Контрольные задания

В ходе изучения курса студент должен выполнить два контрольных задания и предоставить их на проверку.

Первое контрольное задание выполняется после изучения тем 1-8 курса, что соответствует первым двум главам учебного пособия, причем, упор делается на практическое освоение материала 2-й и 3-й тем. Темы 4-8 носят более теоретический характер и основное внимание на проверку их усвоения будет обращено на экзамене.

Второе контрольное задание выполняется по окончании изучения материала всего курса. Оно соответствует темам 9-17 программы или третьей и четвертой главам учебного пособия. Причем, при изучении математической логики, основное внимание должно быть уделено практическому освоению материала, а при изучении теории графов – теоретическому, что и отражено в подборе и содержании задач второй контрольной работы.

После условий задач приводятся примеры решения подобных задач, если только примеры решения таких задач не приведены в учебном пособии.

Далее приведены задачи к контрольным заданиям.

Контрольное задание №1

Задача №1

По заданному рекуррентному соотношению найти k-тый член последовательности x_k.

Вариант №	Рекуррентная формула	Начальные условия	x_k
0	$x_{n+1} = \frac{1}{2}(\frac{3}{x_n} + x_n)$	$x_0=1$	x_5
1	$x_{n+2} = \frac{x_{n+1} + 1}{x_n}$	$x_0=3;\ x_1=2$	x_8
2	$x_n = \frac{1}{2} x_{n-1} + 1$	$x_0=5$	x_7
3	$x_{n+1} = x_n + x_{n-1} + 1$	$x_0=2;\ x_1=3$	x_7
4	$x_{n+1} = \sqrt{x_n^3 + 3}$	$x_0=1$	x_4
5	$x_{n+1} = \frac{3x_n + 1}{x_{n-1}}$	$x_0=2;\ x_1=1$	x_6
6	$x_{n+1} = 2x_n + 3$	$x_0 = \frac{1}{4}$	x_8
7	$x_{n+2} = (n+1) \cdot x_{n+1} - n \cdot x_n$	$x_0=1;\ x_1=2$	x_8
8	$x_{n+1} = (n+1) \cdot x_n$	$x_0=1$	x_5
9	$x_{n+1} = (n+1) \cdot x_n + n \cdot x_{n-1}$	$x_0=1;\ x_1=1$	x_5

Примечание.

В четных номерах приведены двухшаговые рекуррентные соотношения, в нечетных – одношаговые.

Пример 1.

Дано одношаговое рекуррентное соотношение $x_n = \frac{n}{2}(x_{n-1} + 1)$ с начальным условием x_0=1. Найти пятый член последовательности x_5.

Решение.

Чтобы найти пятый элемент последовательности по рекуррентному соотношению, нужно найти все предыдущие. Нулевой член последовательности задан, чтобы найти первый элемент (x_1) надо x_0 подставить в правую часть рекуррентного соотношения. Такая подстановка соответствует присваиванию n значения равного единице n=1 $\Rightarrow$ n-1=0 и тогда слева получим x_1.

Нахождение последовательных членов последовательности по приведенной рекуррентной формуле соответствует присваиванию номеру n значений 1, 2, 3, …

n =1: $x_1 = \frac{1}{2}(x_0 + 1)$ подставляя x_0=1, получим $x_1 = \frac{1}{2}(1 + 1) = 1$.

n =2: $x_2 = \frac{2}{2} \cdot (x_1 + 1) = \frac{2}{2} \cdot (1 + 1) = 2$

n =3: $x_3 = \frac{3}{2}(x_2 + 1) = \frac{3}{2}(2 + 1) = \frac{9}{2} = 4{,}5$

n =4: $x_4 = \frac{4}{2}(x_3 + 1) = \frac{4}{2}(4{,}5 + 1) = 11$

n =5: $x_5 = \frac{5}{2}(x_4 + 1) = \frac{5}{2}(11 + 1) = 30$

Ответ: x_5=30.

Пример 2.

Дано двухшаговое рекуррентное соотношение $x_{n+2} = \dfrac{1 + 2x_{n+1}}{3x_n}$ с начальными условиями x_0=2; x_1=1. Найти пятый член последовательности.

Решение.

Нулевой и первый элементы последовательности заданы, чтобы найти x_2, надо присвоить n=0, подставить в правую часть x_0 и x_1 и получить слева x_2.

$$n=0:\quad x_2=\frac{1+2\cdot x_1}{3\cdot x_0}=\frac{1+2\cdot 1}{3\cdot 2}=\frac{1}{2}=0{,}5$$

$$n=1:\quad x_3=\frac{1+2\cdot x_2}{3\cdot x_1}=\frac{1+2\cdot 0{,}5}{3\cdot 1}=\frac{2}{3}$$

$$n=2:\quad x_4=\frac{1+2\cdot x_3}{3\cdot x_2}=\frac{1+2\cdot\frac{2}{3}}{3\cdot 0{,}5}=\frac{14}{9}$$

$$n=3:\quad x_5=\frac{1+2\cdot x_4}{3\cdot x_3}=\frac{1+2\cdot\frac{14}{9}}{3\cdot\frac{2}{3}}=\frac{37}{18}$$

Ответ: $x_5=\dfrac{37}{18}$

ЗАДАЧА №2

Вычислить:

0) $\dfrac{6!}{A_{10}^{7}}(C_7^5+C_7^3)$

1) $\dfrac{P_5\cdot \overline{C}_2^3+A_5^2}{5!}$

2) $C_5^3\cdot(P_4-\overline{A}_2^3)+5!$

3) $\dfrac{C_6^4+P_6^{2,2,2}}{\overline{C}_3^4}$

4) $\dfrac{A_9^6}{P_6}-\dfrac{4!}{C_3^2}$

5) $\dfrac{P_5}{\overline{C}_2^3}(\overline{A}_2^3+\overline{C}_3^4)$

6) $\dfrac{C_5^7\cdot A_5^2+P_4}{\overline{A}_2^3}$

7) $\dfrac{A_9^5+\overline{C}_2^3}{4!-C_4^3}$

8) $(P_6^{3,2,1}-C_2^3)\cdot 3!+A_3^2$

9) $\dfrac{P_5}{\overline{A}_2^3}-\dfrac{C_7^5}{P_3}$

Указание к вычислениям в задаче №2.

Не вычисляйте по отдельности каждое число соединений, оно может быть очень большим. Рационально представить каждое из чисел через факториалы, а затем через произведения, и попытаться при делении сокращать дроби, а при сложении и вычитании приводить к общему знаменателю.

Пример.

Вычислить $\frac{7!+C_7^3}{A_{10}^3}\cdot\overline{C}_3^4$.

Решение: $C_7^3=\frac{7!}{4!\cdot 3!}$; $A_7^3=\frac{7!}{4!}$; $\overline{C}_3^4=C_6^4=\frac{6!}{4!\cdot 2!}$

$$\frac{7!+C_7^3}{A_{10}^3}\cdot\overline{C}_3^4=\frac{7!+\frac{7!}{4!\cdot 3!}}{\frac{7!}{4!}}\cdot\frac{6!}{4!\cdot 2!}=\frac{7!(1+\frac{1}{4!\cdot 3!})\cdot 4!}{7!}\cdot\frac{6!}{4!\cdot 2!}=$$

$$=(4!+\frac{1}{3!})\cdot\frac{6!}{4!\cdot 2!}=\frac{6!}{2!}+\frac{6!}{3!\cdot 4!\cdot 2!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1}+\frac{6\cdot 5\cdot 4!}{3!\cdot 4!\cdot 2!}=$$

$$=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3+\frac{6\cdot 5}{12}=360+2{,}5=362{,}5$$

Примечание: $6!=\underline{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\cdot 5\cdot 6=4!\cdot 5\cdot 6$.

Задача №3

Решить уравнение (найти *n*):

0) $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=15(n+2)$

1) $\frac{1}{C_4^n}=\frac{1}{C_5^n}+\frac{1}{C_6^n}$

2) $5\cdot C_n^3=C_{n+2}^4$

3) $C_{n+3}^{n+1}-5\cdot C_{3n}^2+19n^2=6$

4) $A_n^2\cdot C_n^{n-1}=48$

5) $A_{n+1}^{n-1}+2P_{n-1}=\frac{30}{7}\cdot P_n$

6) $A_n^3+C_n^{n-2}=14n$

7) $A_n^3-2C_n^4=3A_n^2$

8) $\frac{A_n^5}{C_{n-2}^{n-5}}=336$

9) $A_n^{n-3}=n\cdot P_{n-2}$

Пример.

Решить уравнение: $C_n^1+6C_n^2+6C_n^3=9n^2-14n$.

Решение.

$C_n^1=n$; $C_n^2=\frac{n!}{(n-2)!\cdot 2!}=\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!}{(n-2)!\cdot 2!}=\frac{n\cdot(n-1)}{2}$;

$$C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!\cdot 3!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)!}{(n-3)!\cdot 3!} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{6};$$

имеем: $n + 6\cdot\frac{n\cdot(n-1)}{2} + 6\cdot\frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)}{6} = 9n^2 - 14n$

$n + 3\cdot n\cdot(n-1) + n\cdot(n-1)\cdot(n-2) = 9n^2 - 14n$

$n\cdot(1 + 3\cdot(n-1) + (n-1)\cdot(n-2)) = n\cdot(9n-14)$

Так как $n \neq 0$ (C_0^1, C_0^2, C_0^3 - не имеют смысла), то можно сократить на n и получим $1 + 3\cdot(n-1) + (n-1)\cdot(n-2) = 9n - 14$ или после упрощений $n^2 - 9n + 14 = 0$. Корни этого уравнения $n_1 = 2$ и $n_2 = 7$. Первый корень не походит, так как C_2^3 не имеет смысла.

Ответ: n=7.

Задача №4

Приведено пять задач. Каждая задача для двух вариантов.

1-я задача предназначена для вариантов 0 и 5.

2-я задача предназначена для вариантов 1 и 6.

3-я задача предназначена для вариантов 2 и 7.

4-я задача предназначена для вариантов 3 и 8.

5-я задача предназначена для вариантов 4 и 9.

1. Расписание одного дня содержит пять уроков. Определить количество таких расписаний при выборе из 11 дисциплин. Расписания, содержащие одинаковые дисциплины, но в разном порядке, считаются различными; расписания не содержат повторяющихся дисциплин.
2. Комиссия состоит из председателя, его заместителя и еще пяти человек. Сколькими способами члены комиссии могут распределить между собой обязанности?
3. Сколькими способами можно выбрать трех дежурных из группы в 20 человек?
4. Сколько различных звукосочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звукосочетание может содержать от трех до пяти звуков?
5. Чемпионат, в котором участвуют 16 команд, проводится в два круга (т.е. каждая команда дважды встречается с любой другой). Определить какое количество встреч следует повести.

Задача №5

Даны два множества A и B. Найти их: а) объединение $A \cup B$; б) пересечение $A \cap B$; в) разность $A \backslash B$; г) симметрическую разность $A \Delta B$.

0) $A=\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$; $B=\{-4, -2, 0, 2, 4\}$.

1) $A=\{a, b, c, d, e\}$; $B=\{b, d, f, g, h\}$.

2) $A=[-2; 2]$; $B=[-3; 1]$.

3) $A=[-1; 2]$; $B=[0; 1]$.

4) $A=(-2; 1)$; $B=(0; 3)$.

5) $A=(1; 2)$; $B=(0; 3)$.

6) $A=\{1, 2, 3, 4, a, b, c, d\}$; $B=\{2, 4, 5, b, c, e\}$.

7) $A=[1; 4)$; $B=(-4; 1]$.

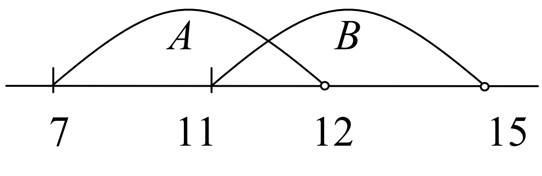
8) $A=[3; 6]$; $B=[6; 8]$.

9) $A=\{-2, -1; 0; 1; 2\}$; $B=(-1;1)$.

Пример выполнения операций с двумя конечными множествами (варианты 0, 1, 6) приведен в п.2.2 главы 2 учебного пособия. В вариантах 2), 3), 4), 5), 7), 8) требуется выполнить операции с бесконечными множествами, заданными в виде числовых отрезков, интервалов и полуинтервалов. В варианте 9) множество A – конечное, а B – бесконечное. Квадратная скобка означает, что конец промежутка принадлежит множеству, а круглая – что не принадлежит.

Пример.

$A=[7; 12)$; $B=[11; 15)$.



а) $A \cup B=[7; 15)$;

б) $A \cap B=[11; 12)$, т.к. $12 \notin A$

в) $A \backslash B=[7; 11)$, т.к. $11 \in B$

г) $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$; $B \backslash A=[12; 15)$, т.к. $12 \notin A$;

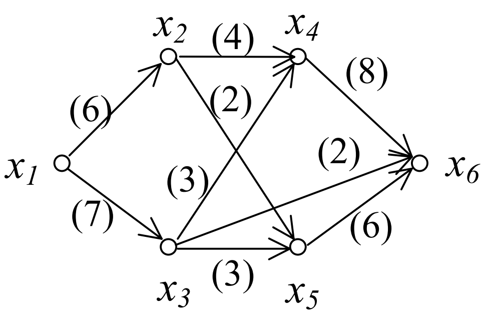
$$A \Delta B = [7; 11) \cup [12; 15)$$

Контрольное задание №2

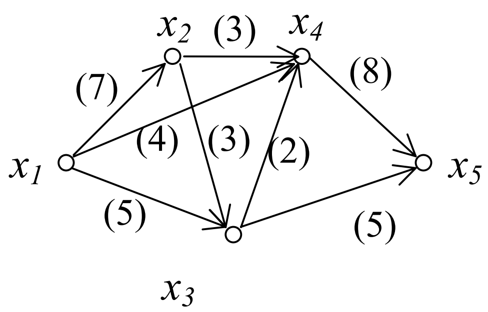
Задача №1

Построить полный поток в транспортной сети, приведенной на рисунке (в скобках приведены пропускные способности дуг).

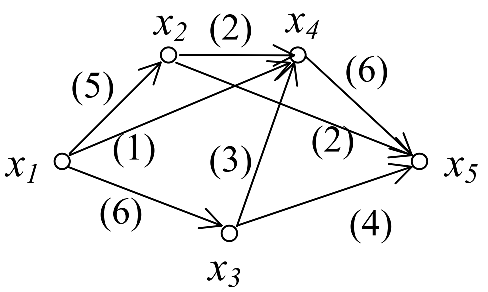
1.



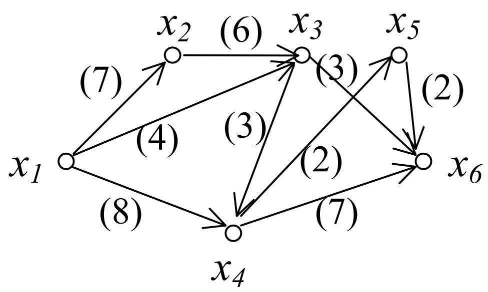
2.



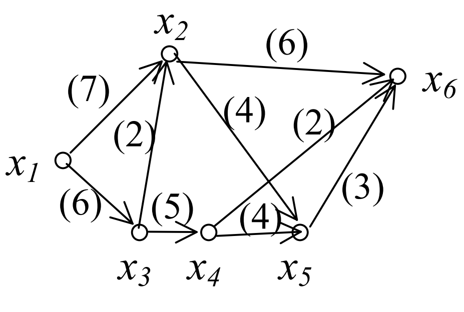
3.



4.



5.



Варианты 1 и 6 находят полный транспортный поток в транспортной сети, приведенной на рис. 1; варианты 2 и 7 – на рис. 2; варианты 3 и 8 – на рис. 3; варианты 4 и 9 – на рис. 4; варианты 5 и 0 – на рис. 5.

Пример нахождения полного потока разобран в п.4.3. главы 3 учебного пособия.

Задача №2

По данному логическому выражению построить таблицу истинности без предварительного упрощения функции.

0) $F = \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B} \vee \overline{B} \mathbin{\&} C \vee A \mathbin{\&} C \vee B \mathbin{\&} \overline{C}$

1) $F = \overline{(A \vee B) \mathbin{\&} C} \vee \overline{(\overline{A} \vee C) \mathbin{\&} B}$

2) $F = \overline{A} \mathbin{\&} B \mathbin{\&} C \vee A \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} C \vee B \mathbin{\&} \overline{C} \mathbin{\&} A$

3) $F = \overline{(A \vee B) \mathbin{\&} \overline{C}} \vee \overline{(A \vee C) \mathbin{\&} B}$

4) $F = A \mathbin{\&} \overline{B} \vee \overline{B} \mathbin{\&} \overline{C} \vee A \mathbin{\&} C \vee B \mathbin{\&} C$

5) $F = A \mathbin{\&} B \mathbin{\&} D \vee \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} D \vee C \mathbin{\&} D$

6) $F = \overline{A \mathbin{\&} (B \vee \overline{C})} \vee \overline{A \mathbin{\&} B}$

7) $F = \overline{\overline{A \mathbin{\&} B} \mathbin{\&} B \vee C} \vee \overline{A \mathbin{\&} B}$

8) $F = \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} \overline{C} \vee \overline{A} \mathbin{\&} B \mathbin{\&} \overline{C} \vee A \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} C$

9) $F = \overline{\overline{A \mathbin{\&} B} \mathbin{\&} B} \vee \overline{\overline{A} \vee B \mathbin{\&} C}$

Пример 1.

$F = \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} C \vee A \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} \overline{C} \vee A \mathbin{\&} B \mathbin{\&} C$

Таблицу истинности будем строить по частям, предварительно построив таблицу истинности для каждой конъюнкции, а затем в заключительном столбце запишем логическую сумму (дизъюнкцию) соответствующих значений этих трех конъюнкций $F = F_1 \vee F_2 \vee F_3$.

A	B	C	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{C}$	$\overline{A} \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} C$	$A \mathbin{\&} \overline{B} \mathbin{\&} \overline{C}$	$A \mathbin{\&} B \mathbin{\&} C$	F
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	1	1

Три логических переменных принимают всего 2^3=8 значений, которые перечислены в первых трех столбцах таблицы, причем в таком порядке, что если перевести соответствующие триады из двоичной системы в десятичную, то получим числа от нуля до семи в порядке возрастания. При нахождении значений элементарной конъюнкции, следует учитывать, что конъюнкция равна нулю, если хотя бы один из сомножителей равен нулю. А при нахождении значений дизъюнкции, следует учитывать, что дизъюнкция равна единице, если хотя бы одно из слагаемых равно единице.

Например, значения в седьмом столбце таблицы получены как произведения соответствующих элементов четвертого, пятого и третьего столбцов. Значения в последнем, заключительном столбце, получены как дизъюнкции значений трех предыдущих столбцов.

Пример 2.

$$F = \overline{\overline{A \,\&\, B} \,\&\, C \vee \overline{C}} \vee \overline{A \,\&\, (\overline{C} \,\&\, B)} = F_1 \vee F_2$$

A	B	C	$\overline{C}$	$A\&B$	$\overline{A\&B}$	$\overline{A\&B}$ & C	$\overline{A\&B}$ & $C\vee\overline{C}$	F_1	$\overline{C}\vee B$	A & $\overline{C}\vee B$	F_2	$F=F_1\vee F_2$
0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1

Задача №3

Функция задана десятичными эквивалентами единичных значений. Представить эту функцию в виде СДНФ или в виде СКНФ.

0) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 1, 4, 5)
1) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)
2) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15)
3) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (3, 4, 7, 8)
4) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (10, 11, 14, 15)
5) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (7, 8, 14, 15)
6) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 15)
7) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)
8) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 2, 4, 5, 6)
9) $F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15)

Задание логической функции десятичными эквивалентами единичных значений – это компактный способ задания ее таблицы истинности. В левой части равенства указывается идентификатор функции и переменные, от которых она зависит. В правой части равенства указывается список десятичных эквивалентов тех наборов значений переменных, которым соответствуют единицы в таблице истинности данной функции. Десятичные эквиваленты наборов, которым соответствуют нули в таблице истинности, в этом списке отсутствуют.

Чтобы от десятичного эквивалента перейти к набору, надо это число перевести в двоичный код, содержащий для функции четырех переменных четыре двоичных разряда. Так, числу 0 соответствует набор 0000, числу 1 соответствует набор 0001, числу 2 соответствует набор 0010 и т.д., числу 15 соответствует набор 1111. Всего в нашем случае четырех переменных 2^4=16 наборов, пронумерованных их десятичными эквивалентами от 0 до 15.

Чтобы представить функцию в виде СДНФ или СКНФ, надо составить таблицу истинности согласно вышеизложенной интерпретации, а затем по таблице, как это изложено в §2 главы 3 учебного пособия, СДНФ или СКНФ. Причем СКНФ обычно строят в том случае, когда единичных значений гораздо больше, чем нулевых.

Пример 1.

$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$= (9, 10, 14, 15)

Для построения таблицы истинности введем еще один столбец (первый), в котором будут стоять десятичные эквиваленты соответствующих наборов.

	N	x_1	x_1`	x_1	x_1	F	
	0	0	0	0	0	0	
	1	0	0	0	1	0	
	2	0	0	1	0	0	
	3	0	0	1	1	0	
	4	0	1	0	0	0	
	5	0	1	0	1	0	
	6	0	1	1	0	0	
	7	0	1	1	1	0	
	8	1	0	0	0	0	
*	9	1	0	0	1	1	$x_1 \& \overline{x_2} \& \overline{x_3} \& x_4$
*	10	1	0	1	0	1	$x_1 \& \overline{x_2} \& x_3 \& \overline{x_4}$
	11	1	0	1	1	0	
	12	1	1	0	0	0	
	13	1	1	0	1	0	
*	14	1	1	1	0	1	$x_1 \& x_2 \& x_3 \& \overline{x_4}$
*	15	1	1	1	1	1	$x_1 \& x_2 \& x_3 \& x_4$

Звездочками в таблице отмечены строчки, в которых расположены наборы значений переменных, на которых функция равна единице. Для каждого из таких наборов выписываем полную элементарную конъюнкцию, равную единице на этом наборе, по такому правилу: если переменная равна нулю, то она входит в конъюнкцию с отрицанием, если единице, то без отрицания. Такие полные конъюнкции выписаны напротив соответствующих строчек таблицы. Искомая СДНФ получается составлением дизъюнкции из выписанных полных элементарных конъюнкций.

$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \,\&\, \overline{x_2} \,\&\, \overline{x_3} \,\&\, x_4 \vee x_1 \,\&\, \overline{x_2} \,\&\, x_3 \,\&\, \overline{x_4} \vee$

$\vee\, x_1 \,\&\, x_2 \,\&\, x_3 \,\&\, \overline{x_4} \vee x_1 \,\&\, x_2 \,\&\, x_3 \,\&\, x_4$.

Пример 2.

$F(x_1, x_2, x_3, x_4)$=(0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14)

В списке одиннадцать чисел – одиннадцать эквивалентов единичных значений. Следовательно, нулевых значений функции пять (16-11=5) – значительно меньше, чем единичных. Поэтому, здесь по таблице истинности целесообразней строить СКНФ. Звездочками в таблице отмечены строчки, в которых расположены наборы значений переменных, на которых функция равна нулю. Справа, напротив этих строчек, выписаны полные элементарные конъюнкции, которые на соответствующих наборах равны нулю. Искомая СКНФ найдется как конъюнкция этих дизъюнкций.

	N	x_1	x_1`	x_1	x_1	F	
	0	0	0	0	0	0	
*	1	0	0	0	1	0	$x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}$
*	2	0	0	1	0	0	$x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4$
	3	0	0	1	1	0	
	4	0	1	0	0	0	
	5	0	1	0	1	0	
	6	0	1	1	0	0	
	7	0	1	1	1	0	
	8	1	0	0	0	0	
*	9	1	0	0	1	1	$\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}$
*	10	1	0	1	0	1	$x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4$
	11	1	0	1	1	0	
	12	1	1	0	0	0	
	13	1	1	0	1	0	
	14	1	1	1	0	1	
	15	1	1	1	1	1	

Таким образом, СКНФ будет иметь вид:

$F(x_1, x_2, x_3, x_4)=(x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})\&(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4)\&$
$\&(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})\&(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4)$/

Задача №4

Упростить логические выражения с помощью карты Карно.

0) $F = \overline{A} \& \overline{B} \& \overline{C} \& \overline{D} \vee \overline{A} \& \overline{B} \& \overline{C} \& D \vee$
$\vee \overline{A} \& B \& \overline{C} \& D \vee \overline{A} \& B \& \overline{C} \& \overline{D}$

1) $F = \overline{A} \& B \& C \vee A \& \overline{B} \& C \vee B \& \overline{C} \& D \vee A \& C \& \overline{D}$

2) $F = (\overline{A} \& \overline{B} \vee \overline{B} \& C \vee A \& C) \& \overline{D}$

3) $F = A \& \overline{B} \& C \& D \vee A \& \overline{B} \& C \& D \vee$
$\vee \overline{A} \& B \& C \& D \vee \overline{A} \& \overline{B} \& C \& D$

4) $F = \overline{A} \& B \& D \vee A \& \overline{B} \& C \vee B \& \overline{C} \& D \vee B \& C \& \overline{D}$

5) $F = (A \& \overline{B} \vee \overline{B} \& \overline{C} \vee A \& C) \& D$

6) $F = A \& B \& C \& \overline{D} \vee A \& B \& C \& D \vee$
$\vee A \& \overline{B} \& C \& D \vee A \& \overline{B} \& C \& \overline{D}$

7) $F = \overline{A} \& B \& C \vee A \& C \& \overline{D} \vee B \& \overline{C} \& D \vee \overline{B} \& C \& D$

8) $F = A \& (\overline{A} \& \overline{B} \vee \overline{C} \& D \vee B \& D)$

9) $F = \overline{A} \& B \& C \vee A \& \overline{B} \& C \vee \overline{A} \& \overline{B} \& \overline{C} \& \overline{D} \vee \overline{A} \& \overline{B} \& C \& D$

Пример

Упростить следующее логическое выражение с помощью карты Карно:

$F = B \& (A \& C \vee A \& \overline{D} \vee \overline{B} \& \overline{C})$.

Решение

Напомним, что конъюнкции соответствует пересечение областей карты Карно, соответствующих сомножителям, а дизъюнкции соответствует объединение областей, соответствующих слагаемым. Конъюнкции второго ранга на карте Карно соответствуют 4 клеточки. Заштрихованная область на рис. 1 соответствует конъюнкции $A \& C$, на рис. 2 конъюнкции $A \& \overline{D}$, на рис. 3 конъюнкции $\overline{B} \& \overline{C}$. На рис. 4 показано пересечение областей, соответствующих множителям B и

$A \& C \vee A \& \overline{D} \vee \overline{B} \& \overline{C}$. В клетках, соответствующих этому пересечению, стоят единицы.

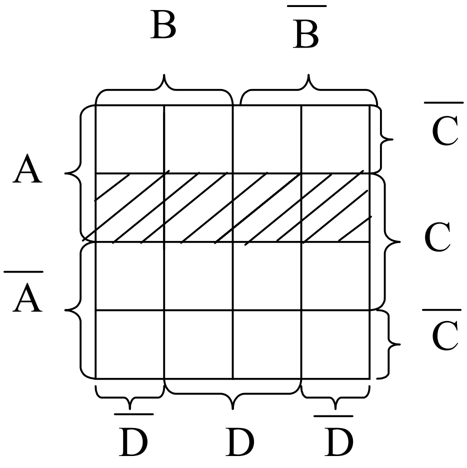


Рис. 1. Область $A \& C$

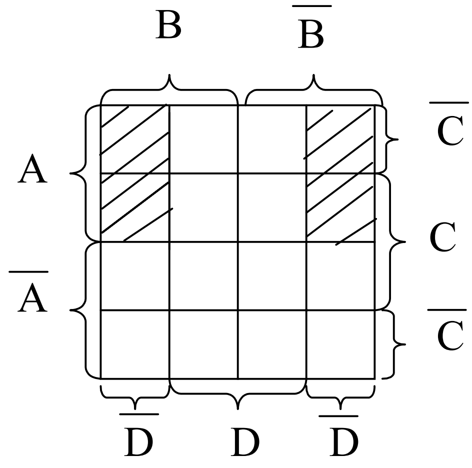


Рис. 2. Область $A \& \overline{D}$

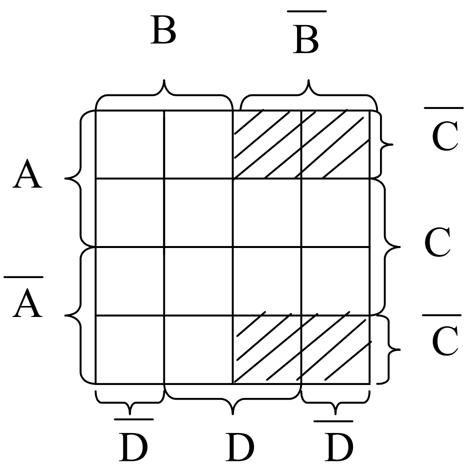


Рис. 3. Область $\overline{B} \& \overline{C}$

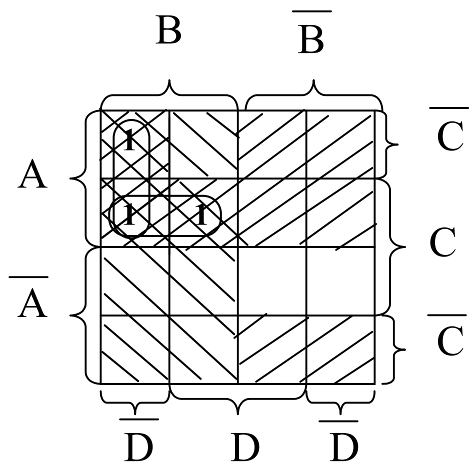


Рис. 4. Заполнение карты Карно для
$F = B \& (A \& C \vee A \& \overline{D} \vee \overline{B} \& \overline{C})$

На рис. 4 штриховкой, наклоненной вправо, обозначено объединение областей, приведенных на рис. 1, 2, 3, а штриховкой, наклоненной влево – область клеток, соответствующая переменной *B*. Клетки, заштрихованные двумя видами линий, составляют пересечение этих областей и соответствуют исходной функции. В этих клетках стоят единицы. Объединяя эти три единицы в две пары, как показано на рис. 4, получим представление исходной функции в виде дизъюнкции двух конъюнкций третьего ранга

$$F = A \& B \& C \vee A \& B \& \overline{D}.$$