

Задача 1. Найти угол между отрезками AB и AC , где $A(1, 2, 3, 4)$, $B(1, 2, 5, 5)$ и $C(3, 4, 2, 1)$.

Решение:

$$\begin{aligned}\vec{AC} &= \vec{C} - \vec{A} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \\ \vec{AB} &= \vec{B} - \vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

С геометрической точки зрения скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между векторами.

Длина вектора

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Длина вектора

$$|\vec{AB}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

Скалярным произведением двух векторов является число, равное сумме попарных произведений одноимённых координат.

Скалярное произведение векторов

$$(\vec{AB}, \vec{AC}) = 0 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-3) = -5$$

$$\cos \angle (\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{(\vec{AB}, \vec{AC})}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{-5}{3\sqrt{10}} = -\sqrt{10}/6.$$

Ответ: косинус угла равен $-\sqrt{10}/6$, угол равен $\arccos(-\sqrt{10}/6) \approx 121.806^\circ$.

Решение выполнено автоматически.

Программу – учебное пособие разработал Артемий Берликов.

Web-интерфейс Павла Лапина.