

Задача 1. Найти угол между отрезками BA и BC , где $B(4, 0, 3)$, $A(4, 5, -2)$ и $C(-1, 3, 3)$.

Решение:

$$\begin{aligned}\vec{BC} &= \vec{C} - \vec{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \vec{BA} &= \vec{A} - \vec{B} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

С геометрической точки зрения скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между векторами.

Длина вектора

$$|\vec{BC}| = \sqrt{(-5)^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{34}.$$

Длина вектора

$$|\vec{BA}| = \sqrt{0^2 + 5^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}.$$

Скалярным произведением двух векторов является число, равное сумме попарных произведений одноимённых координат.

Скалярное произведение векторов

$$(\vec{BA}, \vec{BC}) = 0 \cdot (-5) + 5 \cdot 3 + (-5) \cdot 0 = 15$$

$$\cos \angle (\vec{BA}, \vec{BC}) = \frac{(\vec{BA}, \vec{BC})}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{15}{10\sqrt{17}} = 3\sqrt{17}/34.$$

Ответ: косинус угла равен $3\sqrt{17}/34$, угол равен $\arccos(3\sqrt{17}/34) \approx 68.666^\circ$.

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.