

Задача 1. Найти характеристический многочлен матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 6 & 1 \\ 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение: У квадратной матрицы характеристический многочлен можно найти путём подсчёта псевдоопределителя матрицы с теми же элементами, кроме диагональных. Из диагональных элементов вычитается переменная, скажем t (и многочлен тогда получается от t).

$$\begin{aligned} p_A(t) &= \det(A - tE) = \begin{vmatrix} 2-t & 3 & 6 \\ 4 & 6-t & 1 \\ 5 & 7 & 2-t \end{vmatrix} = \\ &= (2-t)(6-t)(2-t) + 15 + 168 - 30(6-t) - 7(2-t) - 12(2-t) = \\ &= -t^3 + 2t^2 + 6t^2 + 2t^2 - 12t - 4t - 12t + 30t + 7t + 12t + 24 + 15 + 168 - 180 - 24 - 14 = \\ &= -t^3 + 10t^2 + 21t - 11 \end{aligned}$$

Ответ: характеристический многочлен равен $-t^3 + 10t^2 + 21t - 11$.