1. Построить уравнения для функций чувствительности случайного векторного процесса $\{x_1, x_2\}^T$, удовлетворяющего системе СДУ

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t), \qquad \dot{x}_2(t) = -2\,\alpha\,[x_1^2(t) - \beta^2]\,x_2(t) - \omega^2\,x_1(t) + \gamma\,x_1(t)\,\xi(t),$$

$$\{x_1(0), x_2(0)\} \sim p_0(\cdot,\cdot),$$

к изменению вектора детерминированных параметров $\vec{v} = \{\alpha, \beta, \gamma, \omega\}^T$.

2. В СДУ

$$\dot{x}_1(t) = \frac{B-C}{A} x_2(t)x_3(t) + a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + a_{13}x_3(t) + g_1\,x_1(t)\,\xi_1(t),$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{C-A}{B} x_3(t)x_1(t) + a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + a_{23}x_3(t) + g_2\,x_2(t)\,\xi_2(t),$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{A-B}{C} x_1(t)x_2(t) + a_{31}x_1(t) + a_{32}x_2(t) + a_{33}x_3(t) + g_3\,x_3(t)\,\xi_3(t),$$

где A, B, C, a_{ij}, g_i – постоянные, $\xi_i(t)$ – независимые белые шумы с единичными интенсивностями, перейти к сферическим координатам.

3. Найти математическое ожидание, дисперсию и ковариационную функцию случайного процесса $x(t)$, которое является решением СДУ

$$\dot{x}(t) + k\,x(t) = g\,\xi(t), \qquad x(0) = x_0 \sim \mathcal{N}(m_0, D_0),$$

где $k > 0$, g, m_0, $D_0 > 0$ – постоянные, $\xi(t)$ – белый шум с единичной интенсивностью.

4. Вычислить первые моменты смещения x и скорости $\dot{x}$, поведение которых описывается уравнением

$$\ddot{x}(t) + 2\,\alpha\,\dot{x}(t) + \omega^2\,x(t) + \gamma\,x^3(t) = \beta\,x(t)\,\xi(t),$$

$$\{x(0), \dot{x}(0)\} \sim \mathcal{N}(\vec{m}, D_0),$$

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} 5, \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad D_0 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.0 \\ 0.0 & 0.36 \end{bmatrix},$$

где $\alpha > 0$, β, $\gamma > 0$, $\omega > 0$ – постоянные, $\xi(t)$ – белый шум с единичной интенсивностью. Для исключения "лишних" старших моментов применить метод гауссового замыкания.

5. Получить усредненные уравнения для амплитуды $A(t)$ и фазы $\Theta(t)$, если

$$\ddot{x}(t) + 2\,\varepsilon\,\alpha\,[x^4(t) - \beta\,x^2(t) + 1]\,\dot{x}(t) + \omega^2\,x(t) = \sqrt{\varepsilon}\,\gamma\,\xi(t),$$

$$x(t) = A(t)\,\cos[\omega\,t + \Theta(t)],$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $\alpha > 0$, $\beta > 0$, γ, $\omega > 0$ – постоянные.