -5),$ | $A_3(-2; 3; -7),$ | $A_4(4; -5; -7).$ |
| 26. | $A_1(-1; 4; 3),$ | $A_2(-4; 0; 3),$ | $A_3(8; 4; 6),$ | $A_4(-1; 16; 6).$ |
| 27. | $A_1(2; -5; 3),$ | $A_2(8; 3; 3),$ | $A_3(5; -5; 4),$ | $A_4(2; -1; 4).$ |
| 28. | $A_1(2; -5; 2),$ | $A_2(-1; -9; 2),$ | $A_3(-4; -5; 0),$ | $A_4(2; -13; 0).$ |
| 29. | $A_1(2; 1; -2),$ | $A_2(14; 17; -2),$ | $A_3(8; 1; 0),$ | $A_4(2; 9; 0).$ |
| 30. | $A_1(0; 1; 4),$ | $A_2(3; 5; 4),$ | $A_3(-3; 1; 3),$ | $A_4(0; -3; 3).$ |

Задача 10. Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ заданы координатами в некотором ортонормированном базисе. Исследовать взаимное расположение каждой пары векторов (ортогональность или коллинеарность, острый или тупой угол между ними) и каждой тройки векторов (компланарность или ориентация тройки).

- | | | |
|----|---------------------------|-----------------------------|
| 1. | $\vec{a} = (0; 2; -3),$ | $\vec{b} = (0; -6; 9),$ |
| | $\vec{c} = (-6; 9; 6),$ | $\vec{d} = (33; 29; 15).$ |
| 2. | $\vec{a} = (4; -6; 0),$ | $\vec{b} = (-2; 3; 0),$ |
| | $\vec{c} = (0; 0; 3),$ | $\vec{d} = (-5; -12; 3).$ |
| 3. | $\vec{a} = (4; 4; 0),$ | $\vec{b} = (2; 2; 0),$ |
| | $\vec{c} = (0; 0; -2),$ | $\vec{d} = (8; 0; -2).$ |
| 4. | $\vec{a} = (-3; 6; 0),$ | $\vec{b} = (2; -4; 0),$ |
| | $\vec{c} = (0; 0; 4),$ | $\vec{d} = (-11; 2; 4).$ |
| 5. | $\vec{a} = (-4; 2; 4),$ | $\vec{b} = (-6; 3; 6),$ |
| | $\vec{c} = (6; -4; 8),$ | $\vec{d} = (-14; -30; 10).$ |
| 6. | $\vec{a} = (2; 0; -2),$ | $\vec{b} = (-1; 0; 1),$ |
| | $\vec{c} = (1; -3; 1),$ | $\vec{d} = (6; -1; 2).$ |
| 7. | $\vec{a} = (2; 2; 2),$ | $\vec{b} = (1; 1; 1),$ |
| | $\vec{c} = (-2; 3; -1),$ | $\vec{d} = (4; 6; -4).$ |
| 8. | $\vec{a} = (-1; -1; 1),$ | $\vec{b} = (3; 3; -3),$ |
| | $\vec{c} = (-3; -1; -4),$ | $\vec{d} = (1; -9; -5).$ |
| 9. | $\vec{a} = (2; -2; 0),$ | $\vec{b} = (-1; 1; 0),$ |
| | $\vec{c} = (0; 0; 2),$ | $\vec{d} = (4; 0; 2).$ |

10. $\vec{a} = (2; 1; -3), \quad \vec{b} = (-4; -2; 6),$
 $\vec{c} = (3; 6; 4), \quad \vec{d} = (27; -10; 10).$
11. $\vec{a} = (2; 6; -2), \quad \vec{b} = (1; 3; -1),$
 $\vec{c} = (1; 2; 7), \quad \vec{d} = (-20; 16; 6).$
12. $\vec{a} = (6; 2; 6), \quad \vec{b} = (9; 3; 9),$
 $\vec{c} = (-3; -6; 5), \quad \vec{d} = (-20; 20; 26).$
13. $\vec{a} = (0; 3; 6), \quad \vec{b} = (0; 1; 2),$
 $\vec{c} = (2; 4; -2), \quad \vec{d} = (12; 3; 6).$
14. $\vec{a} = (0; -2; -6), \quad \vec{b} = (0; 1; 3),$
 $\vec{c} = (6; 3; -1), \quad \vec{d} = (16; -17; -1).$
15. $\vec{a} = (1; -1; 3), \quad \vec{b} = (-1; 1; -3),$
 $\vec{c} = (3; 6; 1), \quad \vec{d} = (23; -3; -5).$
16. $\vec{a} = (4; 2; 2), \quad \vec{b} = (-4; -2; -2),$
 $\vec{c} = (2; -1; -3), \quad \vec{d} = (4; 9; -5).$
17. $\vec{a} = (-2; 0; -4), \quad \vec{b} = (1; 0; 2),$
 $\vec{c} = (2; -2; -1), \quad \vec{d} = (-4; -7; -3).$
18. $\vec{a} = (0; -6; 3), \quad \vec{b} = (0; -2; 1),$
 $\vec{c} = (2; 3; 6), \quad \vec{d} = (17; -5; 5).$
19. $\vec{a} = (-6; -4; 4), \quad \vec{b} = (3; 2; -2),$
 $\vec{c} = (2; -2; 1), \quad \vec{d} = (-2; 1; 15).$
20. $\vec{a} = (0; 6; -4), \quad \vec{b} = (0; -6; 4),$
 $\vec{c} = (4; -2; -3), \quad \vec{d} = (17; 12; 5).$
21. $\vec{a} = (-4; 0; -2), \quad \vec{b} = (-2; 0; -1),$
 $\vec{c} = (2; 3; -4), \quad \vec{d} = (1; -7; -12).$
22. $\vec{a} = (6; 2; -4), \quad \vec{b} = (-6; -2; 4),$
 $\vec{c} = (2; 4; 5), \quad \vec{d} = (-5; 25; -9).$
23. $\vec{a} = (0; 4; -4), \quad \vec{b} = (0; -2; 2),$
 $\vec{c} = (-4; 4; 4), \quad \vec{d} = (-20; 0; -8).$
24. $\vec{a} = (4; -6; 4), \quad \vec{b} = (-4; 6; -4),$
 $\vec{c} = (-6; 4; 12), \quad \vec{d} = (-46; -38; 6).$
25. $\vec{a} = (-6; 4; -2), \quad \vec{b} = (9; -6; 3),$
 $\vec{c} = (1; 3; 3), \quad \vec{d} = (4; 15; -10).$
26. $\vec{a} = (6; -3; -6), \quad \vec{b} = (4; -2; -4),$
 $\vec{c} = (-6; -2; -5), \quad \vec{d} = (-1; -27; -1).$

27. $\vec{a} = (2; -1; -2), \quad \vec{b} = (6; -3; -6),$
 $\vec{c} = (4; -4; 6), \quad \vec{d} = (20; 15; 8).$
28. $\vec{a} = (-3; 6; 9), \quad \vec{b} = (-2; 4; 6),$
 $\vec{c} = (-3; -6; 3), \quad \vec{d} = (-30; 6; 0).$
29. $\vec{a} = (1; -1; 0), \quad \vec{b} = (3; -3; 0),$
 $\vec{c} = (0; 0; 1), \quad \vec{d} = (2; 0; 1).$
30. $\vec{a} = (4; -4; 2), \quad \vec{b} = (2; -2; 1),$
 $\vec{c} = (-1; 2; 6), \quad \vec{d} = (17; 11; 6).$

Задача 11. Пусть декартова система координат определена точкой O и ортонормированным базисом $\langle \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \rangle$, а сила $\vec{F}$ приложена к точке A . Вычислить:

а) работу силы $\vec{F}$ при перемещении точки ее приложения из точки A в точку B ;

б) момент силы $\vec{F}$ и его величину относительно точки B .

1. $\vec{F} = (-1; -2; 0), \quad A(4; 9; -1), \quad B(1; 5; 2).$
2. $\vec{F} = (0; 1; -3), \quad A(1; 0; -1), \quad B(5; 0; -4).$
3. $\vec{F} = (4; -3; 3), \quad A(4; 3; -4), \quad B(0; 5; -4).$
4. $\vec{F} = (-3; 0; 4), \quad A(-3; -7; 9), \quad B(0; -3; 5).$
5. $\vec{F} = (0; 0; -5), \quad A(-1; 1; 8), \quad B(-5; 4; 4).$
6. $\vec{F} = (-3; 0; -4), \quad A(-4; -2; 2), \quad B(-1; 0; -2).$
7. $\vec{F} = (-3; 4; 3), \quad A(1; 0; 7), \quad B(0; 4; 4).$
8. $\vec{F} = (5; 4; -3), \quad A(-3; 7; 1), \quad B(1; 5; -4).$
9. $\vec{F} = (3; 0; -4), \quad A(-3; -3; 2), \quad B(-4; -3; 1).$
10. $\vec{F} = (0; -1; 5), \quad A(1; 3; 7), \quad B(1; 1; 4).$
11. $\vec{F} = (1; -4; -3), \quad A(-5; 6; -4), \quad B(-3; 2; -4).$
12. $\vec{F} = (-5; 0; -4), \quad A(9; -4; -3), \quad B(4; -4; -3).$
13. $\vec{F} = (5; 0; -5), \quad A(2; 4; -2), \quad B(4; 4; 1).$
14. $\vec{F} = (-5; 1; 0), \quad A(3; 0; 3), \quad B(4; 5; 3).$
15. $\vec{F} = (4; -5; 0), \quad A(-9; 2; 5), \quad B(-5; 4; 5).$
16. $\vec{F} = (5; 2; 4), \quad A(-4; 9; -2), \quad B(-1; 5; 3).$
17. $\vec{F} = (-1; 2; 0), \quad A(4; -5; 0), \quad B(2; -3; 3).$
18. $\vec{F} = (0; -4; -3), \quad A(3; -1; -1), \quad B(3; -4; 0).$
19. $\vec{F} = (0; -2; 2), \quad A(-2; 5; 1), \quad B(-2; 3; -4).$
20. $\vec{F} = (0; -2; 4), \quad A(4; 3; 6), \quad B(4; -1; 4).$

- | | | | |
|-----|--------------------------|------------------|------------------|
| 21. | $\vec{F} = (4; 3; -3),$ | $A(1; -1; -1),$ | $B(-3; -4; -3).$ |
| 22. | $\vec{F} = (3; 0; -5),$ | $A(-2; -2; -7),$ | $B(2; -2; -5).$ |
| 23. | $\vec{F} = (0; -4; -4),$ | $A(3; 2; -6),$ | $B(3; -2; -3).$ |
| 24. | $\vec{F} = (5; 2; -4),$ | $A(6; -7; -5),$ | $B(3; -3; 0).$ |
| 25. | $\vec{F} = (0; -3; -2),$ | $A(-3; 5; -2),$ | $B(-4; 2; -2).$ |
| 26. | $\vec{F} = (-1; 0; 4),$ | $A(1; 3; 4),$ | $B(1; 0; 0).$ |
| 27. | $\vec{F} = (0; 4; 2),$ | $A(4; -7; 0),$ | $B(1; -3; 3).$ |
| 28. | $\vec{F} = (0; 4; 0),$ | $A(4; -10; 0),$ | $B(1; -5; -4).$ |
| 29. | $\vec{F} = (-4; 0; -1),$ | $A(7; 5; -10),$ | $B(2; 5; -5).$ |
| 30. | $\vec{F} = (-5; 0; 2),$ | $A(-6; 3; -5),$ | $B(-3; 3; -1).$ |

Задача 12. Проверить, что векторы $\vec{p}$, $\vec{q}$ и $\vec{r}$ образуют базис в пространстве и найти разложение вектора $\vec{x}$ по этому базису. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в базисе $\langle \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rangle$, где $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}$, $\vec{b} = \vec{q} + \vec{r}$, $\vec{c} = \vec{r} + \vec{p}$.

- | | | | |
|-----|---|---------------------------|----------------------------|
| 1. | $\vec{p} = (-1; 3; 4),$
$\vec{x} = (-6; -8; 24).$ | $\vec{q} = (-6; 6; 7),$ | $\vec{r} = (-10; -8; 23),$ |
| 2. | $\vec{p} = (-3; -4; 2),$
$\vec{x} = (5; 4; 1).$ | $\vec{q} = (-8; -8; 1),$ | $\vec{r} = (1; -25; -5),$ |
| 3. | $\vec{p} = (-1; 1; 3),$
$\vec{x} = (8; 6; -14).$ | $\vec{q} = (-5; 2; 5),$ | $\vec{r} = (-7; -7; 11),$ |
| 4. | $\vec{p} = (-2; 1; -2),$
$\vec{x} = (4; 7; 4).$ | $\vec{q} = (-2; 2; -6),$ | $\vec{r} = (-6; -5; -10),$ |
| 5. | $\vec{p} = (-4; -4; -2),$
$\vec{x} = (-4; -8; -12).$ | $\vec{q} = (-6; -8; -8),$ | $\vec{r} = (6; -32; -2),$ |
| 6. | $\vec{p} = (-4; 2; 2),$
$\vec{x} = (2; -24; 4).$ | $\vec{q} = (-10; 4; 0),$ | $\vec{r} = (-22; -14; 6),$ |
| 7. | $\vec{p} = (-1; -1; -1),$
$\vec{x} = (2; -5; 0).$ | $\vec{q} = (-1; -2; -3),$ | $\vec{r} = (-1; -5; -3),$ |
| 8. | $\vec{p} = (1; 1; -4),$
$\vec{x} = (-7; 15; 11).$ | $\vec{q} = (6; 2; -7),$ | $\vec{r} = (8; -14; -15),$ |
| 9. | $\vec{p} = (-2; 1; -2),$
$\vec{x} = (-4; -8; 0).$ | $\vec{q} = (-2; 2; -6),$ | $\vec{r} = (-6; -5; -10),$ |
| 10. | $\vec{p} = (-1; 3; -1),$
$\vec{x} = (-12; 9; -16).$ | $\vec{q} = (-1; 6; -3),$ | $\vec{r} = (-5; 7; -7),$ |
| 11. | $\vec{p} = (1; -2; -2),$
$\vec{x} = (2; 14; -4).$ | $\vec{q} = (4; -4; -3),$ | $\vec{r} = (3; -11; -1),$ |

- | | | | |
|-----|--|---------------------------|-----------------------------|
| 12. | $\vec{p} = (-2; -2; 4),$
$\vec{x} = (2; -22; -4).$ | $\vec{q} = (-8; -4; 6),$ | $\vec{r} = (-6; -26; 2),$ |
| 13. | $\vec{p} = (2; 1; 2),$
$\vec{x} = (-4; -3; -8).$ | $\vec{q} = (2; 2; 6),$ | $\vec{r} = (6; -5; 10),$ |
| 14. | $\vec{p} = (2; -3; -2),$
$\vec{x} = (-8; -5; 8).$ | $\vec{q} = (6; -6; -2),$ | $\vec{r} = (2; -17; 2),$ |
| 15. | $\vec{p} = (2; 4; -1),$
$\vec{x} = (-9; 5; 2).$ | $\vec{q} = (5; 8; 0),$ | $\vec{r} = (15; 7; -5),$ |
| 16. | $\vec{p} = (2; -3; 1),$
$\vec{x} = (-13; -7; -9).$ | $\vec{q} = (3; -6; 4),$ | $\vec{r} = (-1; -14; 2),$ |
| 17. | $\vec{p} = (-1; -3; -4),$
$\vec{x} = (3; -3; -5).$ | $\vec{q} = (2; -6; -9),$ | $\vec{r} = (4; -26; -1),$ |
| 18. | $\vec{p} = (2; -1; -2),$
$\vec{x} = (-8; 11; 0).$ | $\vec{q} = (6; -2; -2),$ | $\vec{r} = (6; -11; -2),$ |
| 19. | $\vec{p} = (2; 2; 2),$
$\vec{x} = (6; -4; 10).$ | $\vec{q} = (2; 4; 6),$ | $\vec{r} = (8; -2; 12),$ |
| 20. | $\vec{p} = (-2; -1; 4),$
$\vec{x} = (10; 3; -10).$ | $\vec{q} = (-8; -2; 6),$ | $\vec{r} = (-8; -23; 6),$ |
| 21. | $\vec{p} = (2; -3; 2),$
$\vec{x} = (-12; 4; -16).$ | $\vec{q} = (2; -6; 6),$ | $\vec{r} = (-2; -17; 2),$ |
| 22. | $\vec{p} = (1; -2; -1),$
$\vec{x} = (-9; 30; 3).$ | $\vec{q} = (3; -4; -1),$ | $\vec{r} = (2; -8; 0),$ |
| 23. | $\vec{p} = (2; 4; 1),$
$\vec{x} = (0; -25; -5).$ | $\vec{q} = (3; 8; 4),$ | $\vec{r} = (13; 7; 9),$ |
| 24. | $\vec{p} = (3; -4; 3),$
$\vec{x} = (-15; -6; -27).$ | $\vec{q} = (3; -8; 9),$ | $\vec{r} = (-6; -30; 0),$ |
| 25. | $\vec{p} = (-3; -1; -3),$
$\vec{x} = (6; -16; 12).$ | $\vec{q} = (-3; -2; -9),$ | $\vec{r} = (-3; -21; -9),$ |
| 26. | $\vec{p} = (1; -1; -3),$
$\vec{x} = (12; 5; -16).$ | $\vec{q} = (5; -2; -5),$ | $\vec{r} = (5; -13; -5),$ |
| 27. | $\vec{p} = (-1; 4; 1),$
$\vec{x} = (-14; 16; 12).$ | $\vec{q} = (-3; 8; 1),$ | $\vec{r} = (-8; 10; 6),$ |
| 28. | $\vec{p} = (-4; 2; 2),$
$\vec{x} = (-54; 0; 12).$ | $\vec{q} = (-10; 4; 0),$ | $\vec{r} = (-22; -14; 6),$ |
| 29. | $\vec{p} = (-3; 1; -3),$
$\vec{x} = (30; 42; 60).$ | $\vec{q} = (-3; 2; -9),$ | $\vec{r} = (-9; -15; -15),$ |
| 30. | $\vec{p} = (3; 2; 2),$
$\vec{x} = (-14; 9; -5).$ | $\vec{q} = (4; 4; 7),$ | $\vec{r} = (13; -7; 13),$ |

Рекомендуемая литература

1. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Высшая математика. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. — М.: Наука, 1984. — 192 с.
2. *Виноградов И.М.* Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1986. — 176 с.
3. *Волков В.А.* Аналитическая геометрия и векторная алгебра. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. — 192 с.
4. *Дубротин Д.А.* Основы линейной алгебры и аналитической геометрии. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. — 120 с.
5. *Ильин В.А., Позняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1988. — 224 с.
6. *Рублев А.Н.* Курс линейной алгебры и аналитической геометрии. — М.: Высш. шк., 1972. — 224 с.
7. *Солодовников А.С., Торопова Г.А.* Линейная алгебра с элементами аналитической геометрии. — М.: Высш. шк., 1987. — 254 с.
8. *Шпилькин И.А.* Векторная алгебра. Определители второго и третьего порядков. Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными. Изд. 2. — Ижевск: Изд-во ИЖГТУ, 1994. — 104 с.

Использованная литература

1. *Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — М.: Наука, 1987. — 496 с.
2. *Гольдфайн И.А.* Элементы векторного исчисления. — М.; Л.: Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1948. — 176 с.
3. *Клетеник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1969. — 256 с.
4. *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). — 2-е изд., доп. — М.: Высш. шк., 1994. — 206 с.
5. *Куликов Л.Я., Москаленко А.И., Фомин А.А.* Сборник задач по алгебре и теории чисел. — М.: Просвещение, 1993. — 288 с.
6. *Моденов П.С., Пархоменко А.С.* Сборник задач по аналитической геометрии. — М.: Наука, 1976. — 384 с.
7. *Проскуряков И.В.* Сборник задач по линейной алгебре. — М.: Наука, 1974. — 384 с.
8. *Сборник* задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математического анализа. / Под ред. А.В. Ефимова, Б.П. Демидовича. — М.: Наука, 1981. — 464 с.
9. *Сборник* индивидуальных заданий по высшей математике. Ч. 1. / Под ред. А.П. Рябушко. — Минск: Вышэйшая школа, 1990.

Приложение

Выбор варианта и задач

1. Вариант назначается преподавателем. Как правило, вариант постоянный и совпадает с порядковым номером студента в академической группе.
2. Объем типового расчета устанавливается преподавателем.
3. Теоретические упражнения и задачи могут быть заданы для самостоятельного выполнения или предложены во время защиты типового расчета или коллоквиума (экзамена).
4. Если не оговорено противное, задачи заданий выбираются согласно вариантам: номер варианта совпадает с номером задачи. В случае, когда номер варианта N больше последнего номера задачи K , номер задания M выбираются как остаток от деления N на K ($M = \text{mod}\{N, K\}$). Номера задач могут также выбираться из предложенной таблицы.

Правила оформления типовых расчетов

1. Каждая задача выполняется на отдельном листе.
2. Лист может быть стандартного размера (формата А4: 297 мм на 210 мм), половиной стандартного листа (формат А5: 210 мм на 148,5 мм), стандартным тетрадным листом (формат 204 мм на 167 мм) или двойным стандартным тетрадным листом, подготовленным под формат 297 мм на 204 мм.
3. Допускается использование лицевой (нечетной) и оборотной (четной) страниц листа.
4. Каждая страница, используемая для описания задания, обрамляется рамкой: сверху и снизу — по 5 мм; слева 20 мм, справа 5 мм — для нечетной страницы; слева 5 мм, справа 20 мм — для четной страницы.

5. Вверху нечетной страницы делается штамп (см. рис.), который заполняется студентом и преподавателем (поле «Принято»).
6. В полях «Выполнено» и «Принято»; ставятся даты выполнения задания и его защиты.
7. В поле для оформления задания сначала описываются условия задачи, а затем приводится ее решение.
8. Правильно выполненные задания остаются у преподавателя, неправильно выполненные — возвращаются студенту на доработку.

ТР	Задача	Вариант	Группа	Фамилия И.О.	Выполнено	Принято
1	13	31	1-01-4	Приматов М.И.		
Поле для оформления задания						

Пример заполнения листа для оформления решений задач
типового расчета

Учебно-методическое издание

*Александр Аркадьевич Айзикович
Татьяна Сергеевна Быкова*

**Сборник типовых расчетов
по алгебре и геометрии
(векторная алгебра)**

В авторской редакции

Компьютерная верстка *А.А.Айзикович, Т.С.Быкова*
Корректор

Оригинал-макет подготовлен с помощью издательской системы
 $\text{\LaTeX 2}_{\epsilon}$ ($\text{\MiKTeX}$) на оборудовании кафедры ПМИ ИжГТУ

Подписано в печать . . . 2004. Бумага офсетная. Формат 60х84/16.

Печать офсетная. Усл.печ.л. , . Уч.-изд.л. , .

Тираж 50 экз. Заказ № .

Отпечатано в типографии Издательства ИжГТУ.

Издательство Ижевского государственного технического
университета. 426069, г.Ижевск, ул.Студенческая,7