

Задача 1. Найти угол между отрезками AB и AC , где $A(-2, 0, 4)$, $B(3, -3, 7)$ и $C(-2, -7, 15)$.

Решение:

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ 11 \end{bmatrix}$$
$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

С геометрической точки зрения скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между векторами.

Длина вектора

$$|\vec{AC}| = \sqrt{0^2 + (-7)^2 + 11^2} = \sqrt{170}.$$

Длина вектора

$$|\vec{AB}| = \sqrt{5^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{43}.$$

Скалярным произведением двух векторов является число, равное сумме попарных произведений одноимённых координат.

Скалярное произведение векторов

$$(\vec{AB}, \vec{AC}) = 5 \cdot 0 + (-3) \cdot (-7) + 3 \cdot 11 = 54$$

$$\cos \angle (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{(\vec{AB}, \vec{AC})}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{54}{\sqrt{7310}} = 0.632.$$

Ответ: косинус угла равен 0.632, угол равен $\arccos(0.632) \approx 50.832^\circ$.

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берлинков.

Web-интерфейс Павла Лапина.